

NAMUNAVIY MASALALAR

1-masala. Ishqalanishli blok va osilgan yuk

Gorizontal stol ustida massasi m_1 bo'lgan kichik jism yotibdi. Stol bilan jism orasidagi ishqalanish koeffitsiyenti μ . Jism ip orqali blokdan oshib turgan va pastda massasi m_2 bo'lgan yuk bilan bog'langan. Tizim tinchdan qo'yib yuborildi.

- a) Qanday shartda sistema harakatlana boshlaydi?
- b) Agar harakatlansa, tezlanish a va ip tarangligi T ni toping.

Yechim

- a) Harakatning boshlanish sharti

m_1 jismga maksimal ishqalanish kuchi:

$$F_{\max} = \mu \cdot m_1 \cdot g$$

Osilgan yukning og'irligi:

$$P_2 = m_2 \cdot g$$

Harakat bo'lishi uchun:

$$\begin{aligned} m_2 \cdot g &> \mu \cdot m_1 \cdot g \\ \Rightarrow m_2 &> \mu \cdot m_1 \end{aligned}$$

- b) Tezlanish va taranglik

Ishqalanish: $F_{\text{ish}} = \mu \cdot m_1 \cdot g$

m_1 (chapga + deb olaylik):

$$T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \quad (1)$$

m_2 (pastga +):

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a \quad (2)$$

(1)+(2):

$$m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = g \cdot (m_2 - \mu \cdot m_1) / (m_1 + m_2)$$

Taranglik (1) dan:

$$T = m_1 \cdot a + \mu \cdot m_1 \cdot g$$

Javob

- Harakat sharti: $m_2 > \mu \cdot m_1$
- $a = g \cdot (m_2 - \mu \cdot m_1) / (m_1 + m_2)$
- $T = m_1 \cdot a + \mu \cdot m_1 \cdot g$

2-masala. Qiya tekislik + osilgan yuk

Massasi m_1 bo'lgan jism burchagi α bo'lgan qiya tekislikda joylashgan. Jism ip orqali blokdan oshib turgan massasi m_2 bo'lgan yuk bilan bog'langan. Qiya tekislik ishqalanishsiz.

- a) Qachon jism qiya tekislik bo'ylab yuqoriga tortiladi?
b) Harakat bo'lganda tezlanish a ni toping.

Yechim

m_1 uchun qiya bo'yicha og'irlik tarkibi:

$$F_t = m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha$$

Osilgan yuk: $m_2 \cdot g$

a) Harakat yo'nalishi

$$\begin{aligned} m_2 \cdot g &> m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha \\ \Rightarrow m_2 &> m_1 \cdot \sin\alpha \end{aligned}$$

b) Tezlanish

m_1 (qiya bo'yicha yuqoriga +):

$$T - m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha = m_1 \cdot a \quad (1)$$

m_2 (pastga +):

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a \quad (2)$$

(1)+(2):

$$m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = g \cdot (m_2 - m_1 \cdot \sin \alpha) / (m_1 + m_2)$$

Javob

Harakat sharti: $m_2 > m_1 \cdot \sin \alpha$

$$a = g \cdot (m_2 - m_1 \cdot \sin \alpha) / (m_1 + m_2)$$

3-masala. Prujina va dinamika

Massasi m bo'lgan jism gorizontol prujinaga biriktirilgan va cho'zilib, qo'yib yuboriladi. Prujina qattiqligi k .

Yechim

Prujina kuchi:

$$F = -k \cdot x$$

Nyuton 2-qonuni:

$$m \cdot a = -k \cdot x$$

$a = d^2x/dt^2$ deb olsak:

$$m \cdot (d^2x/dt^2) = -k \cdot x$$

$$d^2x/dt^2 + (k/m) \cdot x = 0$$

Bu tebranma harakat tenglamasi.

Metodik izoh: bu yerda Nyuton qonuni $\rightarrow$ tebranish tenglamasiga olib keladi.

4-masala.

Gorizontol ishqalanishsiz sirt ustida massasi M bo'lgan klin joylashgan. Uning qiya sirtida ishqalanishsiz m massali kichik jism bor. Klin tinchdan qo'yib yuborilganda, jism qiya bo'ylab pastga sirpanadi va klin gorizont bo'ylab qarama-qarshi tomonga harakat qiladi. Qiya burchagi α .

Toping (natija ko'rinishida):

- a) jismning klin nisbatan tezlanishi a_{rel} ;
- b) klinning tezlanishi A .

Yechim (natija ko‘rinishi, metodik uchun)

Bu masala to‘liq yechimda koordinatalar, impuls saqlanishi va Nyuton tenglamalari tizimi ishlatiladi. Yakuniy natijalarni keltiramiz:

Jismning klin nisbatan tezlanishi (qiya bo‘yicha):

$$a_{rel} = g \cdot \sin \alpha / (1 + (m/M) \cdot \sin^2 \alpha)$$

Klinning gorizontal tezlanishi:

$$A = (m/(M + m)) \cdot a_{rel} \cdot \cos \alpha$$

Metodik eslatma:

Buni “murakkab kengaytirilgan misol” sifatida qo‘yib, yoniga: “to‘liq isbot alohida tahlilda beriladi” deb yozib qo‘yish mumkin.

5-masala. Lift va tarozi

Massasi m bo‘lgan jism lift poliga qo‘yilgan tarozi ustida turibdi. Tarozi ko‘rsatishi P .

- a) Lift tinch turganda P ?
- b) Lift a tezlanish bilan yuqoriga harakatlanganda P ?
- c) Lift a tezlanish bilan pastga harakatlanganda P ?
- d) Qachon $P = 0$ bo‘ladi?

Yechim

Kuchlar:

pastga: $m \cdot g$

yuqoriga: N (tarozi ko‘rsatkichi $P = N$)

- a) Tinch/tekis harakat ($a = 0$):

$$\begin{aligned} N - m \cdot g &= 0 \rightarrow N = m \cdot g \\ P &= m \cdot g \end{aligned}$$

- b) Yuqoriga tezlanish a :

$$N - m \cdot g = m \cdot a$$

$$N = m \cdot (g + a)$$

$$P = m \cdot (g + a)$$

c) Pastga tezlanish a :

$$N - m \cdot g = -m \cdot a$$

$$N = m \cdot (g - a)$$

$$P = m \cdot (g - a)$$

d) $P = 0$ bo'lishi uchun:

$$m \cdot (g - a) = 0 \Rightarrow a = g \text{ (pastga)}$$

Javob

$$\text{Tinch: } P = m \cdot g$$

$$\text{Yuqoriga: } P = m \cdot (g + a)$$

$$\text{Pastga: } P = m \cdot (g - a)$$

$$\text{Og'irliksiz holat: } a = g \text{ (pastga)}$$

6-masala. Ikki jism, ishqalanish faqat orasida

Gorizontal stol ustida massasi M bo'lgan katta jism, uning ustida massasi m bo'lgan kichik jism turibdi. Katta jism gorizontal yo'nalishda F kuch bilan tortilmoqda. Stol bilan katta jism orasida ishqalanish yo'q, lekin ikki jism orasida ishqalanish koeffitsiyenti μ .

a) Qaysi shartda kichik jism sirpanmaydi?

b) Shu shartda tizim tezlanishi a ?

Yechim

Sistema umumiy tezlanishi:

$$a = F / (M + m)$$

Kichik jism uchun gorizontaal yoʻnalishdagi yagona kuch — ishqalanish:

$$F_{\text{ish}} = m \cdot a = m \cdot F / (M + m)$$

Maksimal ishqalanish:

$$F_{\text{max}} = \mu \cdot m \cdot g$$

Sirpanmaslik sharti:

$$m \cdot F / (M + m) \leq \mu \cdot m \cdot g$$

$$F / (M + m) \leq \mu \cdot g$$

$$F \leq \mu \cdot (M + m) \cdot g$$

Tezlanish:

$$a = F / (M + m)$$

Javob

$$\text{Sirpanmaslik: } F \leq \mu \cdot (M + m) \cdot g$$

$$a = F / (M + m)$$

7-masala. Qiya tekislikda tinch turish sharti

Qiya tekislik burchagi α , jism massasi m , ishqalanish koeffitsiyenti μ . Jism qiya tekislikda harakat qilmayapti.

Qaysi burchaklarda jism tinch turishi mumkin?

Yechim

Qiya boʻyicha ogʻirlik tarkibi:

$$F_t = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

Normal reaksiya:

$$N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Maksimal ishqalanish:

$$F_{\text{ishmax}} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Tinchlik uchun:

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha \leq \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \leq \mu \cdot \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \mu$$

$$\alpha \leq \operatorname{arctg}(\mu)$$

Javob

Jism tinch turishi uchun:

$$0 \leq \alpha \leq \operatorname{arctg}(\mu)$$

8-masala. Tezlanayotgan vagon va mayatnik

Vagon gorizontal yo‘nalishda a tezlanish bilan harakatlanmoqda. Shiftga uzunligi L bo‘lgan ip bilan massasi m sharcha osilgan. Tezlanish paydo bo‘lganda ip vertikal bilan β burchak hosil qiladi.

a) β ni a va g orqali ifodalang.

b) Ipidagi taranglik T ni toping.

Yechim

Vagon sistemasida sharcha tinch, unga:

pastga: $m \cdot g$

chap/o‘ngga: soxta kuch $m \cdot a$

Shu ikki kuch natijasida ip yo‘naladi.

Yondan qaraganda:

$$\operatorname{tg} \beta = (m \cdot a) / (m \cdot g) = a / g$$

$$\operatorname{tg} \beta = a / g$$

$$\beta = \operatorname{arctg}(a / g)$$

Taranglik:

$$T = \sqrt{(m \cdot g)^2 + (m \cdot a)^2} = m \cdot \sqrt{g^2 + a^2}$$

Javob

- $tg\beta = a / g$
- $T = m \cdot \sqrt{g^2 + a^2}$

9-masala. Sandiqni bosqichma-bosqich tortish

Massasi M bo'lgan sandiq gorizonta pol ustida turibdi. Ishqalanish koeffitsiyenti μ . Sandiqni blok orqali osilgan yuklar bilan tortmoqchisiz.

1-bosqich: ipga massasi m_1 yuk osasiz — sandiq tinch turishi kerak.

2-bosqich: qo'shimcha m_2 yuk qo'shasiz — endi sistema harakatlansin.

Shartlarni toping.

Yechim

Maksimal ishqalanish:

$$F_{\max} = \mu \cdot M \cdot g$$

1-bosqich:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot g &\leq \mu \cdot M \cdot g \\ m_1 &\leq \mu \cdot M \end{aligned}$$

2-bosqich:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \cdot g &> \mu \cdot M \cdot g \\ m_1 + m_2 &> \mu \cdot M \\ m_2 &> \mu \cdot M - m_1 \end{aligned}$$

Javob

$$1\text{-bosqich: } m_1 \leq \mu \cdot M$$

$$2\text{-bosqich: } m_2 > \mu \cdot M - m_1$$

10-masala. Erkin uchayotgan jism va “og‘irlik sezilishi”

Massasi m bo'lgan jism vertikal yuqoriga boshlang'ich tezlik v_0 bilan otiladi. Havo qarshiligi yo'q, faqat og'irlik kuchi $m \cdot g$ ta'sir etadi.

Savol: qaysi nuqtalarda jism “og‘irligini sezmaydi”?

Yechim (metodik)

Jismga har doim bitta kuch ta’sir qiladi: $m \cdot g$.

Agar tagida tayanch bo‘lsa, tayanch reaksiyasi N bo‘lardi, “og‘irlik sezilishi” aslida shu N .

Bu holatda tayanch yo‘q, demak:

$N = 0$ butun harakat davomida.

Shuning uchun jism:

- 📖 yuqoriga ko‘tarilayotganda ham
- 📖 eng yuqori nuqtada ham
- 📖 pastga qaytayotganda ham

doimo erkin tushish tezlanishi bilan harakat qiladi: $a = -g$ va “og‘irlik sezmaydi”.

Metodik izoh:

Ko‘p o‘quvchi “eng yuqori nuqtada og‘irlik nol bo‘ladi” deb o‘ylaydi. Aslida kuch $m \cdot g$ hech qachon yo‘qolmaydi, faqat tayanch bo‘lmagani uchun sezilmaydi.