

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN MASALALAR

1-masala. Ikki avtomobil va uchrashuv vaqti

Ikki avtomobil bir yo'l bo'ylab qarama-qarshi yo'nalishda harakatlanmoqda. Birinchi avtomobil tezligi $v_1 = 18$ m/s, ikkinchisining $v_2 = 22$ m/s. Boshlang'ich masofa ular orasida $s = 800$ m.

Topilsin:

1. Ular qancha vaqtdan so'ng uchrashadi?
2. Shu vaqt ichida har biri nechadan masofa bosib o'tadi?

Yechim

Qarama-qarshi harakat $\rightarrow$ nisbiy tezlik:

$$v_n = v_1 + v_2 = 18 + 22 = 40 \text{ m/s}$$

1. Uchrashuv vaqti:

$$t = s / v_n = 800 / 40 = 20 \text{ s}$$

2. Har biri bosib o'tgan yo'l:

Birinchi avtomobil: $s_1 = v_1 \cdot t = 18 \cdot 20 = 360 \text{ m}$

Ikkinchisi: $s_2 = v_2 \cdot t = 22 \cdot 20 = 440 \text{ m}$

Tekshiruv: $s_1 + s_2 = 360 + 440 = 800 \text{ m} \rightarrow$ to'g'ri.

Javob: $t = 20 \text{ s}, s_1 = 360 \text{ m}, s_2 = 440 \text{ m}.$

2-masala.

Bir yo'l bo'ylab bir yo'nalishda harakatlanayotgan ikki avtomobildan oldingi avtomobil tezligi $v_1 = 15$ m/s, orqa avtomobil tezligi $v_2 = 25$ m/s. Boshlang'ichda ular orasidagi masofa $s = 500$ m.

Topilsin: orqa avtomobil oldingisini necha vaqtda quvib yetadi va shu vaqt ichida orqa mashina nechta masofa bosib o'tadi?

Yechim

Bir yo'nalishdagi nisbiy tezlik:

$$v_n = v_2 - v_1 = 25 - 15 = 10 \text{ m/s}$$

Quvib yetish vaqti:

$$t = s / v_n = 500 / 10 = 50 \text{ s}$$

Orqa mashina bosib o'tgan yo'li:

$$S_2 = v_2 \cdot t = 25 \cdot 50 = 1250 \text{ m}$$

Oldingi mashina yo'li:

$$S_1 = v_1 \cdot t = 15 \cdot 50 = 750 \text{ m}$$

Yangi masofa farqi: $1250 - 750 = 500 \text{ m}$ (boshlang'ich masofani yopdi).

Javob: $t = 50 \text{ s}$, orqa mashina yo'li 1250 m .

3-masala. Yomg'ir yo'nalishi o'zgarishi

Odam yo'lda yugurib ketayotganda yomg'irni vertikal yo'nalishdan 30° og'ilgan holda ko'radi (oldinga egib yog'ayotgandek). Uning tezligi $v_1 = 4 \text{ m/s}$.

Keyin odam tezligini oshirib $v_2 = 8 \text{ m/s}$ bilan yugursa, yomg'ir unga 45° burchak ostida ko'rinadi.

Topilsin:

1. Yomg'irning yerga nisbatan vertikal tezligi v_r (pastga)
2. Yomg'ir tomchilarining gorizonta1 tezligi (agar bo'lsa)
("Oldinga" yo'nalishni odam harakatiga mos deb olaylik.)

Yechim

Odamga nisbatan yomg'ir tezligi komponentlari:

1-holat ($v_1 = 4 \text{ m/s}$):

$\text{tg } 30^\circ = \text{gorizonta1 komponent} / \text{vertika1 komponent}$

$$\text{tg } 30^\circ = 1 / \sqrt{3}$$

Odamga nisbatan yomg'ir gorizonta1 tezligi: $v_{x1} = v_1$ (odamga ko'ra)

Vertika1 komponent: v_v bir xil qoladi (yomg'ir doim pastga).

$$\text{tg } 30^\circ = v_1 / v_v \rightarrow 1 / \sqrt{3} = 4 / v_v$$

$$v_v = 4 \sqrt{3} \approx 6,93 \text{ m/s}$$

2-holat ($v_2 = 8 \text{ m/s}$, burchak 45°):

$$\text{tg } 45^\circ = 1 = v_2 / v_v$$

Demak $v_v = v_2 = 8 \text{ m/s}$ chiqishi kerak edi, lekin birinchi holatda $v_v = 6,93 \text{ m/s}$ chiqdi $\rightarrow$ bu sonlar mos kelmaydi. Shuning uchun bunday ideal holat uchun raqamlar mos emas bo'lib qoldi.

Shu sabab raqamlarni moslab olamiz (metodik jihatdan to'g'ri bo'lishi uchun):

Keling, shartni biroz o'zgartiramiz (sonlar chiroyli chiqishi uchun):

Tuzatilgan shart (mos sonlar bilan):

Odam $v_1 = 4 \text{ m/s}$ tezlikda yugurganda yomg'ir unga 45° burchak ostida ko'rinadi. Tezligini $v_2 = 8 \text{ m/s}$ ga oshirganda esa yomg'ir vertikal yo'nalishdan 60° burchak ostida ko'rinadi.

Yomg'irning vertikal tezligi v_r va yerga nisbatan gorizontal tezligini toping.

Yangi yechim:

$$1\text{-holat: } \operatorname{tg} 45^\circ = 1 = v_1 / v_v \rightarrow v_v = v_1 = 4 \text{ m/s}$$

$$2\text{-holat: } \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} = v_2 / v_v \rightarrow v_v = v_2 / \sqrt{3} = 8 / \sqrt{3}$$

Endi v_v ikkala holatda ham bir xil bo'lishi kerak $\rightarrow$ bu ham mos kelmadi.

☞ Bu ko'rinib turibdiki, bitta tezlik va ikki burchakdan turib yomg'irning mutlaq tezligini topadigan masala son tanlashda juda ehtiyot talab qiladi.

Oshna, bu masala sonlar bilan chiroyli ishlamadi, metodik jihatdan yaramaydi. Shuning uchun yomg'ir masalasini hozircha chetlab o'tamiz va quyidagilarni beraman:

Qolgan 9 ta masalani puxta, aniq sonlar bilan to'liq yechib beraman.

Yomg'ir masalasini esa hozircha olib tashlaymiz, o'rniga chiroyli, toza sonli masala qo'yaman.

3-masala. Eskalator va odam

Pastga qarab harakatlanayotgan eskalatorda turgan odam eskalator bilan birga 12 s da pastga tushadi.

Agar eskalator o'chiq bo'lib, odam o'zi yursa, u pastga 30 s da tushadi.

Topilsin:

1. Eskalator yurib turgan paytda odam o'zi ham yurib tushsa, pastga tushish vaqti qancha bo'ladi?
2. Eskalatorning va odamning tezliklari nisbati?

Eskalator pog'onalar sonini N , odam tezligini v_o , eskalator tezligini v_e deb olamiz.

Yechim

Eskalator ishlayotganda:

$$N = (v_o + v_e) \cdot 12$$

Eskalator o'chiq bo'lganda:

$$N = v_o \cdot 30$$

Ikki tenglamani tenglashtiramiz:

$$v_o \cdot 30 = (v_o + v_e) \cdot 12$$

$$30 v_o = 12 v_o + 12 v_e$$

$$18 v_o = 12 v_e$$

$$v_e / v_o = 18 / 12 = 3 / 2$$

1. Endi agar odam eskalator ishlayotganda avvalgidan 2 baravar tez yuradigan bo'lsa, ya'ni $2 v_o$ bilan yursa:

Umumiy tezlik: $2 v_o + v_e$

$N = v_o \cdot 30$ (avvalgi tenglamadan)

$$t = N / (2 v_o + v_e)$$

$$v_e = (3/2) v_o$$

$$2 v_o + v_e = 2 v_o + 1,5 v_o = 3,5 v_o$$

$$t = 30 v_o / (3,5 v_o) = 30 / 3,5 \approx 8,57 s$$

Javob:

1. $t \approx 8,6 s$
2. $v_e : v_o = 3 : 2$

4-masala. Daryo–kema: oqim tezligini topish

Kema daryo bo'ylab oqim bo'yicha $\Delta t_1 = 1$ soat, oqimga qarshi $\Delta t_2 = 1,5$ soatda bir xil masofani bosib o'tadi.

Kemaning suvga nisbatan tezligi $v_{k/s} = 12 \text{ km/soat}$.

Topilsin: daryo oqimi tezligi v_o va masofa S .

Yechim

Oqim bo'yicha tezlik: $v_1 = v_{k/s} + v_o$

Oqimga qarshi: $v_2 = v_{k/s} - v_o$

$$S = v_1 \cdot \Delta t_1 = v_2 \cdot \Delta t_2$$

$$(v_{k/s} + v_o) \cdot 1 = (v_{k/s} - v_o) \cdot 1,5$$

$$12 + v_o = 1,5 \cdot (12 - v_o) = 18 - 1,5 v_o$$

$$v_o + 1,5 v_o = 18 - 12 = 6$$

$$2,5 v_o = 6 \rightarrow v_o = 6 / 2,5 = 2,4 \text{ km/soat}$$

Masofani topamiz:

$$S = (12 + 2,4) \cdot 1 = 14,4 \text{ km}$$

Javob: $v_o = 2,4 \text{ km/soat}$, $S = 14,4 \text{ km}$.

5-masala. Samolyot va shamol: chiziqli yo'l

Ikki shahar shimol–janub yo'nalishida, orasidagi masofa 300 km.

Samolyot havoga nisbatan $v_{\frac{s}{h}} = 200 \text{ km/soat}$ tezlikka ega. Shamol g'arbdan sharqqa $v_{h/y} = 80 \text{ km/soat}$ tezlik bilan esmoqda.

Topilsin:

1. Samolyot shaharlar orasida to'g'ri uchishi uchun qancha burchak ostida burilishi kerak (g'arb tomoniga)?
2. Uchish vaqti qanchaga teng bo'ladi?

Yechim

1. Shamolni kompensatsiya qilish uchun samolyot havoga nisbatan g'arbgacha yo'naltirilgan komponentga ega bo'lishi kerak:

$$v_{\frac{s}{h}} \cdot \sin \alpha = v_{h/y}$$

$$200 \cdot \sin \alpha = 80$$

$$\sin \alpha = 80 / 200 = 0,4$$

$$\alpha \approx 23,6^\circ$$

2. Shimol tomon yo'nalgan tezlik komponenti:

$$v_{shimol} = v_s \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,16} = \sqrt{0,84} \approx 0,916$$

$$v_{shimol} \approx 200 \cdot 0,916 \approx 183,2 \text{ km/soat}$$

Uchish vaqti:

$$t = 300 / 183,2 \approx 1,64 \text{ soat}$$

Javob: $\alpha \approx 23,6^\circ$ g'arb tomonga, $t \approx 1,64$ soat.

6-masala. Daryodan o'tish va siljish

Daryoning oqim tezligi $v_o = 2 \text{ m/s}$, kengligi $L = 100 \text{ m}$.

Kema suvga nisbatan $v_{k/s} = 5 \text{ m/s}$ tezlik bilan qirg'oqqa nisbatan to'g'ri yo'nalishda harakat qilsa, oqim uni pastga qarab siljitadi.

Topilsin:

1. Kema qarama-qarshi qirg'oqqa necha sekundda yetadi?
2. U oqim yo'nalishida necha metrga siljib ketadi?

Yechim

Qirg'oqqa yo'nalgan tezlik komponenti $v_{\perp}$:

$$v_{\perp} = \sqrt{(v_{k/s})^2 - v_o^2}$$

$$v_{\perp} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} \approx 4,58 \text{ m/s}$$

1. Vaqt:

$$t = L / v_{\perp} = 100 / 4,58 \approx 21,8 \text{ s}$$

2. Oqim bo'yicha siljish:

$$s_o = v_o \cdot t = 2 \cdot 21,8 \approx 43,6 \text{ m}$$

Javob: $t \approx 21,8 \text{ s}$, siljish $\approx 44 \text{ m}$.

7-masala. Minimallashtiruvchi masofa (2D)

Ikki jism A va B koordinata tekisligida harakatlanmoqda.

A jism koordinatasi: $x_A = 0, y_A = 0$ dan $v_A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ tezlik bilan sharqqa

harakatlanadi.

B jism koordinatasi: $x_B = 30 \text{ m}$, $y_B = 40 \text{ m}$ dan g'arbga $v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ tezlik bilan harakatlanadi.

Topilsin:

1. Jismlar orasidagi masofa qachon minimal bo'ladi?
2. Minimal masofa qancha?

Yechim

$$\text{A: } x_A = 4 t, y_A = 0$$

$$\text{B: } x_B = 30 - 6 t, y_B = 40$$

Farqlar:

$$\Delta x = x_B - x_A = 30 - 6 t - 4 t = 30 - 10 t$$

$$\Delta y = y_B - y_A = 40 - 0 = 40$$

Masofa kvadrati:

$$R^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = (30 - 10 t)^2 + 40^2$$

$$R^2 = 100 t^2 - 600 t + 900 + 1600$$

$$R^2 = 100 t^2 - 600 t + 2500$$

Minimal masofa uchun R^2 ning t bo'yicha hosilasi nol bo'ladi:

$$d(R^2)/dt = 200 t - 600 = 0 \rightarrow t = 600 / 200 = 3 \text{ s}$$

Minimal masofa:

$$\Delta x = 30 - 10 \cdot 3 = 0$$

$$\Delta y = 40$$

$$R_{\min} = \sqrt{0^2 + 40^2} = 40 \text{ m}$$

Javob: $t = 3 \text{ s}$, $R_{\min} = 40 \text{ m}$.

8-masala. Eskalator va ikki odam

Pastga harakatlanuvchi eskalatorida A va B odamlar bor.

A odam eskalator yo'nalishi bo'yicha yurib 20 s da pastga tushadi.

B odam esa eskalator yo'nalishiga qarshi yurib 60 s da yuqoriga chiqadi.

Eskalator tezligini v_e , odamlarning eskalatorga nisbatan tezligini v_A va v_B deb belgilaymiz. Pog'onalar soni N bir xil.

Topilsin:

1. v_e ning v_A va v_B ga nisbatan ifodasi
2. Agar A odam eskalator o'chiq holatda turganda pastga yuradigan bo'lsa, u pastga nechchi sekundda tushadi ($v_e = 0$ holat)?

Yechim

Eskalator pastga qarab v_e tezlikda harakatlanadi.

A: pastga qarab ($v_A + v_e$) tezlik bilan tushadi:

$$N = (v_A + v_e) \cdot 20 \dots (1)$$

B: yuqoriga qarab ($v_B - v_e$) tezlik bilan chiqadi:

$$N = (v_B - v_e) \cdot 60 \dots (2)$$

(1) va (2) ni tenglashtiramiz:

$$(v_A + v_e) \cdot 20 = (v_B - v_e) \cdot 60$$

$$20 v_A + 20 v_e = 60 v_B - 60 v_e$$

$$80 v_e = 60 v_B - 20 v_A$$

$$v_e = \frac{60 v_B - 20 v_A}{80} = \frac{3 v_B - v_A}{4}$$

2. Eskalator o'chiq bo'lsa:

$$N = v_A \cdot t_0$$

N ni (1) dan olamiz:

$$N = 20 (v_A + v_e)$$

Demak:

$$v_A \cdot t_0 = 20 (v_A + v_e)$$

$$t^0 = 20 \frac{v_A + v_e}{v_A} = 20 (1 + v_e/v_A)$$

Bu yerda sonli ma'lumot berilmagani uchun javob nisbiy ifoda ko'rinishida qoladi.

Javob:

1. $v_e = (3 v_B - v_A) / 4$
2. $t_0 = 20 (1 + v_e / v_A)$

(Metodik maqsad – nisbiy tezliklar orqali sistematik tenglama qurish.)

9-masala. Uchta jism 120° burchakda

Uchta jism A, B, C bir nuqtadan bir vaqtning o'zida yo'lga chiqadi.

Har birining tezlik moduli $v = 5$ m/s, lekin yo'nalishlari o'zaro 120° burchak hosil qiladi (ya'ni uchburchak uchlari yo'nalishida).

Topilsin:

1. A ga nisbatan B ning nisbiy tezligi $v_{B/A}$
2. A ga nisbatan C ning nisbiy tezligi $v_{C/A}$

Yechim

Simmetriya tufayli ikkalasining moduli ham bir xil bo'ladi.

A va B orasidagi burchak 120° . Nisbiy tezlik moduli:

$$v_{\frac{B}{A}} = \sqrt{v^2 + v^2 - 2 v v \cos 120^\circ}$$

$$\cos 120^\circ = -1/2$$

$$v_{B/A} = \sqrt{2 v^2 - 2 v^2 \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2 v^2 + v^2} = \sqrt{3 v^2} = v \sqrt{3}$$

$$v = 5 \text{ m/s} \rightarrow v_{B/A} = 5 \sqrt{3} \approx 8,66 \text{ m/s}$$

Simmetriya tufayli $v_{C/A}$ ham shuncha.

Javob: $v_{B/A} = v_{C/A} = 5 \sqrt{3} \approx 8,66 \text{ m/s}$.

10-masala. Minimal masofa (2D nisbiy harakat)

A jism (0, 0) nuqtadan sharqqa 5 m/s bilan harakatlanadi.

B jism (40, 30) nuqtadan g'arbga 5 m/s bilan harakatlanadi.

Topilsin:

- a) jismlar orasidagi minimal masofa
- b) bu qachon ro'y beradi?

Yechim

Koordinatalar:

$$A: x_A = 5t, y_A = 0$$

$$B: x_B = 40 - 5t, y_B = 30$$

Masofa kvadrati:

$$R^2 = (40 - 10t)^2 + 30^2$$

Minimal uchun hosila nol:

$$\begin{aligned} dR^2/dt &= 2(40 - 10t)(-10) = 0 \\ 40 - 10t &= 0 \rightarrow t = 4 \text{ s} \end{aligned}$$

Minimal masofa:

$$R_{min} = \sqrt{0^2 + 30^2} = 30 \text{ m}$$

Javob:

$$t = 4 \text{ s}, R_{min} = 30 \text{ m}$$