

AYLANISH KINEMATIKASI VA DINAMIKASI

1. Metodik maqsad

Bu bo'limning asosiy maqsadlari:

- 📖 O'quvchini aylanish harakatining kinematik, dinamik, energetik jihatlarini yaxlit ko'rinishda tushunishga olib kelish.
- 📖 Kuch momenti, inersiya momenti, impuls momenti kabi kattaliklarni geometrik mazmun bilan tushuntirish.
- 📖 Saqlanish qonunlarini (aylanish impulsining saqlanishi) real hayot misollarida mustahkamlash.
- 📖 Olimpiada masalalarida tez-tez uchraydigan:
 - figuristning qo'lini yig'ishi
 - g'ildirakning sirpanmay aylanib yurishi
 - inersiya momenti o'zgarishi
 - momentlar muvozanatikabi masalalarga tayyorlash.

2. Mavzu bayoni

2.1. Aylanish kinematikasi

Aylanish harakatida asosiy kattaliklar:

- φ – burchak yo'li (rad)
- ω – burchak tezlik (rad/s)
- ε – burchak tezlanish (rad/s²)

Aloqalar: $\omega = d\varphi/dt, \varepsilon = d\omega/dt$

Agar burchak tezlanish $\varepsilon = \text{const}$ bo'lsa: $\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t, \varphi = \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot \varepsilon \cdot t^2$

Chiziqli va burchak kattaliklar o'rtasidagi bog'lanish:

$$\begin{aligned}v &= \omega \cdot r \\a_n &= \omega^2 \cdot r \\a_t &= \varepsilon \cdot r\end{aligned}$$

Bu formulalar yordamida:

- sirpanmay aylanish
- g'ildirakning tezligi
- aylanish-tarqalish bog'lanishi

aniqlanadi.

2.2. Aylanish dinamikasi (Kuch momenti)

Aylanishning “ $F = m \cdot a$ ” ga analogi: $M = I \cdot \varepsilon$

bu yerda:

- M – kuch momenti
- I – inersiya momenti
- ε – burchak tezlanish

Kuch momenti ta’rifi: $M = F \cdot r$ (agar kuch markazga tik yo’nalgan bo’lsa)

Umumiy ta’rif: $M = F \cdot r \cdot \sin\theta$

Kuch momenti — aylanishni “jonlantiruvchi” kattalik.

Agar $M = 0$ bo’lsa: ω o’zgarmaydi, aylanish impulsini saqlanadi

2.3. Inersiya momenti I

Inersiya momenti — jismning aylanishdagi inertligi, ya’ni uning aylanishga qarshiligi.

Ta’rif: $I = \sum m \cdot r^2$ (uzluksiz jismlar uchun integral)

Muayyan jismlar uchun:

- halqa: $I = m \cdot r^2$
- silindr: $I = 1/2 \cdot m \cdot r^2$
- shar: $I = 2/5 \cdot m \cdot r^2$
- ingichka tayoq (markazdan): $I = 1/12 \cdot m \cdot l^2$

Metodik izoh:

I — jism og’irligi emas, massaning markazga nisbatan taqsimlanganligi.

2.4. Impuls momenti (aylanish impuls)

Ta’rif: $L = I \cdot \omega$

Bu aylanishdagi “ $p = m \cdot v$ ” ning analogi.

Agar tashqi moment bo’lmasa L saqlanadi

Bu juda muhim olimpiada qonuni: $I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$

Real misollar:

- figurist qo'lini yig'ganda ω oshadi
- velosiped g'ildiragi yon tomonga og'ishni oldini oladi
- sayyoralarning aylanishi

2.5. Aylanish energiyasi

Aylanish kinetik energiyasi: $E = 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$

Agar jism sirpanmay aylanib harakat qilsa, umumiy energiya:

$$E = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

Sirpanmaslik sharti: $v = \omega \cdot r$

Bu shart har qanday g'ildirak, shar, silindr masalalarida ishlatiladi.

2.6. Impuls momentining saqlanishi

Tashqi moment bo'lmasa: $L = \text{const}, I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$

Bu qonun qaysi holatlarda ishlatiladi:

- figurist
- massani o'qqa yaqinlashtirish
- o'q bo'ylab harakat qiluvchi tayoq
- g'ildirak ustidan yuk tushishi

Bu olimpiada uchun eng kuchli vositalardan biri.

2.7. Siljish + aylanish (sirpanmay yurish)

Jism sirpanmay yursa:

- teginish nuqtasidagi tezlik = 0
- $v = \omega \cdot r$
- kuchlar momentini hisoblashda tutqich r = radius bo'ladi

Energiyada: $E = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$

Bu masalalar velosiped g'ildiragi, shinalar, barabanning aylanishi, aylanayotgan shar kabi holatlarda uchraydi.

3. Metodik yordam

O'quvchini qiynaydigan asosiy joylar:

1. Chiziqli va burchak kattaliklarni aralashtirish

$$\begin{aligned}v &= \omega \cdot r \\ a_n &= \omega^2 \cdot r \\ a_t &= \varepsilon \cdot r\end{aligned}$$

Metodik mashq: Har bir tenglama yoniga "lineyar" va "aylanuvchi" deb yozish.

2. Inersiya momenti fiziologik his qilinmaydi

Uchta qoidani yodlash yetarli:

- massa markazdan uzoqlashsa $\rightarrow I$ ortadi
- markazga yaqinlasha $\rightarrow I$ kamayadi
- I qanchalik katta bo'lsa $\rightarrow$ jismni aylantirish shunchalik qiyin

3. Impuls momentini qo'llashdagi tartib

Saqlanishni qo'llash uchun:

1. tashqi moment yo'qligi aniqlanadi
2. I_1 va I_2 hisoblanadi
3. ω_1 va ω_2 bog'lanadi
4. energiya emas, aynan L saqlanishi ishlatiladi

4. Kuch momenti belgisini tanlash

Soat strelkasiga qarshi $\rightarrow$ musbat

Soat yo'nalishi $\rightarrow$ manfiy

Bu belgini to'g'ri tanlamaslik $\rightarrow$ 50% xato.

5. Sirpanmaslik shartni ishlatish

$$v = \omega \cdot r$$

Bu shartni qo'llash:

- energiyada
- tezliklarda
- impulsda
- kuch momentida

hamma joyda tezliklarni moslashtiradi.

4. Tipik xatolar

Xato 1. I formulasini yodlab, fizik ma'nosini unutish

Tuzatish: I — massaning radiusga bog'liqligi.

Xato 2. Energiya va impuls momentini aralashtirish

E saqlanishi uchun ish bo'lmasligi kerak, L saqlanishi uchun tashqi moment bo'lmasligi kerak.

Xato 3. Sirpanmay shartni qo'llamaslik

$v \neq \omega \cdot r$ bo'lsa, masala noto'g'ri ketadi.

Xato 4. Kuchni emas, momentni ishlatish kerakligini tushunmaslik

$M = F \cdot r$ bo'ladi, F emas.

5. Namunaviy masala (to'liq yechim bilan)

Masala: Massasi $m = 2 \text{ kg}$, radiusi $r = 0,20 \text{ m}$ bo'lgan ingichka halqa $I = m \cdot r^2$ hajmi bilan 2 m balandlikdan sirpanmay aylanib pastga tushmoqda. Tepada boshlang'ich tezlik nol.

- a) Pastdagi chiziqli tezlikni toping.
- b) Pastdagi burchak tezlikni toping.
- c) Energiya qanday taqsimlangan?

Yechim:

a) Energiyaning saqlanishi:

$$m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

Halqa uchun: $I = m \cdot r^2$

Sirpanmay shart: $v = \omega \cdot r \rightarrow \omega = v/r$

Tenglama: $m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot m \cdot r^2 \cdot (v^2/r^2)$

m qisqaradi: $g \cdot h = 1/2 \cdot v^2 + 1/2 \cdot v^2 = v^2$

Demak: $v = \sqrt{g \cdot h}$

$$v = \sqrt{9,8 \cdot 2} \approx \sqrt{19,6} \approx 4,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Burchak tezlik:

$$\omega = v/r = 4,43/0,20 = 22,15 \text{ rad/s}$$

c) Energiyaning taqsimlanishi:

Potensial energiya $m \cdot g \cdot h = 19,6 \text{ J}$

Kinetik energiya:

- chiziqli: $1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 2 \cdot 4,43^2 \approx 19,6 \cdot 1/2 = 9,8 \text{ J}$
- aylanish: $1/2 \cdot I \cdot \omega^2 = 9,8 \text{ J}$

Energiyaning yarmi chiziqli, yarmi aylanishga ketadi.

YAKUNIY XULOSA

Bu yagona metodik tavsiya orqali o'quvchi:

- aylanishning butun mexanik mohiyatini
 - moment, impuls momenti, energiya, saqlanish qonunlarini
 - real masalalarga tatbiq qilishni
- bir butun tizim sifatida o'zlashtiradi.

Yakuniy METODIK TAVSIYA

(Aylanish kinematikasi va dinamikasini o'qitish va o'rganish bo'yicha umumiy ko'rsatma)**

1. Mavzuni o'zlashtirishning umumiy algoritmi

Aylanish mexanikasida o'quvchilar eng ko'p tushunchalarni aralashtirib yuboradi. Shuning uchun har bir masalani yechishda quyidagi 4 bosqichli metodik tartib qo'llanadi:

1-bosqich. Fizik modelni tanlash

Masalani birinchi o'qishda o'zingizdan so'rashingiz zarur:

- jism aylanayaptimi yoki sirpanmay aylanayaptimi?
- tashqi kuch moment hosil qilyaptimi?
- jismning massasi qayerga taqsimlangan?

Agar model noto'g'ri tanlansa, keyingi qadamlar behuda bo'ladi.

2-bosqich. Asosiy qonunni tanlash

Masalada qaysi qonun ishlashini aniqlash eng muhim bosqichdir:

- $M = I \cdot \varepsilon \rightarrow$ tashqi moment bor
- L saqlanishi: $I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2 \rightarrow$ tashqi moment yo‘q
- Energiyaning saqlanishi $\rightarrow$ ish qiluvchi kuch yo‘q
- $v = \omega \cdot r \rightarrow$ sirpanmay aylanish sharti

O‘quvchilar ko‘pincha *hammasini bir vaqtning o‘zida ishlatishga* harakat qiladi.
Metodik qoida:

“Masala – bittagina markaziy fizik qonun bilan yechiladi, qolganlari yordamchi rol o‘ynaydi.”

3-bosqich. Inersiya momentini to‘g‘ri aniqlash

Ko‘p xatolar I ni noto‘g‘ri tanlashdan kelib chiqadi.

Metodik yondashuv:

1. Jism shaklini aniqlash
2. O‘q qayerdan o‘tyapti?
3. Jadvaldan mos formulani tanlash
4. Agar jism o‘qdan siljigan bo‘lsa $\rightarrow$ paralel o‘qlar teoremasini ishlatish

I – bo‘limning eng markaziy kattaligi.

4-bosqich. Tezliklarni bog‘lash (agar zarur bo‘lsa)

Sirpanmay shart:

$$v = \omega \cdot r$$

Energiya, impuls va momentlarda tezliklar mos bo‘lishi uchun bu shart majburiy.

Metodik tavsiya:

Har masalada v va ω ni ko‘rgan zahoti ular orasidagi bog‘lanishni tekshiring.

2. Aylanish masalalarini osonlashtiruvchi metodik triyoq (3 ta oltin qoida)

1-qoida: “Moment $\rightarrow$ aylanish, kuch $\rightarrow$ siljish.”

Kuchni ko‘rib, darrov uning momentini hisoblang: $M = F \cdot r$

Aylanish faqat moment bilan tahlil qilinadi.

2-qoida: “Kim markazga yaqinlashsa – tezlashadi.”

Bu impuls momenti saqlanishining hissiy talqini:

- I kamayadi $\rightarrow \omega$ oshadi
- I ortadi $\rightarrow \omega$ kamayadi

Figurist misoli — eng yaxshi mental model.

3-qoida: “Aylanishli jismning energiyasi ikki qismdan iborat.”

$$E = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

Ko‘plab o‘quvchilar faqat $1/2 \cdot m \cdot v^2$ ni qo‘llaydi.

Bu — olimpiadada eng ko‘p xato.

3. O‘quvchini olimpiadaga tayyorlash uchun maxsus usullar

Metodik jihatdan quyidagi 5 bosqich qattiq tavsiya qilinadi:

1. Tezlik bog‘lanishini avtomatlashtirish

Har bir masalada:

$$v \leftrightarrow \omega \leftrightarrow r$$

uchburchagining eng qulay yo‘lini topishga o‘rgatish.

2. Murakkab sistemalarni soddalashtirib ko‘rish

Aylanish masalalarida:

- jismni 1 nuqta massasi kabi tasavvur qilish
- jismni sektorlarga ajratish
- I ning mos formulasi bilan almashtirish

Masalani zudlik bilan yengillashtiradi.

3. Momentlarni belgilash qoidasi

Moment yo‘nalishini aniqlash qiyin bo‘ladi.

Metodik yordam: soat miliga qarshi $\rightarrow$ musbat, soat yo‘nalishi $\rightarrow$ manfiy

Diagramma chizish majburiy emas, lekin tavsiya qilinadi.

4. Aylanish energiyasini chiziqli energiya bilan solishtirish

Metodik mashq:

- g'ildirak uchun qaysi energiya ko'proq?
- shar uchun-chi?
- katta radiusli jism tezroq yuradimi yo kichikmi?

Bu fikrlash o'quvchiga intuitsiya beradi.

5. "Tahlil qilish – hisoblashdan oldin" qoidasi

Masala yechishdan oldin quyidagi savollar beriladi:

1. Jism tezlashadimi yoki sekinlashadimi?
2. Tezlik oshadimi yoki kamayadimi?
3. Energiya qaysi tomonga oqyapti?

O'quvchi javoblarini oldindan bilsa, arifmetik xatolarni tuzatadi.

4. Tipik xatolar va ularni bartaraf etish bo'yicha yakuniy metodika

Xato	Sabab	Metodik yechim
ω va v ni noto'g'ri bog'lash	$v = \omega \cdot r$ ni unutish	Har formula yoniga "sirpanmay shart" degan belgi qo'yiladi
Moment o'rniga kuchdan foydalanish	$M = F \cdot r$ ni yoddan chiqarish	Vektor chizmasida tutqichni alohida ko'rsatish
Energiyaning noto'g'ri taqsimlanishi	$E = 1/2 \cdot m \cdot v^2$ ga o'rganib qolish	Har masalada aylanish energiyasi alohida yoziladi
I noto'g'ri tanlanishi	jism shaklini tasavvur qilmaslik	Shakllar jadvalini yon daftariga yozib yurish
L saqlanishini energiya bilan aralashtirish	qaysi sharoitda qaysi qonun ishlashini bilmaslik	"Tashqi moment = 0?" degan savolni majburiy berish

5. Yakuniy metodik tavsiya (umumlashtirilgan)

O'qituvchi va o'quvchi uchun eng muhim 6 tamoyil:

1. Harakatni chizma bilan boshlang.

Aylanish masalalarining 70% yechimi to‘g‘ri chizma bilan belgilanadi.

2. Avval “nima saqlanadi?” degan savol beriladi.

- Energiya saqlanadi → ish yo‘q
- Impuls momenti saqlanadi → tashqi moment yo‘q
- Kuch momenti bilan yo‘nalish tahlili → epyuraga qaraladi

3. Inersiya momenti – massaning radius bo‘yicha taqsimlanish shakli.

Faqat formulalarni yodlash emas, balki *massaning qayerda joylashganini his qilish* muhim.

4. Sirpanmaslik shartini unutmaslik barcha masalalarni yengillashtiradi.

$$v = \omega \cdot r$$

Agar bu ishlatilmasa — butun yechim buziladi.

5. Aylanish energiyasi – ikki qismdan iborat.

$$1/2 \cdot m \cdot v^2 \rightarrow \text{“tana markazi harakati”},$$

$$1/2 \cdot I \cdot \omega^2 \rightarrow \text{“aylanish energiyasi”}.$$

6. Jism markazga yaqinlashsa, aylanish tezlashadi.

Bu qoida impuls momentini sezgir his qilishga yordam beradi.