

AYLANISH MEXANIKASI: 10 TA MASALA (TO'LIQ YECHIM BILAN)

1-masala. Halqaning pastga tushishi

Massasi $m = 2$ kg, radiusi $r = 0,25$ m bo'lgan ingichka halqa balandligi $h = 1,8$ m dan sirpanmay dumalab tushmoqda.

a) Pastdagi chiziqli tezlik v ?

b) Pastdagi burchak tezlik ω ?

Yechim

Energiya saqlanishi:

$$m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

Halqa uchun: $I = m \cdot r^2$

Sirpanmay shart: $v = \omega \cdot r \rightarrow \omega = v/r$

Tenglama: $m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot m \cdot r^2 \cdot (v^2/r^2)$

m qisqaradi:

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot v^2 = v^2$$

$$v = \sqrt{g \cdot h} = \sqrt{9,8 \cdot 1,8} = \sqrt{17,64} \approx 4,2 \frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{4,2}{0,25} = 16,8 \frac{rad}{s}$$

2-masala. Silindrning sirpanmay aylanib tushishi Massasi 3 kg, radiusi 0,2 m bo'lgan to'la silindr $I = 1/2 \cdot m \cdot r^2$ $h = 2$ m balandlikdan dumalab tushadi. Pastdagi chiziqli tezlikni toping.

Yechim

$$m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

Silindr uchun: $I = 1/2 \cdot m \cdot r^2$

Sirpanmay: $\omega = v/r$

$$m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/4 \cdot m \cdot v^2$$

m qisqaradi:

$$g \cdot h = 3/4 \cdot v^2$$

$$v^2 = (4/3) \cdot g \cdot h = (4/3) \cdot 9,8 \cdot 2 = 26,1$$

$$v \approx 5,1 \text{ m/s}$$

3-masala.

Aylanish momentiga ega silindrning ustiga massasi $m = 1 \text{ kg}$ bo'lgan kichik yuk tushib yopishadi. Silindrning massasi 4 kg , radiusi $0,30 \text{ m}$. Silindr dastlab $\omega_0 = 12 \text{ rad/s}$ tezlik bilan aylanmoqda. Yuk tushgandan keyingi ω ni toping.

Yechim

Tashqi moment yo'q $\rightarrow$ impuls momenti saqlanadi:

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

Dastlab:

$$I_1 = 1/2 \cdot M \cdot r^2 = 1/2 \cdot 4 \cdot (0,30)^2 = 0,18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Keyin:

Yuk nuqta massasi sifatida: $I_{yuk} = m \cdot r^2 = 1 \cdot 0,30^2 = 0,09$

$$I_2 = 0,18 + 0,09 = 0,27$$

Endi impuls saqlanishi:

$$\omega_2 = I_1 \cdot \omega_1 / I_2 = 0,18 \cdot 12 / 0,27 = 2,16 / 0,27 \approx 8 \text{ rad/s}$$

4-masala. G'ildirakka moment ta'siri

Radiusi $0,25 \text{ m}$ bo'lgan g'ildirakka $F = 12 \text{ N}$ kuch r ga tik yo'nalishda qo'yildi. $I = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Burchak tezlanishni toping.

Yechim

Moment:

$$M = F \cdot r = 12 \cdot 0,25 = 3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Dinamik tenglama:

$$M = I \cdot \varepsilon \rightarrow \varepsilon = M / I = 3 / 0,5 = 6 \text{ rad/s}^2$$

5-masala. Tezlashayotgan aylanish diski Diskning $I = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Diskka $M = 2 \text{ N} \cdot \text{m}$ moment qo'yilgan. 5 sekunddan keyingi ω ?

Yechim

$$\varepsilon = M / I = 2 / 0,4 = 5 \text{ rad/s}^2$$

Dastlab $\omega_0 = 0$:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t = 5 \cdot 5 = 25 \text{ rad/s}$$

6-masala. Tayoqning markazdan aylanmasi

Uzunligi 1,2 m bo'lgan ingichka tayoq o'rtasidan o'tgan o'q atrofida aylanmoqda. $m = 0,5 \text{ kg}$. I formulasi: $I = 1/12 \cdot m \cdot l^2$, $\omega = 10 \text{ rad/s}$ bo'lganda energiyani hisoblang.

Yechim

$$I = 1/12 \cdot 0,5 \cdot 1,2^2$$
$$1,2^2 = 1,44$$

$$I = 1/12 \cdot 0,5 \cdot 1,44 = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$E = 1/2 \cdot I \cdot \omega^2 = 1/2 \cdot 0,06 \cdot 100 = 3 \text{ J}$$

7-masala. Aylanuvchi platformadagi odam Platforma I platforma = $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Odam inersiya momenti bilan birga umumiy $I_1 = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Odam qo'llarini yig'ib $I_2 = 2,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ga keltiradi. Boshlang'ich $\omega_1 = 5 \text{ rad/s}$.

Yakuniy ω ?

Yechim

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = I_1 \cdot \omega_1 / I_2 = 3 \cdot 5 / 2,4 = 15 / 2,4 = 6,25 \text{ rad/s}$$

8-masala. G'ildirak sirpanmay tepalikka chiqmoqda

Massasi 3 kg, radiusi 0,20 m bo'lgan to'la silindr pastdan $v = 4 \text{ m/s}$ tezlik bilan yuqoriga chiqmoqda. Qancha balandlikka ko'tariladi?

Yechim

$$E = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

$$I = 1/2 \cdot m \cdot r^2$$

Sirpanmay: $\omega = v/r$

$$E = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/4 \cdot m \cdot v^2 = 3/4 \cdot m \cdot v^2$$

Bu energiya $m \cdot g \cdot h$ ga teng:

$$m \cdot g \cdot h = 3/4 \cdot m \cdot v^2$$

$$g \cdot h = 3/4 \cdot v^2$$

$$h = 3/4 \cdot v^2 / g = 0,75 \cdot 16 / 9,8 \approx 12 / 9,8 = 1,22 \text{ m}$$

9-masala. Aylanishdan to'xtash va ish bajarish

Aylanuvchi g'ildirak $I = 0,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ boshlang'ich $\omega = 20 \text{ rad/s}$. Tormoz lovhasi $R = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ qarshi moment qo'llaydi. Necha sekundda to'xtaydi?

Yechim

$$M = I \cdot \varepsilon \rightarrow \varepsilon = M/I = 10/0,8 = 12,5 \text{ rad/s}^2$$

Tormoz $\rightarrow \varepsilon$ manfiy:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t \rightarrow 0 = 20 - 12,5 \cdot t$$

$$t = 20 / 12,5 = 1,6 \text{ s}$$

10-masala. G'ildirakning chiziqli energiyasiga nisbati

Massasi 2 kg , radiusi $0,15 \text{ m}$ bo'lgan halqa $v = 3 \text{ m/s}$ tezlikda sirpanmay aylanadi. Aylanish energiyasi bilan chiziqli energiya nisbatini toping.

Yechim

$$E_{\text{chiziqli}} = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 1/2 \cdot 2 \cdot 9 = 9 \text{ J}$$

Halqa: $I = m \cdot r^2$

$$\omega = v/r = 3/0,15 = 20 \text{ rad/s}$$

$$E_{\text{aylanish}} = 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$$

$$I = 2 \cdot 0,15^2 = 0,045$$

$$E_{\text{aylanish}} = 1/2 \cdot 0,045 \cdot 400 = 9 \text{ J}$$

Nisbat:

$$E_{\text{aylanish}} / E_{\text{chiziqli}} = 9 / 9 = 1$$

Halqa uchun energiya teng bo'linadi.