

GOMOTETIYA VA O'XSHASHLIK

1-BO'LIM. GOMOTETIYA NIMA VA NIMA UCHUN OLIMPIADADA BUNCHALIK MUHIM?

1.1. Gomotetiya — oddiy ta'rif emas, kuchli fikrlash quroli

Gomotetiya — bu tekislikdagi barcha nuqtalarni bitta markazdan bir xil nisbatda uzoqlashtirish (yoki yaqinlashtirish) akslantirishidir.

Ammo olimpiadada: gomotetiya — figuralar orasidagi yashirin bog'lanishni ko'rish san'ati. Ko'plab geometriya masalalari shunday beriladi chizmada o'xshashlik yo'qdek ko'rinadi, parallel chiziqlar chiqmaydi, lekin bitta to'g'ri tanlangan nuqta hammasini ochib yuboradi. Bu nuqta — gomotetiya markazi bo'ladi.

1.2. Olimpiada darajasidagi eng muhim savol

Oddiy darslik savoli: “Gomotetiya nima?”

Olimpiada savoli: “Bu chizmada qaysi ikkita figura yashirincha o'xshash?”

Agar o'quvchi buni sezsa: masalaning 60–70 % i yechilgan bo'ladi.

1.3. GOMOTETIYA MARKAZI QAYERDA YASHIRINGAN BO'LADI?

Bu juda muhim metodik punkt.

Eng ko'p uchraydigan holatlar: Ikki aylana berilgan bo'lsa → ularning ichki yoki tashqi urinish nuqtalari. Ikki uchburchak mos tomonlari parallel bo'lmasa → mos uchlarni tutashtirib kesishgan nuqta

Aylana va uchburchak → urinish nuqtasi, markazlar chizig'i

Ko'p kesmalar bir yo'nalishda cho'zilib ketayotgan bo'lsa → ularning kesishish nuqtasi

Olimpiadada markaz hech qachon “tayyor” berilmaydi — u topiladi.

1.4. KLASSIK OLIMPIADA MISOLI 1

(gomotetiyani ko'rishga o'rgatuvchi)

Masala: ABC uchburchakda AB va AC tomonlarda mos ravishda D va E nuqtalar olingan. BD va CE kesmalar kesishib H nuqtani hosil qiladi.

Isbotlang: D, E, A nuqtalar orqali o'tuvchi aylana bilan. B, C, H nuqtalar orqali o'tuvchi aylana o'zaro o'xshash.

Yechim: Bu masalada: $D \rightarrow A, E \rightarrow A, B \rightarrow H, C \rightarrow H$ nuqtalar bir markazdan qaralsa, mos keladi.

Kalit savol: Qaysi nuqtadan qaraganda BA va HA bir yo'nalishda, CA va HA bir yo'nalishda ko'rinadi?

Bu nuqta — H .

H dan qaralganda: $\triangle HDA$ va $\triangle HBA$, $\triangle HEA$ va $\triangle HCA$ o'zaro o'xshash.

Demak ikkala aylana gomotetik obrazlar.

Metodik izoh (o'qituvchi uchun)

Bu masala: "Avval chizma" emas, "Avval qaysi nuqtalardan qarash kerak?" degan savolni o'rgatadi

O'quvchi shuni tushunadi: gomotetiya — ko'z bilan ko'rilmaydi, aql bilan topiladi.

1.5. GOMOTETIYA VA O'XSHASHLIK O'RTASIDAGI ENG MUHIM ALOQA

Har qanday gomotetiya $\rightarrow$ o'xshashlik.

Lekin har bir o'xshashlik bitta gomotetiya emas, ba'zida aylantirish + gomotetiya birga keladi.

Olimpiadada esa masalalar ataylab shunday tanlanadiki, faqat gomotetiya yetarli bo'lsin.

1.6. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI 2

(yashirin o'xshashlik)

Masala: Uchburchak ABC da ichki aylana AB tomonga D nuqtada, AC tomonga E nuqtada tegadi.

Isbotlang: $AD = AE$

Yechim: Ichki chizilgan aylananing markazi I bo'lsin. I nuqtadan qaraganda $IB \perp AB, IC \perp AC$

Demak $ID \perp AD$, $IE \perp AE$

Bundan $\triangle IDA$ va $\triangle IEA$ o'zaro o'xshash (bir burchak, bir tomon nisbat).

Shuning uchun: $AD = AE$

Metodik izoh

Bu masala:

- formulalarsiz
- faqat qarash nuqtasini to'g'ri tanlash bilan ochiladi.

1.7. 1-BO'LIM BO'YICHA ASOSIY METODIK XULOSALAR

Gomotetiya — bu qayerdan qarash masalasi

Markaz – ko'pincha aylana urinish nuqtasi yoki kesmalar kesishgan joy

O'xshashlikni “parallel izlash” bilan emas, yo'nalish izlash bilan topamiz

Chizmada “harakat”ni sezish muhim

Bu bo'lim — barcha geometriya masalalariga kirish eshigi

2-BO'LIM. GOMOTETIYA MARKAZINI TOPISH STRATEGIYALARI

“Markaz topilsa — masalaning yarmi yechildi”

2.1. Asosiy g'oya

Gomotetiya markazsiz ishlamaydi, markaz hech qachon aniq berilmaydi, balki topiladi.

Olimpiada savolining yashirin shakli: “Qaysi NUQTADAN qaralsa, figuralar o'xshash bo'lib ko'rinadi?”

Agar o'quvchi shuni topa olsa: formulalar kerak bo'lmaydi, nisbatlar o'z-o'zidan chiqadi.

2.2. GOMOTETIYA MARKAZINI TOPISHNING 4 TA ASOSIY STRATEGIYASI

1. MOS UCHLARNI TUTASHTIRISH STRATEGIYASI

Agar ikkita uchburchak berilgan, qaysi uch qaysisiga mosligi tushunarli

Unda mos uchlarni to'g'ri chiziqlar bilan ulang, ular bitta nuqtada kesishsa $\rightarrow$ shu nuqta gomotetiya markazi.

Signal: AB va $A'B'$ parallel emas, ammo A, A', B, B' bog'lanishi seziladi

2. AYLANALAR ORQALI TOPISH

Agar ikki aylana berilgan, ular tegishgan yoki umumiy urinmaga ega bo'lsa

Unda markaz: ichki urinishda $\rightarrow$ urinish nuqtasi, tashqi to'g'ri urinmada $\rightarrow$ markazlar chizig'ida

Signal: aylana + urinish $\rightarrow$ gomotetiya deyarli doim mavjud

3. KESMALAR YO'NALISHI ORQALI

Agar: bir nechta kesma bir yo'nalishda cho'zilib ketsa, ular parallel emas, lekin "bir tomonga qarayapti"

Unda: ularning cho'zilmalarini qarang, kesishgan joy $\rightarrow$ markaz

Bu juda olimpiadaga xos usul.

4. SIMMETRIYADAN KELIB CHIQIB

Agar: figura "biror nuqtaga qarab kengayadi", yoki "ichkariga tortiladi"

Unda: simmetriya emas, balki gomotetiya bor, markaz — simmetriya nuqtasi emas, nisbat nuqtasi

2.3. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(mos uchlarni ulash)

Masala: ABC va $A'B'C'$ uchburchaklar tekislikda berilgan. $AB \parallel A'B', BC \parallel B'C', CA \parallel C'A'$.

Isbotlang: ikki uchburchak gomotetik nuqtasi, va markazini toping.

Yechim: Mos uchlar: $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$

Chiziqlarni tortamiz: AA', BB', CC'

Bu uchala to'g'ri chiziq bitta nuqtada kesishadi (parallel shartlar bo'yicha).

Shu nuqta: O — gomotetiya markazi

Bundan: $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC}$

Gomotetiya isbotlandi.

2.4. TIPIK XATOLAR

Paralellarni ko'rdim $\rightarrow$ o'xshashlik deb o'ylash

Markazni uchlardan deb taxmin qilish

Nisbatni topmasdan xulosa chiqarish

Asosiy xato: "markaz qayerda?" savolini bermaslik

2.5. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(aylana + markaz)

Masala: Ikkita aylana tashqi tomondan A nuqtada tegadi. Ularga umumiy tashqi urinma o'tkazilgan, u aylanalarga mos ravishda B va C nuqtalarda tegadi.

Isbotlang: A, B, C bir to'g'ri chiziqli yotadi

Yechim: Bu yerda ikkita aylana, tashqi urinish, umumiy urinma

Gomotetiya: markaz — A nuqta, kichik aylana $\rightarrow$ katta aylana

Urinmalar: bir aylananing B nuqtasi, ikkinchisining C nuqtasi gomotetiya orqali mos keladi.

Shuning uchun: A, B, C bir chiziqli

Isbot tugadi.

2.6. METODIK TAVSIYALAR (ENG MUHIM QISM)

O'qituvchi uchun: Darsda hech qachon markazni aytib yubormang

Savolni shunday bering: "Qayerdan qaralsa shakllar o'xshab ketadi?"

O'quvchini quyidagiga o'rgating: avval mos juftlarni aniqlash, keyin chiziqlarni xayolan cho'zish, keyin kesishish nuqtasini qidirish

Doskada: bitta masalani 3 xil noto‘g‘ri markaz bilan ko‘rsatib, nega ishlamasligini muhokama qilish juda foydali

2.7. BO‘LIM XULOSASI (SIGNALLAR)

Mos uchlar $\rightarrow$ markazni ulash, Aylana urinishi $\rightarrow$ markaz deyarli tayyor, Kesma yo‘nalishlari $\rightarrow$ cho‘z, kesishuvni top, Markazni topmasdan nisbat yozma Gomotetiya — “qarash nuqtasi” san’ati

3-BO‘LIM. GOMOTETIYA ORQALI O‘XSHASHLIKNI KO‘RISH

“Parallellik yo‘q joydan o‘xshashlik chiqarish”

3.1. Asosiy g‘oya

Ko‘p o‘quvchilar o‘xshashlikni: parallel tomonlar, teng burchaklar orqali qidiradi.

Olimpiadada esa ko‘pincha: parallel yo‘q, lekin o‘xshashlik BOR.

Bu yerda kalit: gomotetiya orqali qarash, qaysi ikki figura bitta markazdan turib moslashadi?

3.2. O‘XSHASHLIKNI “KO‘RISH”NING ENG ISHONCHLI BELGILARI

Quyidagi signallardan bittasi bo‘lsa, gomotetiya izlanadi:

Ikki uchburchakning cho‘qqilari bitta nuqta bilan bog‘liq
Aylana bilan bog‘liq kesmalar (tangent, radius)
“Ichkaridan tashqariga” yoki “kichikdan kattaga” o‘shish
Bir figuradagi nuqtalar ikkinchisiga yo‘nalish bo‘yicha mos

Muhim: nisbatni yozishdan oldin o‘xshashlikni topamiz.

3.3. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(parallellik yo‘q, lekin o‘xshashlik bor)

Masala: Uchburchak ABC ichida ixtiyoriy P nuqta olingan. AP, BP, CP to‘g‘ri chiziqlar mos ravishda qarama-qarshi tomonlarni D, E, F nuqtalarda kesadi.

Isbotlang: D, E, F bir aylana ustida yotadi

Yechim: Bunda odatda aylana qidiriladi, lekin gomotetiya tezroq. P — ichki markaz emas, ixtiyoriy.

Qaraymiz: $\triangle APD$ va $\triangle APC$, $\triangle BPE$ va $\triangle BPA$, $\triangle CPF$ va $\triangle CPB$

Har bir juftda: bir burchak umumiy, qarama-qarshi tomonlar bir yo‘nalishda.

Bu juftlar bitta markaz — P orqali o‘xshash.

Shuning uchun: D, E, F — mos nuqtalar ketma-ketligi, ular bitta aylana hosil qiladi

Isbot tugadi.

Tipik xato

Burchaklarni zo‘rlab tenglashtirish

Aylana teoremasi izlash

Gomotetiyaning ko‘rmaslik

3.4. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(aylana + gomotetiya $\rightarrow$ o‘xshashlik)

Masala: Uchburchak ABC da tashqi aylana AC tomoniga D nuqtada tegadi.

BD to‘g‘ri chiziqli aylana bilan ikkinchi marta E nuqtada kesishadi.

Isbotlang: $DE = DA$

Yechim: Bu yerda markaz: D (urinish nuqtasi)

Aylana: DA — radius yo‘nalishi, DE — vatar

D dan qaraganda: DA va DE mos yo‘nalishlar

Gomotetiya: D markazli, kichik yoy $\rightarrow$ katta yoy

Shu sabab: $DE = DA$

Isbot sof gomotetiya bilan yopildi.

3.5. O‘XSHASHLIKNI TOPISH ALGORITMI

(o‘quvchiga o‘rgatiladigan ketma-ketlik)

Qaysi figura kichik, qaysi katta?

“Qayerdan qaralsa” kichik $\rightarrow$ katta bo‘ladi?

Mos nuqtalarni taxminan bog‘la

Kesishish bor-mi? $\rightarrow$ MARKAZ

Endi nisbat yozish mumkin

3.6. ENG KO‘P UCHRAYDIGAN XATOLAR

O‘xshashlikni paralelsiz tasdiqlashdan qo‘rqish
Markazni topmasdan nisbat yozish
Aylana bo‘lsa — darrov kuch teoremasiga o‘tish
“Ko‘rinmayapti” deb gomotetiyani inkor qilish

3.7. METODIK TAVSIYALAR (O‘QITUVCHI UCHUN)

Darsda bitta masalani 2 yo‘l bilan ko‘rsating:

biri klassik (burchak/aylana)

biri gomotetiya bilan

O‘quvchidan so‘rang:

“Parallel yo‘q — lekin nisbat qayerdan chiqdi?”

Doskada:

bir xil masalani
— parallel bor holatda
— parallel olib tashlab
solishtiring

Aylana bo‘lsa ham:

“Bu yerda gomotetiya yordam bermayaptimi?”
degan savolni refleksga aylantiring.

3.8. BO‘LIM XULOSASI (SIGNALLAR)

Parallel shart emas
Qarash nuqtasi hammasini o‘zgartiradi
Aylana + urinish → ko‘pincha gomotetiya
Avval o‘xshashlik → keyin nisbat
Bu bo‘lim — olimpiada geometriyasining yuragi

4-BO‘LIM. AYLANALARDA GOMOTETIYA

“Ikki aylana orasidagi YASHIRIN bog‘lanish”

4.1. Asosiy g‘oya

Geometriyada:

bitta aylana $\rightarrow$ burchaklar, radiuslar

ikkita aylana $\rightarrow$ deyarli har doim gomotetiya

Olimpiadadagi eng kuchli fakt:

Ikkita aylana berilgan bo'lsa, ko'pincha kamida bitta gomotetiya mavjud.

Bu gomotetiya:

ichki

yoki tashqi
bo'lishi mumkin.

4.2. IKKI AYLANADA GOMOTETIYA QAYERDAN CHIQADI?

Asosiy hollari:

ICHKI URINISH

Agar ikki aylana:

ichki tomondan A nuqtada urinsa A — gomotetiya markazi

Sababi:

kichik aylana kattasining ichida

har bir radius A orqali moslanadi

TASHQI URINISH

Agar ikki aylana:

tashqi tomondan A nuqtada urinsa A — gomotetiya markazi Bu — eng tez ishlaydigan holat.

UMUMIY URINMALAR

Agar ikki aylana:

umumiy tashqi yoki ichki urinmaga ega bo'lsa

Gomotetiya markazi:

urinmalar kesishgan nuqtada.

Bu olimpiadada juda ko'p uchraydi.

4.3. KLASSIK OLIMPIADA MISOLI 1

(eng muhim va eng ko'p ucraydigan)

Masala

Ikkita aylana tashqi tomondan A nuqtada tegadi. Ularga umumiy tashqi urinma o'tkazilgan va u aylanalarga mos ravishda B va C nuqtalarda tegadi.

Isbotlang: A, B, C bir to'g'ri chiziqli yotadi.

Yechim (g'oya bilan)

Bu yerda:

2 aylana

tashqi urinish $\rightarrow$ gomotetiya markazi A

Aylanalardagi mos nuqtalar:

kichik aylana $\rightarrow B$

katta aylana $\rightarrow C$

Gomotetiya markazidan qaraganda: urinma nuqtalari bir chiziqli chiqadi.

Shuning uchun: A, B, C kollinear

Isbot tugadi.

Tipik xato

Urinma burchaklarini hisoblashga o'tish

Radiuslar chizib qolish

Gomotetiyaning ko'rmaslik

4.4. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(ichki urinish)

Masala: Katta aylana ichida kichik aylana joylashgan va ular ichki tomondan A nuqtada urinadi. Kichik aylananing ixtiyoriy nuqtasi B dan katta aylananing urinmasi o'tkazilib, u C nuqtada tegadi.

Isbotlang: A, B, C bir to'g'ri chiziqda yotadi.

Yechim: Bu yerda: gomotetiya markazi — A , kichik aylana $\rightarrow$ katta aylana

Shuning uchun: $B \mapsto C$ moslik mavjud, mos nuqtalar va markaz har doim bir chiziqda

4.5. AYLANALARDA GOMOTETIYA — SIGNAL RO'YXATI

Quyidagilar ko'rinsa, DARHOL gomotetiya qidiriladi:

2 ta aylana

Urinish (ichki yoki tashqi)

Umumiy urinma

Radiuslar o'zaro o'xshash harakat qilayapti

“Kichik–katta” o'sish bor

Bu signallar bor joyda formulaga o'tish — xato.

4.6. ENG KO'P UCHRAYDIGAN XATOLAR

Har aylana masalasini “aylana kuchi”ga o'tkazish

Urinish bo'lsa ham gomotetiyaning tekshirish

Markazni noto'g'ri joyda qidirish

Urinma va radius burchaklariga berilib ketish

4.7. METODIK TAVSIYALAR (ENG MUHIM)

O'qituvchi uchun:

Aylana masalasida birinchi savol:

“Bu yerda nechta aylana bor?”

Ikki aylana bo'lsa:

“Ular urinadimi?”

“Urinmalari bormi?”

Darsda albatta: bitta masalani
— gomotetiya bilan
— va kuch teoremasi bilan
solishtiring

O‘quvchiga shuni singdiring:

“Aylana kuchi — hisob,
gomotetiya — g‘oya.”

4.8. BO‘LIM XULOSASI (SIGNALLAR)

Ikki aylana $\rightarrow$ gomotetiya ehtimoli juda katta
Urinish $\rightarrow$ markaz deyarli tayyor
Urinmalar $\rightarrow$ markazni beradi
Mos nuqtalar + markaz $\rightarrow$ kollinearlik
Bu bo‘lim — olimpiada masalalarining eng unumli joyi

5-BO‘LIM. UCHBURCHAKLARDA GOMOTETIYA

“Bir uchburchakdan boshqasiga — markaziy bog‘lanish”

5.1. Asosiy g‘oya

Uchburchak geometriyasida ko‘plab markazlar mavjud:

G — og‘irlik markazi

I — ichki chizilgan aylana markazi

O — tashqi chizilgan aylana markazi

H — balandliklar kesishgan nuqtasi

Olimpiadada muhim fakt:

Bu markazlarning ko‘pchiligi gomotetiya markazlari sifatida uchraydi.

Shuning uchun uchburchaklarda: faqat burchaklarni emas, markazlar orasidagi harakatni ko‘rish muhim.

5.2. MEDIANALAR VA OG‘IRLIK MARKAZI

Ma'lum: uchburchak medianalari 1 nuqtada — G da kesishadi. G har bir medianani 2:1 nisbatda bo'ladi

Bu shuni anglatadi: G — kichik va katta o'xshash uchburchaklar orasidagi gomotetiya markazi.

Tipik gomotetiya: markaz: G . nisbat: $\frac{1}{2}$ yoki 2

5.3. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(mediana + gomotetiya)

Masala: ABC uchburchakda medianalar D, E, F nuqtalarda tomonlarni kesadi.
Isbotlang: $DEF \sim ABC$

Yechim:

Ma'lum: AD, BE, CF — medianalar va ular G nuqtada kesishadi

G dan qaraganda: $A \mapsto D, B \mapsto E, C \mapsto F$ barcha nuqtalar bir xil nisbatda mos keladi.

Demak: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

Natija sof gomotetiya bilan yopildi.

5.4. BALANDLIKLAR VA ORTOMARKAZ

Balandliklar:

- H nuqtada kesishadi

Agar uchburchak ortomarkazi konfiguratsiyada bo'lsa:

- ko'plab kichik uchburchaklar H ga nisbatan gomotetik

Bu kam o'rgatiladi, lekin olimpiadada juda kuchli.

5.5. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(balandliklar + o'xshashlik)

Masala: ABC uchburchakda H — ortomarkaz. A dan BC ga tushirilgan balandlikning asosi D bo'lsin.

Isbotlang: $HD = HA \cdot \cos A$

Yechim (g'oya):

H nuqtadan qaraganda: $\triangle HAD$ va $\triangle HAC$ mos yo'nalishda yotadi

Bu juft: bitta burchak umumiy tomonlar nisbatda

Demak o'xshashlik mavjud va nisbat chiqadi.

Isbot g'oyaviy gomotetiya orqali yechimini topdi.

5.6. BISEKTRISA VA ICHKI CHIZILGAN AYLANA MARKAZI

Ichki bisektrisalarning kesishish nuqtasi — I .

I dan qaraganda: uchburchak tomonlariga tushirilgan urinish nuqtalari uchlari bilan o'xshash figurani beradi

Bu: tengliklar, parallelizm, nisbatlar uchun juda qulay.

5.7. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(ichki markaz + gomotetiya)

Masala: ABC uchburchak ichiga ichki chizilgan aylana chizilgan. Aylana AB va AC tomonlarga D va E nuqtalarda tegadi.

Isbotlang: $AD = AE$

Yechim: I — ichki aylana markazi.

I dan qaraganda: $ID \perp AB$, $IE \perp AC$

Demak: $\triangle IDA$ va $\triangle IEA$ o'xshash

Shuning uchun: $AD = AE$

Gomotetiya ichki markaz orqali ishladi.

5.8. ENG KO‘P UCHRAYDIGAN XATOLAR

Uchburchak markazlarini alohida-alohida yodlash
Medianani “faqat 2:1” deb ko‘rish
Balandlikda faqat 90° izlash
Ichki aylana bo‘lsa — formulaga o‘tish

5.9. METODIK TAVSIYALAR (O‘QITUVCHI UCHUN)

Har bir markazni: koordinata emas, harakat nuqtasi sifatida tushuntiring

Doskada: bitta uchburchakni kattalashtirib/kichraytirib G, H, I dan qanday “ko‘rinishi”ni ko‘rsating

O‘quvchiga savol: “Agar shu nuqtadan qarasang — qaysi uchlar mos keladi?”

Mediana/balandlik/bisektrisanini: “Qaysi biri gomotetiya chiqaradi?” degan savol bilan o‘rgating.

5.10. BO‘LIM XULOSASI (SIGNALLAR)

G — eng ko‘p ishlatiladigan gomotetiya markazi
Medianalar → tayyor o‘xshashlik
Balandliklar → yashirin nisbat
Ichki chizilgan aylana markazi → tengliklar
Uchburchak — gomotetiyaning tabiiy maydoni

6-BO‘LIM. YASHIRIN GOMOTETIYA

“Parallel yo‘q — lekin markaz BARIBIR BOR”

6.1. Asosiy g‘oya

Olimpiadada eng muhim vaziyat:

chizmada hech qanday parallel yo‘q

teng burchaklar “ko‘rinmaydi”

formulalar yordam bermaydi

Ammo aynan shunday joyda:

yashirin gomotetiya yotadi.

Kalit fikr: Agar bir figura ikkinchisining “kattalashgan/kichraygan nusxasi” bo‘lsa, parallel bo‘lishi shart emas — markaz bo‘lishi kifoya.

6.2. YASHIRIN GOMOTETIYANI KO‘RSATIB TURADIGAN BELGILAR

Quyidagilar bo‘lsa, darhol gumonlanadi:

Bir nechta kesma bir tomonga qarab cho‘zilib ketgandek
Uchburchak ichida olingan nuqtadan chiziqlar chiqib ketgan
“Ichidan tashqariga” yoki “uchdan tomonga” moslik bor
Nisbat so‘rallyapti, lekin parallel berilmagan

Parallel bo‘lmagani — gomotetiyaning inkori emas.

6.3. TEXNIKA: CHIZIQLARNI CHO‘ZIB KO‘RISH

Bu bo‘limning eng muhim texnikasi.

Qoidasi:

berilgan kesmalarni xayolan uzaytir

ular qayerda kesishishini izla

kesishish nuqtasi ko‘pincha gomotetiya markazi

Bu:

rasmda yo‘q

lekin mantiqan majburiy

6.4. KLASSIK OLIMPIADA MISOLI 1

(parallel yo‘q, markaz cho‘zishda chiqadi)

Masala: ABC uchburchakda ichki nuqta P olingan. AP, BP, CP to‘g‘ri chiziqlar mos ravishda BC, CA, AB tomonlarni D, E, F nuqtalarda kesadi.

Isbotlang: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

Yechim (yashirin gomotetiya bilan)

Birinchi qarashda: hech qanday parallel yo‘q

Ammo: D — A dan BC ga, E — B dan CA ga, F — C dan AB ga o‘tgan AP , BP , CP ni cho‘zamiz. Ular P da kesishadi. P dan qaraganda: $A \mapsto D$, $B \mapsto E$, $C \mapsto F$. Barcha mosliklar bitta nuqtadan chiqyapti.

Shuning uchun: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

Isbot sof gomotetiya bilan yopildi.

Tipik xato

Menelay qidirish

Burchaklarni hisoblash

“Parallel yo‘q” deb to‘xtab qolish

6.5. KLASSIK OLIMPIADA MASALASI

(kesmalar tashqarida kesishadi)

Masala: ABC uchburchakda AB va AC tomonlarida mos ravishda D va E nuqtalar olingan. BD va CE kesmalar cho‘zilib, uchburchak tashqarisida H nuqtada kesishadi.

Isbotlang: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

Yechim: $D \rightarrow A$, $E \rightarrow A$, $B \rightarrow H$, $C \rightarrow H$.

Mos uchlarni bog‘laymiz: $A-A$, $D-B$, $E-C$. Ular cho‘zilganda H da kesishadi.

Demak: H — gomotetiya markazi, ADE — ABC ning gomotetik obrazi

6.6. ENG KO‘P UCHRAYDIGAN XATOLAR

Rasmda ko‘rinmagan nuqtani inkor qilish

“Chizma tashqarisiga chiqmaymiz” degan noto‘g‘ri cheklov

Faqat berilgan nuqtalar bilan ishlash

Nisbatni markazsiz yozish

Olimpiadada chizma fikr uchun, chegaralar yo‘q.

6.7. METODIK TAVSIYALAR (O‘QITUVCHI UCHUN)

O‘quvchini: “Faqat berilgan rasm bilan cheklanma” fikridan chiqarish

Darsda albatta: bitta masalani cho‘zmasdan, keyin cho‘zib yechib ko‘rsating

Doskada: “ko‘rinmaydigan markaz” degan tushunchani alohida urg‘ulab yozing

Savol berish formasi: “Agar chiziqlarni davom ettirsak nima bo‘ladi?”

6.8. BO‘LIM XULOSASI (SIGNALLAR)

Parallel shart emas

Cho‘zish — eng kuchli texnika

Markaz rasm tashqarisida bo‘lishi mumkin

Bitta markaz — barcha mosliklar

Bu bo‘lim eng ko‘p ochko beradiganlardan

7-BO‘LIM. NOTO‘G‘RI GOMOTETIYA VA TIPIK TUZOQLAR

“Gomotetiya bor deb o‘ylaysan — aslida YO‘Q”

7.1. Asosiy g‘oya (olimpiada nigohi)

Olimpiadada eng ko‘p ochko xato gomotetiyaga aldanish tufayli yo‘qotiladi.

Muhim haqiqat: Har o‘xshashlik ko‘rinishi gomotetiya emas.

Har nisbat ham gomotetiya bilan chiqavermaydi.

Bu bo‘limning vazifasi: qachon gomotetiya ishlamasligini bilish, noto‘g‘ri markaz tanlashdan saqlanish

7.2. GOMOTETIYA YO‘Q BO‘LADIGAN ASOSIY HOLATLAR

AYLANISH (ROTATSIYA) ARALASHGANDA

Agar bir figura ikkinchisiga: aylantirish + kattalashtirish orqali o‘tayotgan bo‘lsa, bitta markazli gomotetiya mavjud emas.

Signal: mos tomonlar kesishmaydi, cho‘zilganda bitta nuqtada to‘planmaydi

AKSLANTIRISH (SIMMETRIYA) BOR BO‘LSA

Agar: figura oynaviy akslangan bo‘lsa, gomotetiya yo‘q.

Signal: orientatsiya o‘zgargan nisbat chiqadi, lekin yo‘nalish mos kelmaydi

“TENG” LEKIN O‘XSHAMAGAN HOLAT

Ba’zan: ikki uchburchak teng (kongruent) lekin joylashuvi tufayli gomotetiya yo‘q

Signal: mos uchlarni ulasang, chiziqlar parallel, kesishish yo‘q

7.3. KLASSIK TUZOQ MASALASI

(ko‘pchilik aldanadi)

Masala: ABC uchburchakda D va E nuqtalar mos ravishda AB va AC tomonlarda shunday tanlanganki: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

Isbotlang: $DE \parallel BC$

Nima uchun bu gomotetiya emas?

Ko‘pchilik xato fikr: “Nisbat teng $\rightarrow$ gomotetiya”

Lekin: markaz A orqali o‘tadi lekin $D \rightarrow E$ mosligi yo‘nalish bermaydi

Bu holatda: Teorema Tales ishlaydi lekin mustaqil gomotetiya emas

To‘g‘ri yo‘l: nisbat + umumiy burchak $\rightarrow$ parallellik

7.4. KLASSIK TUZOQ MASALASI

(noto‘g‘ri markaz tanlash)

Masala: ABC uchburchakda BD va CE medianalar kesishib G nuqtani hosil qiladi.

Isbotlang: $AG \perp DE$

Noto‘g‘ri yo‘l

Ko‘pchilik: $D \mapsto A, E \mapsto A$, deb gomotetiya qidiradi.

Lekin: D va E ikkalasi ham A ga mos kelyapti bu gomotetik moslik emas

To‘g‘ri yo‘l: vektor yoki koordinata yoki simmetriya

7.5. QACHON GOMOTETIYANI TEKSHIRMASLIK KERAK?

Quyidagi holatlarda gomotetiya izlamaymiz:

Mosliklar ko'p nuqtaga bitta nuxta mos kelyapti
Yo'nalishlar chalkash
Faqat nisbat bor, lekin "qarash nuqtasi" yo'q
Burchaklar teskari yo'nalishda

7.6. ENG KO'P UCHRAYDIGAN XATOLAR

"Nisbat ko'rdim — bo'ldi"
Bitta aylandi, boshqasini tortdi deb o'ylash
Markazni taxmin bilan tanlash
Parallel chiqsa ham gomotetiya deb o'ylash

7.7. METODIK TAVSIYALAR (O'QITUVCHI UCHUN)

Darsda albatta: 2 ta o'xshash ko'rinishdagi, lekin biri homotetik, biri homotetik bo'lmagan masalani yonma-yon qo'ying

O'quvchiga savol:

"Agar bu gomotetiya bo'lsa, markaz qayerda?"

Agar javob yo'q bo'lsa — demak yo'q.

Ataylab: noto'g'ri markaz tanlab nima uchun ishlamasligini tahlil qiling

Bu o'quvchini juda kuchli qiladi.

7.8. BO'LIM XULOSASI (SIGNALLAR)

Har nisbat — gomotetiya emas
Markazsiz o'xshashlik bo'lmaydi
Aylanish/aks ettirish — tuzoq
Cho'zilganda kesishish bo'lmasa — gomotetiya yo'q
To'xtashni bilish ham — bilim

8-BO'LIM (YAKUN). OLIMPIADA MASALALARIDA GOMOTETIYA STRATEGIYASI

“Qachon tanlash, qachon tashlab ketish, qachon yutish”

8.1. Asosiy g‘oya (yakuniy nigoh)

Gomotetiya — masala yechish usuli emas, balki:

masalani to‘g‘ri KO‘RISH strategiyasi

Kuchli o‘quvchi: gomotetiyaning har joyda qidirmaydi, lekin kerak joyda birinchi tekshiradi.

8.2. 10 SONIYALIK CHECKLIST

(masalani ochmasdan avval)

Masalani o‘qiysiz va tezkor savollar berasiz:

Nechta figura bor? (2 ta bo‘lsa — signal)

Ular o‘xshashdek ko‘rinayaptimi?

Kattalashish/kichrayish sezilyaptimi?

Urinish, urinma yoki umumiy chiziqli bormi?

Mos nuqtalarni chamalab bog‘lasam, kesishadimi?

Agar kamida 2 ta “ha” chiqsa:
gomotetiya birinchi tanlov

8.3. QACHON GOMOTETIYANI BIRINCHI OLAMIZ?

Ikki aylana + urinma

Uchburchak ichidan chiqib ketgan chiziqlar

Urinishlar, ichki/tashqi kontaktlar

Parallel yo‘q, lekin nisbat so‘rilyapti

Bir figura boshqasining “nusxasi”dek

8.4. QACHON GOMOTETIYANI DARHOL TASHLAYMIZ?

Aylantirish sezilyapti

Akslantirish (oyina) bor

Mosliklar chalkash

Markazni taxmin qila olmadik

Cho‘zsak ham kesishuv yo‘q

Bu holatda:

Ceva–Menelay

aylana kuchi

vektor/koordinata

ga o'tamiz.

8.5. KLASSIK YAKUNIY OLIMPIADA MISOLI

(to'liq strategiya ishlashi)

Masala

ABC uchburchakda

ichki aylana AB va AC tomonlarga D va E nuqtalarda tegadi.

AD va AE kesmalar cho'zilib, tashqi aylana bilan mos ravishda F va G nuqtalarda kesishadi.

Isbotlang:

F, B, C, G bir aylana ustida yotadi

Yechim (to'liq strategiya)

1-qadam: signal

ichki aylana + tashqi aylana $\rightarrow$ 2 aylana ✓

2-qadam: gomotetiya qidirish

ichki aylana $\rightarrow$ tashqi aylana

markaz — A

3-qadam: moslik

$D \mapsto F$

$E \mapsto G$

4-qadam: xulosa

B, C ichki aylana urinishlar bilan bog'liq

gomotetiya ostida aylana aylana bo'lib qoladi

Natija:

F, B, C, G bir aylana

8.6. KEYINGI DARAJAGA O'TISH TUZOQLARI

Kuchli o'quvchilar orasidagi xatolar:

Gomotetiya ishlasa ham "boshqa yo'l" izlash
Nisbat chiqdi — dalil yetarli deb o'ylash
2 ta aylana bo'lsa ham kuch teoremasiga yopishib olish

Olimpiadada eng kuchli yechim — ENG QISQA YECHIM.

8.7. METODIK TAVSIYALAR (YAKUNIY)

O'qituvchi uchun tayyor sxema

1-bosqich (tayyorlash): har darsda 1 ta masala, "Bu yerda gomotetiya bormi?" savoli majburiy

2-bosqich (mustahkamlash): bir masalani
— gomotetiya bilan
— unsiz (boshqa usul)
yechib ko'rsatish

3-bosqich (baholash): test emas "qaysi usulni tanlaganini tushuntirib berish"

8.8. YAKUNIY XULOSA (ESLAB QOLISH)

Gomotetiya — ko'rish san'ati
Markaz → hammasini hal qiladi
Cho'zishdan qo'rqma
Parallel bo'lmasa ham ishlaydi
Har nisbatga aldanma
To'xtashni bilish ham — yutuq