

1-masala. (2 aylana + tashqi urinish)

Ikki aylana tashqi tomondan A nuqtada urinadi. Ularga umumiy ichki urinma o'tkazilgan bo'lib, urinma aylanalarga B va C nuqtalarda urinadi.

Isbotlang: $AB = AC$

Yechim

A — tashqi urinish nuqtasi $\rightarrow$ gomotetiya markazi.
Kichik aylana $\rightarrow$ katta aylana.

B va C — mos urinma nuqtalari.

Gomotetiya markazidan:

mos nuqtalargacha masofa bir xil nisbatda,

bu yerda nisbat = 1.

Demak: $AB = AC$

G'oya: tashqi urinish $\rightarrow$ markaz tayyor.

2-masala. (ichkarida yashirin markaz)

ABC uchburchakda ichki nuqta P olingan. AP, BP, CP lar mos ravishda BC, CA, AB tomonlarni D, E, F nuqtalarda kesadi.

Isbotlang: $(AD/DB) \cdot (BE/EC) \cdot (CF/FA) = 1$

Yechim: AP, BP, CP ni cho'zib qaraymiz — barchasi P dan chiqadi.

Bu yerda:

$\triangle DEF$ va $\triangle ABC$ gomotetik

markaz — P

Shu sabab: $AD/DB = AE/EC = AF/FB$

Uchallasini ko'paytirsak:

$$\left(\frac{AD}{DB}\right) \left(\frac{BE}{EC}\right) \left(\frac{CF}{FA}\right) = 1$$

Isbot.

G'oya: yashirin gomotetiya $\rightarrow$ Cheva tayyor.

3-masala. (tashqarida joylashgan markaz)

ABC uchburchakda AB va AC tomonlarda D va E nuqtalar shunday tanlanganki:

BD va CE chiziqlar uchburchak tashqarisida H nuqtada kesishadi.

Isbotlang: $DE \parallel BC$

Yechim

Moslik:

$$D \mapsto B$$

$$E \mapsto C$$

$$A \mapsto A$$

Mos uchlarni tutashtiramiz — kesishish nuqtasi H.

H — gomotetiya markazi.

Demak:

$$DE \leftrightarrow BC$$

ular parallel

Isbot.

G'oya: markaz rasm tashqarisida bo'lishi mumkin.

4-masala. (ichki va tashqi aylana)

ABC uchburchakda ichki aylana AB, AC tomonlarga D, E nuqtalarda urinadi.

AD va AE to'g'ri chiziqlari tashqi aylana bilan mos ravishda F va G nuqtalarda kesishadi.

Isbotlang: $BF \perp CG$

Yechim

Ichki aylana $\rightarrow$ tashqi aylana
Gomotetiya markazi — A.

Moslik:

$$D \mapsto F$$

$$E \mapsto G$$

Ichki aylana radiuslari $\perp$ tomonga. Gomotetiya ostida yoʻnalish saqlanadi.

Shuning uchun: $BF \perp CG$

Isbot.

Gʻoya: ikki aylana + markaz = kuchli yoʻnalish.

5-masala. (uchburchak ichida oʻxshashlik)

ABC uchburchakda medianalar kesishib G nuqtani hosil qiladi. G dan uchburchak tomonlariga parallel chiziqlar chizilib, ular mos ravishda D, E, F nuqtalarda tomonlarni kesadi.

Isbotlang: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

Yechim

G — ogʻirlik markazi.

G dan qaraganda:

ABC kichrayib DEF ga oʻtadi

nisbat bir xil

$\triangle DEF$ va $\triangle ABC$ homotetik.

Gʻoya: ogʻirlik markazi — tabiiy gomotetiya markazi.

6-masala. (nisbat chiqarish)

ABC uchburchakda G ogʻirlik markazi. AG chizigʻi BC ni D nuqtada kesadi.

Toping: AD/AG

Yechim

Medianalar xossasi: $AG : GD = 2 : 1$

Shundan: $AG = (2/3) \cdot AD$

Natija: $AD/AG = 3/2$

G'oya: medianadagi gomotetiyaning soni bilan ko'rish.

7-masala. (qarama-qarshi uchlardan)

ABC uchburchakda A dan BC ga chizilgan balandlik D nuqtaga tushadi. B va C dan AD ga tushirilgan balandliklar mos ravishda E va F.

Isbotlang: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

Yechim

D dan qaraganda:

$$A \mapsto D$$

$$B \mapsto E$$

$$C \mapsto F$$

Barcha balandliklar bitta markazga bog'langan.

Gomotetiya mavjud.

G'oya: balandliklar ham moslik beradi.

8-masala. (parallelizm yo'q holat)

ABC uchburchak ichida P nuqta. AP cho'zilib tashqi aylana bilan D da kesishadi.

Isbotlang: $PD/PA = PB/PC$

Yechim

Tashqi aylana $\rightarrow$ ichki konfiguratsiya.

Gomotetiya markazi — P.

Mos nuqtalar:

$$A \mapsto D$$

$$B \mapsto C$$

Nisbatlar saqlanadi.

G'oya: tashqi aylana + cho'zish.

9-masala. (qiyin tuzoqdan chiqish)

ABC uchburchakda D va E nuqtalar AB va AC tomonlarda olingan. $DE \parallel BC$ emas.

Isbotlang yoki inkor eting: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

Yechim

Gomotetiya uchun:

mos uchlarni bog'laymiz

kesishish yo'q

Demak: gomotetiya yo'q

O'xshashlik ham yo'q.

G'oya: parallel bo'lmasa ham, markaz bo'lishi shart.

10-masala.

Ikkita aylana ichki tomondan A nuqtada urinadi. Kichik aylananing ixtiyoriy B nuqtasidan katta aylananing urinmasi o'tkazilib, urinma C nuqtada urinadi.

Isbotlang: A, B, C bir to'g'ri chiziqda

Yechim

Ichki urinish $\rightarrow A$ — gomotetiya markazi.

Moslik:

$$B \mapsto C$$

Gomotetiya xossasiga ko'ra:

markaz va mos nuqtalar kollinear

Isbot.