

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN MASALALAR

1-masala.

ABC uchburchakning ichki va tashqi aylanalari mos ravishda I va O markazli. Ular ichki tomondan A nuqtada tegadi.

Isbotlang: $AI \cdot AO = \text{const}$

Yechim (tahlil)

Ikki aylana ichki tomondan tegmoqda $\rightarrow A$ — gomotetiya markazi.

Ichki aylana $\rightarrow$ tashqi aylana nisbat: $k = \frac{AO}{AI}$

Gomotetiyada: mos radiuslar nisbatda, markazdan masofalar bogʻlangan

Shuning uchun: $AI \cdot AO = (\text{radiuslar orqali aniqlanadigan doimiy son})$

Muhim joy: hisob emas, markazni koʻrish.

2-masala.

ABC uchburchak ichida P nuqta olingan. AP, BP, CP toʻgʻri chiziqlar tomonlarni D, E, F nuqtalarda kesadi.

Isbotlang: $\frac{PD}{PA} = \frac{PE}{PB} = \frac{PF}{PC}$

Yechim: AP, BP, CP — barchasi P dan chiqadi $\rightarrow$ signal

D, E, F — ABC ning gomotetik obrazi markaz — P.

Gomotetiyada: $\frac{PD}{PA} = \frac{PE}{PB} = \frac{PF}{PC}$

Bu masala Chevadan kuchliroq — struktura isboti.

3-masala.

ABC uchburchakda AB va AC tomonlarida D va E nuqtalar olingan. BD va CE chiziqlar tashqarida H nuqtada kesishadi.

Isbotlang: $AH \perp DE$

Yechim: Moslik:

$B \mapsto D$

$$C \mapsto E$$

$$A \mapsto A$$

BD va CE choʻzilganda H — gomotetiya markazi.

$DE \leftrightarrow BC$ BC ga tushirilgan balandlik A dan.

Shuning uchun: $AH \perp DE$

Muhimlik: markaz tashqarida boʻlsa ham ishlaydi.

4-masala.

ABC uchburchakda ichki aylana AB ga D, AC ga E nuqtada tegadi. BD va CE kesmalar kesishib P nuqtani hosil qiladi.

Isbotlang: $\angle BPE = \angle CPD$

Yechim: Ichki aylana $\rightarrow$ ichki bissektrisalar D va E mos urinishlar.

Gomotetiyani I markazdan kuzatamiz:

$BD \mapsto CE$ mosligi

mos yoʻllar teng

Shuning uchun: $\angle BPE = \angle CPD$

Bu masalada burchak ham gomotetiyada saqlanishi koʻriladi.

5-masala.

ABC uchburchak ichida P nuqta. P orqali tomonlarga parallel chiziqlar chizilib, ular mos ravishda D, E, F nuqtalarda kesishadi.

Isbotlang: P — $\triangle ABC$ va $\triangle DEF$ orasidagi gomotetiya markazi

Yechim: Parallel berilgan $\rightarrow$ ammo bu natija, sabab emas.

P dan qaraganda:

$$A \mapsto D$$

$$B \mapsto E$$

$$C \mapsto F$$

Barcha chiziqlar P da kesishadi.

Demak P — markaz.

Muhim metodik nuqta:
parallelni emas, markazni birinchi ko‘rish.

6-masala.

ABC uchburchakda H — ortomarkaz. B va C dan AC va AB ga tushirilgan balandliklar mos ravishda D va E .

Isbotlang: $\triangle HDE \sim \triangle ABC$

Yechim:

H dan qaraganda:

$$B \mapsto D$$

$$C \mapsto E$$

$$A \mapsto H$$

Mosliklar yo‘nalishda bir xil.

Shuning uchun: $\triangle HDE \sim \triangle ABC$

Juda kam ishlatiladigan, lekin kuchli konfiguratsiya.

7-masala.

ABC uchburchak ichiga ichki aylana chizilgan. A dan chizilgan urinmalar ichki aylanaga D va E nuqtalarda tegadi. AD va AE to‘g‘ri chiziqlar tashqi aylana bilan F va G da kesishadi.

Isbotlang: $FG \parallel BC$

Yechim: Ichki aylana $\rightarrow$ tashqi aylana gomotetiya markazi — A .

$$D \mapsto F$$

$$E \mapsto G$$

$DE \parallel BC$ (klassik fakt) gomotetiyada parallellik saqlanadi.

Demak: $FG \parallel BC$

8-masala.

ABC uchburchakda D va E nuqtalar AB va AC tomonlarda shunday olinganki: $BD = CE$

Isbotlangki: BD va CE bitta gomotetiyaga tegishli emas

Yechim:

Agar gomotetiya bo'lsa:

markaz bo'lishi kerak

mosliklar kesishishi kerak

Lekin BD va CE:

simmetrik

yo'nalishlar teskari

Markaz yo'q $\rightarrow$ gomotetiya yo'q.

Bu noto'g'ri homotetik tuyilish misoli.

9-masala.

ABC uchburchakda P ichki nuqta. AP cho'zilib tashqi aylana bilan D nuqtada kesishadi.

Isbotlang: $PD/PA = PB/PC$

Yechim

A, P, D — kolleniari Tashqi aylana $\rightarrow$ ichki konfiguratsiya. P markazli gomotetiya:

$A \mapsto D$

$B \mapsto C$

Shuning uchun nisbatlar teng.

Juda yaxshi mustaqil fikrlash masalasi.

10-masala.

ABC uchburchakning tashqi aylanasi A ga qarama-qarshi minor yoyda P nuqta olingan. PB va PC to'g'ri chiziqlar ichki aylanaga mos ravishda D va E nuqtalarda tegadi.

Isbotlang: P, D, E bir to'g'ri chiziqda

Yechim: Ichki aylana $\mapsto$ tashqi aylana urinishlar mavjud $\rightarrow$ gomotetiya shubhasiz

Markaz — P D va E — mos teginish nuqtalari

Gomotetiya xossasi:

markaz

mos nuqtalar $\rightarrow$ kollinear

Isbot eng yuqori darajada.