

CHEVA VA MENELAY TEOREMALARI

1-BO‘LIM. CHEVA VA MENELAY — FORMULA EMAS, STRATEGIYA

1.1. Nega Cheva va Menelay OLIMPIADADA muhim?

Ko‘pchilik uchun:

Cheva — formula

Menelay — manfiylar bilan chalkash teorema

Olimpiadada esa:

Cheva va Menelay — chiziqlarning bir nuqtadan o‘tishini yoki bitta to‘g‘ri chiziqda yotishini KO‘RISH vositasi

Agar masalada:

3 ta chiziq

yoki 6 ta nisbat

yoki “kesishadi/yotadimi?” savoli bo‘lsa

Cheva yoki Menelay signal beradi.

1.2. CHEVA NIMA HAQIDA?

Uchburchak ABC da: A dan BC ga, B dan CA ga, C dan AB ga chizilgan chiziqlar bitta nuqtada kesishadimi?

Cheva shuni tekshiradi.

Cheva g‘oyasi (formulasiz aytilishi): Uchta chiziq bitta nuqtada kesishishi uchun tomonlardagi nisbatlar “muvozanatda” bo‘lishi kerak.

(Keyinroq formulani yozamiz.)

1.3. MENELAY NIMA HAQIDA?

Menelay — Cheva’ning “teskari ukasi”.

Uchburchak ABC da bitta to‘g‘ri chiziq, uch tomon (yoki ularning davomlari)ni kesadi.

Savol: Bu uchala nuqta bitta to‘g‘ri chiziqda yotadimi?

Menelay shuni tekshiradi.

1.4. CHEVA VA MENELAY O‘RTASIDAGI FARQ (MUHIM!)

Cheva	Menelay
Kesishish	Kollinearlik
Ichki nuqta ko‘p	Ko‘pincha tashqarida
Mediana, bisektrisa	Sekant, davomlar
“Bir nuqta”	“Bir chiziq”

Olimpiadada ularni birga ishlatish juda kuchli.

1.5. CHEVA — ASOSIY SHAKLI

ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$. Chiziqlar AD, BE, CF bitta nuqtada kesishadi $\Leftrightarrow \left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$

Eslatma: soat yo‘nalishi bo‘yicha yozing.

1.6. OLIMPIADA MISOLI 1

Masala: ABC uchburchakda AD — mediana, BE — bissektirisa, CF — balandlik.

Isbotlang: AD, BE, CF bitta nuqtada kesishmaydi.

Yechim: Cheva tekshiramiz. Mediana $\frac{BD}{DC} = 1$. Bissektirisa $\frac{CE}{EA} = \frac{BC}{BA}$. Balandlik $\frac{AF}{FB} = \frac{AC}{BC}$. Cheva ko‘paytmasi $1 \cdot \left(\frac{BC}{BA}\right) \cdot \left(\frac{AC}{BC}\right) = \frac{AC}{BA}$ bu 1 ga teng emas (umumiy holda).

Demak: AD, BE, CF bitta nuqtada kesishmaydi

1.7. TIPIK XATOLAR (JUDA MUHIM)

BD/DC o‘rniga DC/BD yozish, nisbatlarni chalkashtirish. “Ko‘rinishiga kesishgandek” deb o‘ylash. Cheva qachon ishlamasligini bilmaslik

1.8. METODIK TAVSIYALAR (O‘QITUVCHI UCHUN)

Chevani: formula sifatida emas, “muvozanat testi” sifatida tushuntiring

Darsda: bitta masala $\rightarrow$ “kesishadimi?”, keyin $\rightarrow$ “NEGA kesishmaydi?”

O‘quvchiga savol: “Qaysi nisbat 1 ga bo‘lishi kerak edi, lekin bo‘lmadi?”

Avval Cheva bilan inkor qilishni o‘rgating — bu juda kuchli metod.

2-BO‘LIM. MENELAY — KOLLINEARLIKNI TEKSHIRISH MAHORATI

“Bir chiziqdami yoki yo‘qmi?”

2.1. Asosiy g‘oya (olimpiada nigohi)

Menelay savoli doim bir xil: Uchta nuqta bitta to‘g‘ri chiziqda yotadimi?

Agar masalada: uchburchak berilgan, bir chiziq uning tomonlarini (yoki davomlarini) kesgan, “bir chiziqda yotadi” deyilyapti bunda Menelay signal beradi.

Muhim farq: Cheva — kesishish, Menelay — kollinearlik.

2.2. MENELAYNI FORMULASIZ TUSHUNISH

ABC uchburchak bo‘lsin. Bir to‘g‘ri chiziq: BC ni D da, CA ni E da, AB ni F da kessin (ichkarida yoki davomida).

G‘oya: Agar bu 3 nuqta haqiqatan bitta chiziqda bo‘lsa, tomonlardagi nisbatlar o‘zaro muvozanatda bo‘ladi.

2.3. MENELAY FORMULASI

ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$ (yoki davomlarida).

Nuqtalar D, E, F kollinear $\Leftrightarrow \left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$

Muhim: modul bilan qaraymiz, ichki/tashqi joylashuvni nisbatlarda aks ettiramiz, -1 bilan kurashmaymiz — yo‘nalishni emas, uzunlikni olamiz

2.4. CHEVA VA MENELAY — BIR FORMULA, IKKI MA’NO

Juda muhim metodik nuqta:

Holat	Formula	Ma’no
Cheva	$= 1$	3 chiziq bitta nuqtada
Menelay	$= 1$	3 nuqta bitta chiziqda

Formula bir xil, qanday chiziq qo'llanayotganiga qarab ma'no o'zgaradi.

2.5. OLIMPIADA MASOLI 1 (ICHKI HOLAT)

Masala: ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$ shundayki, $\frac{BD}{DC} = 2, \frac{CE}{EA} = 3, \frac{AF}{FB} = \frac{1}{6}$

Isbotlang: D, E, F bitta to'g'ri chiziqda yotadi.

Yechim: Menelayni tekshiramiz:

$$\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = 1$$

Shart bajarildi $\rightarrow D, E, F$ kollinear

Metodik izoh

Bu masala: eng sodda shakl, belgilarni to'g'ri yozish refleksini o'rgatadi

2.6. OLIMPIADA MASOLI 2 (TASHQI HOLAT — KO'P MUAMMOLI)

Masala: ABC uchburchakda D — BC davomida, E — CA ichida, F — AB davomida yotsin.

Isbotlang: Agar $\frac{BD}{DC} = 2, \frac{CE}{EA} = \frac{1}{3}, \frac{AF}{FB} = \frac{3}{2}$, bo'lsa, unda D, E, F bitta to'g'ri chiziqda

Yechim: Bu yerda D va F tashqarida, E ichkarida, Manfiy izlamaymiz.

Faqat kesma uzunliklari nisbatlarini olamiz: $2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = 1$

Demak: D, E, F kollinear

Tipik xato

Tashqi nuqta bo'lsa — manfiy qo'shib yuborish, Belgilar bilan chalkashish, Menelaydan qo'rqish, Biz uzunliklar bilan ishlaymiz — yetarli.

2.7. CHEVA $\rightarrow$ MENELAY $\rightarrow$ CHEVA (AYLANMA USUL)

Olimpiadada kuchli usul:

Kesishish berilgan $\rightarrow$ Cheva, Kolleniarlik kerak $\rightarrow$ Menelay, Birini topib, boshqasiga o'tkazish mumkin, Bu aylanish: masalani yengillashtiradi.

2.8. ENG KO'P UCHRAYDIGAN XATOLAR

Qaysi tomonda qaysi nuqta ekanini tekshirmasdan nisbat yozish, 1 ga teng chiqsa ham, noto'g'ri nisbatlar, Cheva va Menelayni chalkashtirish, "Bitta chiziqda ko'rinib turibdi" deyish, Olimpiadada ko'rinish dalil emas.

2.9. METODIK TAVSIYALAR (O'QITUVCHI UCHUN)

Darsni: ichki holatdan boshlang, keyin tashqi holatga o'ting, -1 ni: umuman bermang, modul usuli bilan tushuntiring. Duskada: Cheva va Menelayni yonma-yon yozing, "farq formulada emas, MA'NODA" degan yozuvni ajrating

O'quvchidan so'rang: "Bu yerda biz nimani isbotlayapmiz — kesishishnimi yoki kollinearliknimi?"

3-BO'LIM. CHEVA + MENELAYNI BIRGA ISHLATISH

"Ikki test — bitta kuchli isbot"

3.1. Asosiy g'oya

Eng kuchli konfiguratsiyalar shunday bo'ladi: bir joyda 3 ta chiziq kesishadi (Cheva), boshqa joyda 3 ta nuqta bir chiziqda yotadi (Menelay).

Olimpiadadagi eng muhim texnika: Bitta figurada Cheva ishlatilsa, ikkinchi figurada Menelay ishlaydi. Bu usul nisbatlarni "aylantiradi", ortiqcha hisoblarni yo'q qiladi, isbotni 2 bosqichda yopadi.

3.2. QACHON CHEVA + MENELAY KERAK BO'LADI?

Quyidagi signalardan kamida bittasi bo'lsa: Uchburchak ichida kesishuvchi chiziqlar bor, Shu chiziqlar davomida kollinear nuqtalar chiqadi, "Isbotlang: shu nuqtalar 1 to'g'ri chiziqda", Yoki: "Bu chiziqlar bitta nuqtada o'tadi", Deyarli har doim Cheva $\rightarrow$ Menelay yoki Menelay $\rightarrow$ Cheva zanjiri kerak bo'ladi.

3.3. TEXNIKA: "ORALIQ UChBURChAK" TANLASH

Ko'p xato shu yerda bo'ladi.

To'g'ri yondashuv: masalada asosiy uchburchakni aniqlash va keyin Menelay qo'llanadigan kichik uchburchakni topish. Hammasini bitta ABC da yozishga urinmang — bu xato.

3.4. OLIMPIADA MASALASI 1

(klassik Cheva $\rightarrow$ Menelay)

Masala: ABC uchburchakda AD, BE, CF chiziqlar bitta nuqtada P da kesishadi. D, E, F mos ravishda BC, CA, AB tomonlarda.

Isbotlang: Kasma DE va PF biror uchburchakda Menelay shartini bajaradi

Yechim: Chevadan: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$. Endi P orqali o'tuvchi DE ni qaraymiz. Menelayni $\triangle PBC$ da qo'llaymiz:

Kesishuvchi nuqtalar: $D \in BC, E \in PC, F \in PB$.

Menelay sharti: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{PE}{EP}\right) \cdot \left(\frac{PF}{FB}\right)$. Cheva'dan kelgan nisbatlar orqali bu 1 ga tenglashadi.

Demak Menelay ishladi.

Metodik izoh

Bu masala: "Cheva qayerda tugadi?", "Menelay qayerda boshlanadi?" savollariga javob beradi.

3.5. OLIMPIADA MASALASI 2

(Menelay $\rightarrow$ Cheva)

Masala: ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$. D, E, F bitta to'g'ri chiziqda yotsin.

Isbotlang: AD, BE, CF bitta nuqtada kesishadi. Agar: $\frac{AF}{FB} = \frac{DC}{BD}$

Yechim Menelaydan: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$

Berilgan: $\frac{AF}{FB} = \frac{DC}{BD}$

Qo'yamiz: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{DC}{BD}\right) = \frac{CE}{EA}$

Shuning uchun: $CE = EA$. Demak E — CA ning o'rtasi.

Endi: AD — median, BE — median, CF — D, E, F kollinear bo'lgani uchun mos Cheva bajariladi $\rightarrow$ kesishadi.

3.6. ENG KUCHLI TEXNIKA

"CHEVA'NI TESKARISIGA KO'RISH"

O'quvchilar ko'pincha: faqat isbotlashga harakat qiladi.

Olimpiadada esa kuchli yo'l: Cheva sharti buzilganini ko'rsatib, kesishmasligini isbotlash.

Bu: 1-sinf darajasida ko'ringan narsani olimpiada darajasida yopadi.

3.7. TIPIK XATOLAR

Cheva va Menelayni bitta uchburchakka majburan kiritish, "Qanday bo'lsa shunday ketadi" deyish, Nisbatlar yo'q joyda Cheva qo'llash, Teskari xulosalar

3.8. METODIK TAVSIYALAR (O'QITUVCHI UCHUN)

Har masalada savol: "Bu yerda nimani tekshiryapmiz: kesishishmi yoki kollinearlikmi?"

O'rgating: bir masala $\rightarrow$ 2 uchburchak, biri Cheva, biri Menelay uchun

Doskada: Cheva $\rightarrow$ Menelay oqimini sxema bilan chizing

Mustaqil ishda: "Avval qaysi teorema ishlaydi?" degan savol majburiy bo'lsin.

4-BO'LIM. CHEVA VA MENELAYDA TIPIK TUZOQLAR

"Formula ishlaydi, lekin XULOSA XATO chiqadi"

4.1. Asosiy g'oya (olimpiada nigohida)

Ko'p masalalarda: Cheva formulasi to'g'ri yoziladi, Menelay ko'paytmasi 1 ga teng chiqadi, lekin: xulosa noto'g'ri

Sabab: noto'g'ri uchburchak tanlangan, nisbatlar "qaysi kesma qaysiniki" tushunilmagan, tashqi/ichki holatlar chalkashtirilgan.

Bu bo'limning maqsadi: qayerda xato ketishini aniq ko'rsatish

4.2. NOTO'G'RI ASOSIY UCHBURCHAK

Klassik xato

Masalada: ABC — asosiy uchburchak lekin Menelay boshqa uchburchakda ishlashi kerak. O'quvchi esa: "Hamma narsani ABC da yozaman" bu eng keng tarqalgan xato.

Misol (xato vaziyat)

ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$. D, E, F bitta chiziqda.

O'quvchi yozadi: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$

Lekin chiziq: AB ni emas, AB davomida kesgan

Formula to'g'ri, lekin ishlatilgan uchburchak noto'g'ri.

To'g'ri yondashuv

Menelayni: kesilgan uchburchakda yozing

Masalan: $\triangle PBC$ yoki $\triangle PAC$ yoki boshqa "oralik" uchburchak

4.3. CHEVANI KO'R-KO'RONA ISHLATISH

Xato mantiq

"3 ta chiziq bor $\rightarrow$ Cheva yozaman"

Lekin: ular uchidan chiqmaydi, yoki bitta uchdan emas.

Cheva ishlamaydi.

Misol

ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$. DE, EF, FD berilgan. Bu yerda: A, B, C dan chiziq chiqmayapti. Cheva umuman qo'llanmaydi.

Metodik signal: Cheva ishlashi uchun: chiziqlar UCHlarından chiqishi shart, uchdan tomonga yo'nalgan bo'lishi shart

4.4. NISBATNI TESKARI OLISH

Masalan: $\frac{BD}{DC} = 2$ degani: B ga yaqin qismi kata, D — B tomonga yaqin. Ko'p o'quvchi $\frac{DC}{BD} = 2$ deb yozib yuboradi. Natija butunlay o'zgaradi.

Metodik maslahat: Nisbat yozishda: soat yo'nalishida aylanish, har doim kichikdan katta emas, balki nuqtalar ketma-ketligini saqlash

4.5. “1 CHIQDI → DEMAK TO‘G‘RI”

Eng qo‘pol xato.

O‘quvchi: ko‘paytirdi, 1 chiqdi, xulosa chiqardi

Lekin: qaysi formula ekanini aniqlamadi

Muhim savol

1 chiqdi — LEKIN: Cheva edimi? → kesishish, Menelay edimi? → kollinearlik.

Agar noto‘g‘risini tanlasa xulosa xato ketadi.

4.6. TASHQI HOLATGA E‘TIBOR BERISH

O‘quvchilar: tashqi nuqta ko‘rsa Menelaydan qochadi

Bu katta xato.

Biz manfiy ishlatmaymiz, faqat kesma uzunliklari nisbatini olamiz

Tashqi/ichki — muammo emas.

4.7. ENG KO‘P UCHRAYDIGAN XATOLAR (QISQA)

Noto‘g‘ri uchburchak, Cheva va Menelayni aralashtirish, “Ko‘rinib turibdi” deyish, Nisbatlarni almashtirish, Shart tekshirilmasdan xulosa chiqarish

4.8. METODIK TAVSIYALAR (ENG MUHIM QISM)

O‘qituvchi uchun: Har safar majburiy savol: “Biz qaysini tekshiryapmiz: kesishishnimi yoki kollinearliknimi?”

Doskada: oldin noto‘g‘ri yechim keyin to‘g‘ri yechim
yonma-yon ko‘rsatilsa — o‘quvchi tez o‘rganadi.

Testlarda: “xulosa noto‘g‘rimi yoki formula noto‘g‘rimi?”
turidagi savollar juda foydali.

5-BO‘LIM. OLIMPIADA DARAJASIDAGI ARALASH MASALALAR

“Qaysi teoremani qachon ishlatishni bilish san’ati”

5.1. Asosiy strategiya (eng muhim fikr)

Olimpiadada deyarli hech qachon: “Bu sof Cheva masalasi” yoki “Bu sof Menelay” deb aytilmaydi.

Asl haqiqat: Cheva va Menelay — USULLAR.

Masala esa ularni QACHON va QAYERDA ishlatishni so‘raydi.

5.2. OLTIN QOIDA (yodda saqlang)

Agar kesishish berilgan $\rightarrow$ avval Cheva. Agar kollinearlik kerak $\rightarrow$ Menelay.

Agar markaz, o‘xshashlik, nisbat chiqib kelsa $\rightarrow$ gomotetiya.

Har doim kamida 2 ta uchburchak bo‘ladi ABC da yozaman” degan fikr ko‘pincha XATO

5.3. OLIMPIADA MASALASI 1

(Cheva $\rightarrow$ Menelay $\rightarrow$ xulosa)

Masala: ABC uchburchakda AD, BE, CF chiziqlar bitta nuqtada P da kesishadi. D, E, F mos ravishda BC, CA, AB tomonlarda.

Isbotlang: $\left(\frac{BP}{PD}\right) \cdot \left(\frac{CP}{PE}\right) \cdot \left(\frac{AP}{PF}\right) = 1$

Yechim (bosqichma-bosqich)

1-bosqich — Cheva ($\triangle ABC$ da) $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$

2-bosqich — Menelay ($\triangle PBC$ da, E nuqta orqali) $\left(\frac{BP}{PD}\right) \cdot \left(\frac{DC}{CB}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EP}\right) = 1$

3-bosqich — Menelay ($\triangle PCA$ da, F orqali) $\left(\frac{CP}{PE}\right) \cdot \left(\frac{EA}{AF}\right) \cdot \left(\frac{FP}{PA}\right) = 1$

Uchallasini mos ravishda ko‘paytirib, soddalashtiramiz.

Natija kelib chiqadi: $\left(\frac{BP}{PD}\right) \cdot \left(\frac{CP}{PE}\right) \cdot \left(\frac{AP}{PF}\right) = 1$

Metodik signal

Bu masala bitta emas, 3 ta Menelay talab qiladi.

Bu olimpiada darajasi.

5.4. OLIMPIADA MASALASI 2

(Menelay $\rightarrow$ Cheva $\rightarrow$ inkor)

Masala: ABC uchburchakda $D \in BC, E \in CA, F \in AB$. D, E, F bitta chiziqda yotadi.

Isbotlang: AD, BE, CF bitta nuqtada kesishmaydi,

Agar $\frac{BD}{DC} \neq \frac{AF}{FB}$

Yechim: D, E, F kollinear $\rightarrow$ Menelay: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) = 1$

Agar: $BD/DC \neq AF/FB$ bo'lsa, yuqoridagi ifoda 1 bo'lishi uchun: $\frac{CE}{EA} \neq 1$

Demak Cheva: $\left(\frac{BD}{DC}\right) \cdot \left(\frac{CE}{EA}\right) \cdot \left(\frac{AF}{FB}\right) \neq 1$

Xulosa: AD, BE, CF kesishmaydi

Metodik signal

Bu masala: inkor orqali isbot Cheva'ni "buzish" juda kuchli ekanini ko'rsatadi.

5.5. METODIK TAVSIYALAR (YAKUNIY)

O'qituvchi uchun kuchli mashq:

bitta masala beriladi

savol: Qaysi teorema birinchi? Qaysi uchburchakda? Qayerda xato qilish mumkin?

Darslarda: "Avval nimani tekshiraman?" degan savol refleks bo'lishi shart.