

M.I. Bakunov

S.B. Biragov

М.И. Бакунов

С.Б. Бирагов

FIZIKADAN OLIMPIADA
MASALLALARI

ОЛИМПИАДНЫЕ
ЗАДАЧИ
ПО ФИЗИКЕ



УДК 530.77
ББК 28.3
Б 19

Бакунов М. И., Бирагов С. Б. Олимпиадные задачи по физике.
3-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 220 с. — ISBN 978-5-9221-1473-8.

Kitobda Nijniy Novgorod viloyati maktab o'quvchilari o'rtasida o'tkaziladigan viloyat, tuman va boshqa fizika olimpiadalari uchun mualliflar tomonidan tuzilgan 450 ta original masalalar mavjud. Shuningdek, viloyat terma jamoasini oliy olimpiadalarga tayyorlash uchun maxsus ishlab chiqilgan topshiriqlar, iqtidorli maktab o'quvchilarini erta saralash bo'yicha test topshiriqlari berilgan. Masalalarning katta qismi juda batafsil yechimlar bilan ta'minlangan, qolgan masalalarga ko'rsatmalar va javoblar berilgan.

Kitob fizika fanini asosiy fan sifatida tanlagan litsey o'quvchilari, maktab o'quvchilari, abituriyentlar, umumta'lim maktablarining fizika o'qituvchilari, shuningdek, oliy o'quv yurtlarining umumiy fizika fani o'qituvchilari uchun mo'ljallangan.

M.I. Bakunov

S.B.Biragov

FIZIKADAN OLIMPIADA MASALLALARI

Husniddin Qoraboyev

tarjimasi

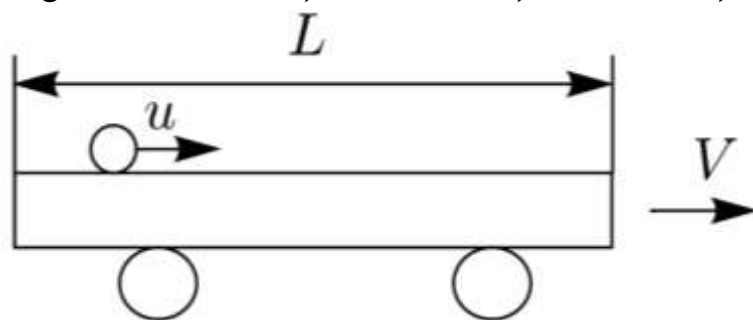
1. Kinematika	4
2. Dinamika. Saqlanish qonunlari.	22
3. STATIKA VA GIDROSTATIKA	52
4. GAZ QONUNLARI VA TERMODINAMIKA	63
5. ELEKTR VA MAGNETIZM	75
6. MEKANIKA VA ELEKTR TEBRANISHLAR	100
7. Ответы и решения	109-218

1. Kinematika

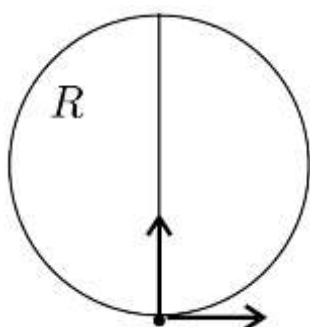
- 1.1. Mashiq qilayotgan sportchi eskalator zinas bo'ylab yuqoriga yugurmoqda. U harakatsiz eskalator ko'tarilishda N_0 ta zinani o'tdi, eskalator yuqoriga harakatlanayotganda esa 1.5 marta kam zina o'tdi. Eskalator yuqoriga ko'tarilayotganda, bu eskalator tushishda sportchi nechta zina o'tadi?
- 1.2. Odam harakatsiz eskalator ko'tarilishda N_0 ta zinani o'tadi. Agar eskalatorning tezligi v_1 , odamning eskalatorga nisbatan tezligi v_2 bo'lsa, u yuqoriga harakatlanayotgan eskalator ko'tarilishda nechta zina o'tadi?
- 1.3. Yo'l chetida doimiy tezlikda yugurayotgan sportchilar kolonnasi uzunligi L . Trener mashinada kolonnani ikki marta kata tezlikda quvib o'tmoqda. Har bir sportchi mashinaga to'g'ri kelganda ortga qayrilib, avalgi tezlikda yugurishda davom etadi. Oxirgi sportchi ortga qayrilganda, kolonna uzunligi qanday bo'ladi?
- 1.4. Magistral bo'ylab bir yo'nalishda ikkita sportchilar kolonnasi yugurmoqda: yuguruvchilar kolonnasi va velosipedchilar kolonnasi. Yuguruvchilar tezligi 20 km/h va ular oralig'i 20 m, velosipedchilar tezligi 40 km/h ular oralig'i 30 m. Shose bo'ylab harakatlanayotgan kuzatuvchining tezligi qanday bo'lganda, har safar velosipedchi kuzatuvchini qayerda quvib o'tgan bo'lsa, o'sha yerda kuzatuvchi yuguruvchini quvib o'tadi?
- 1.5. Magistral bo'ylab bir yo'nalishda ikkita sportchilar kolonnasi yugurmoqda: yuguruvchilar kolonnasi va velosipedchilar kolonnasi. Yuguruvchilar tezligi 6 m/s va ular oralig'i 10 m, velosipedchilar tezligi 10 m/s ular oralig'i 20 m. Ihtiyoriy bir yuguruvchini velosipedchilar qanday vaqt oralig'ida quvib o'tadi? Velosipedchi qanday vaqt intervalida bir yuguruvchini quvib o'tib, keyingisiga yetib boradi?
- 1.6. Sarcha aravachada uning oldingi va orqa devorlaridan absolyut elastik urilib qaytib dumalamoqda (rasmga qarang). Sharchaning aravachaga nisbatan tezligi u , aravachaning yerga nisbatan tezligi V ga teng. Yerga nisbatan sharcha siljishining vaqtga bog'liqlik grafigini chizing.

Ucha xolni ko'ring:

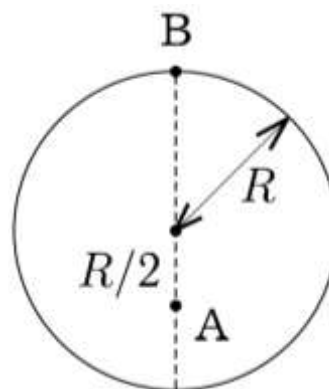
1) $u = 2V$, 2) $u = V$, 3) $u = V/2$.



- 1.7. A va B punktlardan bir-biriga qarab ikki velosipedchi bir vaqtda yo'lga chiqdi. Ular A punktadan 9 km masofada uchrashishdi va harakatlarini davom ettirishdi. Manzilga borib qaytishda ikkinchi marta B punktadan 6 km uzoqlikda uchrashishdi. A va B punktlar orasidagi masofani va velosipedchilar tezliklari nisbatini toping.
- 1.8. A va B punktlardan bir-biriga qarab ikki velosipedchi bir vaqtda yo'lga chiqdi. Ular A punktadan 8 km masofada uchrashishdi va harakatlarini davom ettirishdi. Manzilga borib qaytishda ikkinchi marta uchrashishadi. B punktadan ikkinchi uchrashish joyigacha bo'lgan masofa qaysi oraliqda bo'lishi mumkinligini aniqlang.
- 1.9. Oralaridagi masofa S ga teng bo'lgan A va B shaharlardan ikkita avtomobil bir-biriga tomon bir vaqtda yo'lga chiqdi. Birinchi avtomobil v_1 tezlikda, ikkinchisi esa v_2 tezlikda harakatlandi. Uchrashish vaqt momentidan boshlab birinchi avtomobil v_2 , ikkinchisi v_1 tezlikda harakatlandi (dastlabki yo'nalishda). Birinchi avtomobil B shaharga, ikkinchisi A shaharga yetib borish uchun qancha vaqt sarflagan?
- 1.10. Aylana shakildagi trek yo'l uzunligi 360 m. Ikki velosipedchi trek bo'ylab qarama-qarshi yo'nalishda $v_1 = 9 \text{ m/s}$ va $v_2 = 15 \text{ m/s}$ tezliklar bilan harakatlanmoqda. Trekning qandaydir joyida ular uchrashishdi. Qanday minimal vaqtdan so'ng ular shu joyda qayta uchrashishadi?
- 1.11. Ikki zarracha R radiusli aylananing bir nuqtasidan, bir vaqtda, bir xil tezlikda, biri aylana yoyi bo'ylab, ikkinchisi diametri bo'ylab harakat boshladi (rasmga qarang). Harakat davomida zarrachalar orasidagi masofaning maskimal qiymati qanday bo'ladi. Vaqt oralig'ini ular o'tgan yo'li aylana diametriga teng bo'lgan oraliq bilan chegaralaning.
- 1.12. Aylanma yo'lning markazidan $R/2$ masofada joylashgan A nuqtada joylashgan avtomobil A nuqta bilan bir diametrda joylashgan B nuqtaga borishi kerak (rasmga qarang). Avtomobil halqa ishida ixtiyoriy yo'nalishda to'g'ri chiziq bo'ylab v tezlikda, xalqa bo'ylab esa $2v$ tezlikda harakatlanishi ma'lum bo'lsa, u mashrutni qanday rejalashtirganda B nuqtaga minimal vaqtda yetib boradi? Bu vaqtni hisoblang.

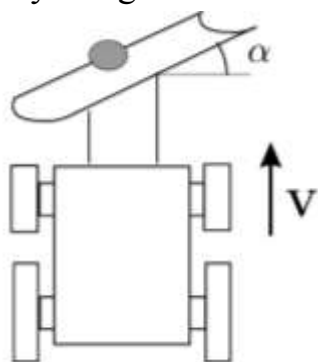


1.11-masalaga

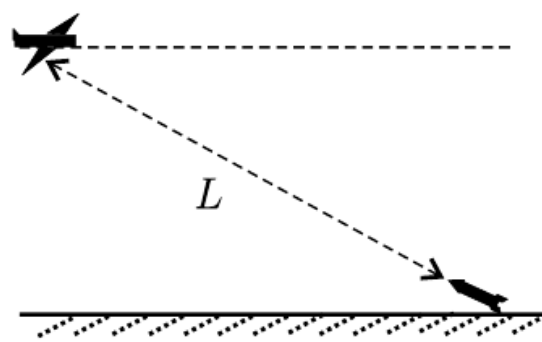


1.12-masalaga

- 1.13. Ikki avtomobilning o'zaro perpendikulyar yo'lda tekis harakatlangandagi bir-biridan uzoqlashish tezligi, huddi shunday tezliklar bilan bir yo'lda harakatlangandagi bir-biridan uzoqlashish tezligidan 5 marta katta. Avtomobilar tezliklari necha marta farq qiladi?
- 1.14. Ikki avtomobil tekis harakatlanib yaqinlashmoqda: Birinchi xolda bitta yo'lda, ikkinchi xolda o'zaro perpendikulyar kesishuvchi ikkita yo'llar bo'ylab avvalgi tezliklarida harakatlanib. Birinchi xoldagi yaqinlashish tezligining ikkinchi xoldagi yaqinlashish tezligiga nisbatini maksimal qiymati qanday bo'ladi?
- 1.15. Tekis harakatlanayotgan ikki avtomobilning o'zaro perpendikulyar yo'lda tekis harakatlangandagi bir-biridan uzoqlashish tezligi, huddi shunday tezliklar bilan bir yo'lda harakatlangandagi bir-biridan uzoqlashish tezligidan 5 marta katta. Qandaydir vaqt momentida sekinroq tezlikda harakatlanayotgan avtomobil chorahadan 60 m masofada joylashdi, 5 s o'tgandan so'ng esa 210 m. Tez harakatlanayotgan avtomobil bu vaqtda chorahadan qanday masofada joylashadi?
- 1.16. Yo'lni tozalayotgan buldozer V tezlikda harakatlanmoqda. Uning surgichi α burchakka burilgan, kesilgan muz bo'laklari unda sirpana yo'l chetiga chiqib boshlaydi. Muz bo'laklarini yo'lga perpendikulyar tezligini aniqlang. Muzning surgichga ishqalanishini xisobga olmang.
- 1.17. Gorizontal yo'nalishda V tezlikda uchayotgan samolyot L masofada aniqlangandan so'ng, zenit raketasi orqali nishonga olindi (rasmga qarang). Raketaning boshqaruv sistemasi shunday o'rnatilganki, uning tezlik vektori doim nishon tomon yo'naladi, uning tezligi esa shunday ortib boradiki bunda uning nishonga yaqinlashish tezligi o'zgarmas saqlanadi. Raketa start olgancha uning tezligi samolyot tezligiga tenglashdi. Raketa samolyotni zenit ustanovkasini ustida bo'lgan vaqt momentida urib tushirdi. Raketa start olgandan qancha vaqt o'tib samolyotni urib tushirgan? Raketaning tezligi vertikal yuqoriga yo'nalgan paytda qanday bo'lgan? Raketa va samolyotning nisbiy tezliklarining maksimal qiymati qanday bo'lgan?



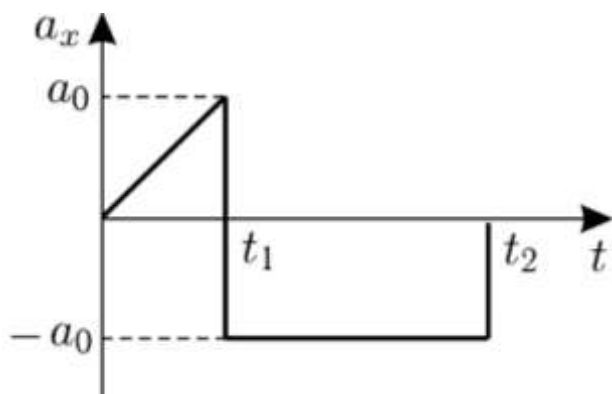
1.16-masalaga



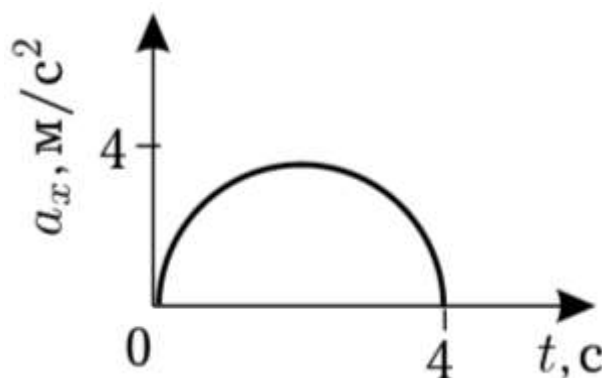
1.17-masalaga

- 1.18. Elektrichka vogzal yonidan to'xtamasdan 18 s da o'tib bo'ldi. Qarama-qarshi yo'nalishdan domiy tezlikda harakatlanayotgan boshqa bir elektrichka bu vogzal oldidan o'tish uchun 14 s vaqt sarfladi. Bu elektrichkalar bir-birini yonidan qancha vaqtda o'tadi? Elektrichkalar uzunligi bir xil va vogzal uzunligini yarmiga teng.
- 1.19. Tekis sekinlanuvchan harakat qilayotgan avtomobil ketma-ket kelgan 3 s va 2 s vaqt intervalida $AB = 51 \text{ m}$ va $BC = 24 \text{ m}$ bo'lgan yo'l kesimlarini o'tdi. Avtomobil C nuqtadan to'xtaguncha qancha yo'l yuradi?
- 1.20. Odam metro vagonidan tushdi va 4.5 km/h tezlikda harakat boshladi. 2 sekunddan so'ng poyezd tekis tezlanuvchan harakat boshladi va 6 s o'tgach poyezdning oxiri odam bilan tezlashdi. Bu vaqt momentida poyezd odam tezligidan 10 marta katta tezlikka erishdi. Odam tushgan vagon poyezd oxiridan qanday masofada joylashgan?
- 1.21. Ikki avtobus to'xtash bekati orasidagi masofa 400 m. Avtobus bekatdan qo'zg'alib, 36 km/h maksimal tezlikka erishguncha tezlashadi, song keyingi bekatgacha tormozlanadi. Bir bekatda ikkinchi bekatga borish uchun 1 minut vaqt sarflangan bo'lsa, avtobus 36 km/h tezlikda qancha yo'l yurgan. Avtobusning tezlashish va tormozlanish tezlanishlari (teng bo'lishi shart emas) doimiy.
- 1.22. Birinchi poyezd A stansiyadan 80 km/h tezlikda yo'lga chiqdi va 8 km tekis yurdi. So'ng tekis sekinlanuvchan harakatlanib, A stansiyadan 10 km masofada joylashgan B stansiyada to'xtadi. Birinchi poyezdda 3 minut keyin A stansiyadan ikkinchi poyezd yo'lga chiqqan. U tekis tezlanuvchan harakatlanib qandaydir tezlikka erishdi, so'ng tekis sekinlanuvchan harakat qilib B stansiyaga birinchi poyezddan 10 minut keyin yetib kelib to'xtadi. Ikki qo'shni stansiya orasida qaysi poyezd katta tezlikka erishgan? U tezlik qanday bo'lgan?
- 1.23. Ikki elektrichka A va B stansiyalardan bir-biriga tomon bir vaqtda yo'lga chiqdi. Biribchisi A dan B ga tomon yo'lning $\frac{1}{3}$ qismini tekis tezlanuvchan, keying $\frac{1}{3}$ qismini tekis va oxirgi $\frac{1}{3}$ qismini tekis sekinlanuvchan harakat qilib bosib o'tdi. Ikkinchi elektrichka B dan A ga tomon vaqtning $\frac{1}{3}$ qismida tekis tezlanuvchan, keying $\frac{1}{3}$ qismida tekis va oxirgi $\frac{1}{3}$ qismida tekis sekinlanuvchan harakat qilib bosib o'tdi. Elektrichklarning tekis harakatdagi tezligi bir xil va 70 km/h ga teng. Agar birinchi elektrichka ikkinchisiga nisbatan 2 minut ko'p harakatlangan bo'lsa, Stansiyalar orasidagi masofani aniqlang.

- 1.24. To'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat qilayotgan zarracha yo'lining ketma-ket kelgan S_1 va S_2 qismlarini mos ravishda t_1 va t_2 vaqtda o'tdi. Zarracha tezlanishini aniqlang.
- 1.25. Jism tinch xolatdan to'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat boshladi. Qandaydir vaqt momentida tekis tezlanuvchan harakat tekis sekinlanuvchan harakatga o'zgardi. O'tilgan yollar bir xil, o'rtacha tezliklar 1.5 marta farq qilsa, tezlashish va tormozlanish tezlanishlari nisbatini aniqlang.
- 1.26. Zarracha tinch xolatdan to'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat boshladi. Qandaydir maksimal tezlikka erishgach, to'g'ri chiziqli tekis sekinlanuvchan harakat qilib toxtadi. Tormozlanish qismining uzunligi tezlashish qismi uzunligidan 2 marta katta. Tezlashish va tormozlanish tezlanishlari nisbatini aniqlang. Tezlashish va tormozlanish vaqtlari necha marta farq qiladi?
- 1.27. Zarracha tinch xolatdan to'g'ri chiziqli harakat boshladi va ketma-ket kelgan ikkita teng yo'l qismlarini har birini o'rish uchun 2 s dan vaqt sarfladi. Harakat davomida zarrachaning maksimal tezligi 20 m/s, yo'ning ikkala yarmidagi tezlanishlar o'zgarmas bo'lsa, u 4 s da qancha yo'l yurgan?
- 1.28. Jism $t = 0$ vaqt momentida kordinata boshidan x o'qi bo'ylab, $V_{0x} = V_0$ boshlang'ich tezlik bilan harakat boshladi. Jism tezlanishining vaqtga bog'liqlik grafigi rasmda keltirilgan. Ko'rsatilgan rasmda a_0 va t_1 lar ma'lum. Qanday t_2 vaqt momentida tezlanish "o'chirilganda", jism $x = 0$ nuqtaga $V_x = -V_0$ tezlikda yetib keladi?
- 1.29. Zarracha $t = 0$ vaqt momentida x o'qi bo'ylab boshlang'ich tezliksiz harakat boshlaydi. Tezlanishining vaqtga bog'liqlik grafigi $a_x(t)$ rasmda keltirilgan yarm aylana ko'rinishida. $t = 4$ s vaqt momentida tezlikning proyeksiyasi v_x ni aniqlang.

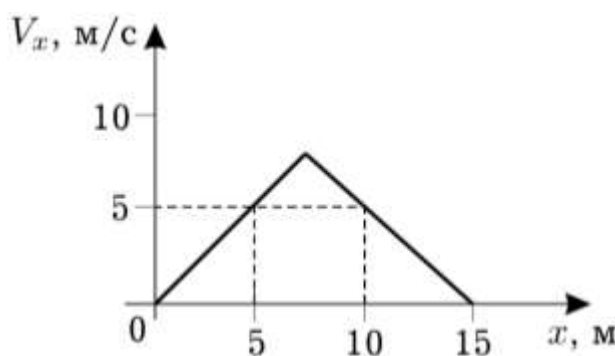


1.28-masalaga

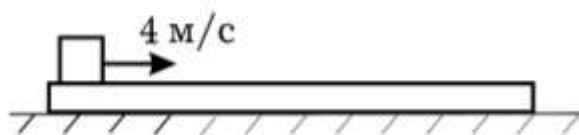


1.29-masalaga

- 1.30. Rasmda jism tezligi V_x ning x kordinataga bog'liqlik grafigi keltirilgan. Jism $x = 0$; 5 m; 10 m; 15 m; nuqtalarda joylashgan vaqt momentlaridagi tezlanishi a_x ni aniqlang.
- 1.31. O'zgarmas kuch ta'sirida harakatlanayotgan jism trayektoriyasi $y = 0.04 \cdot x^2$ (x, y – *matrlarda*) ko'rinishida va $x = 0$ nuqtadan 10 m/s tezlikda o'tdi. Bu nuqtadan o'tgandan 2 s dan so'ng jism tezligi qanday bo'ladi?
- 1.32. Zarracha $x = 0$ nuqtadan x o'qining musbat yo'nalishi bo'yicha harakat boshladi. Jism kordinatasi x va tezligi V_x harakat davomida $x = AV_x^2 + B$ tenlama bilan bog'landi, bunda $A = -2s^2/m$, $B=2$ m . Qancha vaqtdan so'ng zarracha $x = 0$ nuqtaga qaytadi
- 1.33. Tinch turgan ikki jism bir vaqtda tekis tezlanuvchan harakat boshladi. Birinchi jism tezlanishi ikkinchisnikidan 2 marta katta. Qandaydir vaqt momentida birinchi jism tezlanishi bir onda 2 marta kamaydi, ikkinchisini tezlanishi esa 2 marta ortdi. Tezlanishlarning yangi qiymatlari dastlabki qiymatlari davom etgan vaqt oralig'iga teng vaqt davomida saqlandi. Jismlarning o'tgan yo'llari necha marta farq qiladi?
- 1.34. Silliqlik doska gorizontga turli burchaklar ostida o'rnatiladi va har safar undan yuqoriga bir xil 5 m/s boshlang'ich tezlik bilan shayba turtib yuborilib, 2 s da o'tgan yo'li o'lchanadi. Hisob kitoblarga tayangan holda tajribada o'lchanadigan yo'lning minimal qiymatini oldindan ayting. Taxtaning qiyalik burchagi 0 dan 90° gacha o'zgartirish va shayba turtib yuborilgan nuqtadan quyiga o'tib ketishi mumkin deb hisoblang (taxtadan ajralmagan xolda).
- 1.35. Stol ustida yotgan taxta ustida 4 m/s boshlang'ich tezlik bilan brusok turtib yuborildi. Ishqalanish natijasida brusok $3 m/s^2$ tezlanish bilan tormozlandi, taxta esa $1 m/s^2$ tezlanish bilan qo'zg'aldi. Qandaydir vaqt momentida brusok va taxta tezliklari tenglashdi va bir xil $1 m/s^2$ tezlanish bilan sekinlasha boshladi. Brusok va taxtaning harakat boshlagandan to'liq to'xtaguncha stolga nisbatan ko'chishini toping.



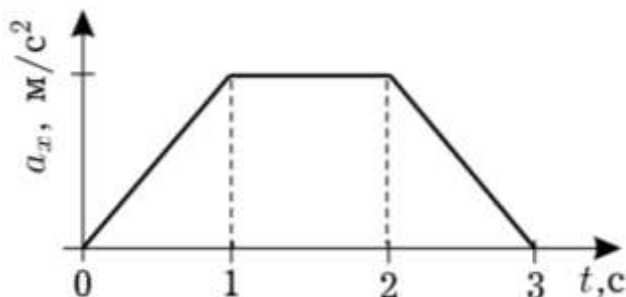
1.30-masalaga



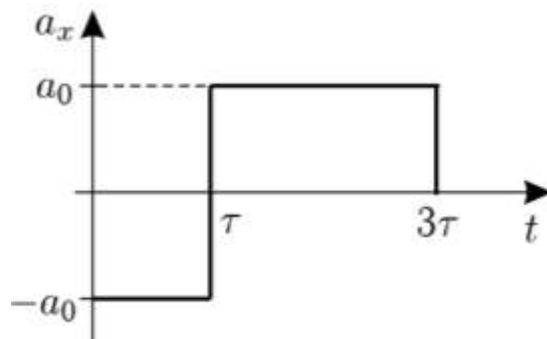
1.35-masalaga

- 1.36. Ikki zaracha bir nuqtadan, bir yo'nalishda, bir vaqtda harakat boshladi. Birinchi zarracha v_0 boshlang'ich tezlik va a_1 tezlanishga ega, ikkinchisi esa – boshlang'ich tezliksiz va a_2 tezlanishga ega, bunda $a_2 > a_1$. Birinchi zarracha ikkinchisidan qanday maksimal masofagacha uzoqlashadi? Harakat boshlangandan qancha vaqt o'tib ikkinchi zarracha birinchisini quvib yetadi?
- 1.37. x o'qining $x_1 = 0$ va $x_2 = L$ nuqtalarida joylashgan ikki jism $t = 0$ vaqt momentida bir-biriga tomon harakat boshladi. x_1 nuqtada joylashgan 1-jism v_0 boshlang'ich tezlik va $a_{1x} = -a$ tezlanish bilan start oldi. Ikkinchisi tekis harakatlandi. Ikkinchi jism tezligining qanday minimal qiymatida o'qdagi bir nuqtada uchrashadi? $L = v_0^2/a$ deb hisoblang.
- 1.38. x o'qining $x_1 = 0$ va $x_2 = L$ nuqtalarida joylashgan ikki jism $t = 0$ vaqt momentida bir-biriga tomon modullari teng boshlang'ich tezliklar bilan harakat boshladi: $V_{1x}(0) = V_0$, $V_{2x}(0) = -V_0$. Birinchi jism tekis harakatlandi, ikkinchisi esa $a_x = 4V_0^2/L$ doimiy tezlanish bilan harakatlandi. Oralaridagi masofaning qanday minimal qiymatida harakat davomida jismlar bir-biriga yetib keladi? Bu qaysi vaqt momentida sodir bo'ladi?
- 1.39. x o'qining bir nuqtasidan bir vaqtda ikki jism $V_{1x}(0) = V_0$, $V_{2x}(0) = -V_0$ ($V_0 > 0$) boshlang'ich tezliklar bilan harakat boshladi. Jismlarning tezlanishlari o'zgarmas va $a_{x1} = -a$, $a_{x2} = 2a$ ($a > 0$). Qancha vaqt o'tib ular bir-biridan maksimal uzoqlashadi va so'ng yaqinlasha boshlaydi? Bu masofa nimaga teng?
- 1.40. x o'qining bir nuqtasidan $t = 0$ va $t = \tau$ vaqt momentlarida ikki jism $V_{1x}(0) = V_0$, $V_{2x}(\tau) = -V_0$ ($V_0 > 0$) boshlang'ich tezliklar bilan harakat boshladi. Jismlarning tezlanishlari o'zgarmas va $a_{x1} = -a$, $a_{x2} = a$ ($a > 0$). τ ning qanday qiymatida jismlar to'qnashuvi eng kech sodir bo'ladi? Bu vaqtni toping.
- 1.41. Ikki zarracha bir vaqtda bir-biriga tomon, bir xil 2 m/s tezlik bilan harakat boshladi. Birinchi zarracha tekis, ikkinchi zarracha boshlang'ich tezligiga qarama-qarshi yo'nalgan 1 m/s^2 tezlanish bilan harakatlandi. Ular orasidagi masofaning qanday minimal qiymatida ular harakat davomida to'qnashmaydi?
- 1.42. Ikki zarracha $t = 0$ vaqt momentida x o'qi bo'ylab boshlang'ich tezliksiz harakat boshladi. Birinchisini tezlanishi doimiy, ikkinchisini tezlanishi o'zgarish qonuni rasmda keltirilgan. 3 s dan so'ng zarrachalar tezliklari tenglashdi. Birinchi zarracha tezlanishi qanday bo'lgan? Har bir jarrachaning ikkinchi sekundda va 3 s davomida o'tgan yo'lini aniqlang.

- 1.43. Ikki zarracha $t = 0$ vaqt momentida x o'qi bo'ylab harakat boshladi. Birinchi zarracha $x = 0$ nuqtadan musbat yo'nalish bo'ylab doimiy V tezlikda. Ikkinchi jism harakati $x = L$ nuqtadan boshlang'ich tezliksiz boshlanadi va bu zarrachaning tezlanishi o'zgarishi rasmda keltirilgan. a_0 va τ qanday qiymatida birinchi zarracha $t > 3\tau$ vaqt momentlarida ikkinchi zarrachani quvib yeta olmaydi va ular orasidagi masofa $L/2$ ga teng o'zgarmas saqlanadi?



1.42-masalaga



1.43-masalaga

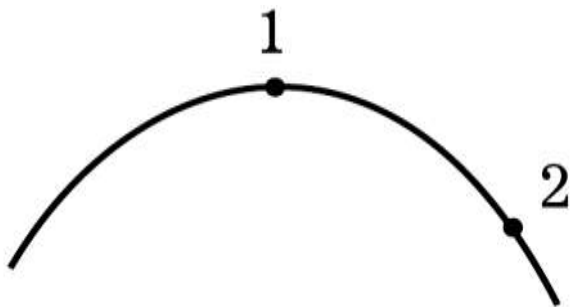
- 1.44. Zarracha $t = 0$ vaqt momentida boshlang'ich tezliksiz doimiy a tezlanish bilan harakat boshlaydi. Vaqtning $\tau, 2\tau, 3\tau, \dots$ momentlarida, zarra tezlanishining moduli o'zgarmasdan, tezlanish vektorining yo'nalishi darhol qarama-qarshi yo'nalishda o'zgaradi. Birinchidan keyin to'g'ri chiziqli tekis harakatlanadigan ikkinchi zarracha, birinchi zarra karakat boshlagan nuqtadan $i \cdot 2\tau$ vaqtda o'tadi. Ikkinchi zarracha tezligining qanday minimal qiymatida birinchi zarrachani 5τ va 7τ vaqt oraliqlarida quvib yetadi?
- 1.45. Tosh erdan 20 m balandlikda joylashgan nuqtadan vertikal ravishda yuqoriga otildi. Agar u 40 m yo'l yurgan bo'lsa, qancha vaqt parvoz qilgan? Erkin tushish tezlashishi $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.
- 1.46. Jism yerdan vertikal ravishda yuqoriga qarab otilganda, maksimal H balandlikka ko'tariladi. Ko'tarilish vaqtining yarmiga teng bo'lgan vaqt momentida jism yerdan qanday balandlikda bo'lgan? ($g=10 \text{ m/s}^2$).
- 1.47. Yerdan vertikal ravishda yuqoriga otilgan to'p ko'tarilishning oxirgi 5 metrini butun parvoz vaqtining uchdan bir qismida o'tadi. To'pni yerdan maksimal ko'tarilish balandligini toping.
- 1.48. Parvozning birinchi va uchinchi sekundlari oxirida yerdan vertikal ravishda otilgan jism tezligining qiymatlari bir xil edi. Jismning maksimal ko'tarish balandligi qancha?
- 1.49. Toshni er sirtidan qanday V_0 boshlang'ich tezlikda vertikal ravishda otilganda, yerga urilish monetnidan bir soniya oldin u o'z yo'lining uchdan ikki qismini bosib o'tadi?

- 1.50. Qadnaydir balandlikdan vertikal yurqoriga otilgan tosh 4 s uchgan va harakatining oxirgi sekundida butun yo'lining yarmini o'tgan bo'lsa, vertikal ravishda yuqoriga otilgan toshning maksimal ko'tarilish balandligi qancha? Havo qarshiligi hisobga olinmasin.
- 1.51. Yerdan H balandlikda joylashgan nuqtadan, birinchi jism boshlang'ich tezliksiz erkin tashlandi, ikkinchisi esa V_0 tezlik bilan kechikish bilan yuqoriga tik otildi. Bu kechikish qanday bo'lganda, parvoz paytida jismlar (jismlardan biri erga urilishidan oldin) maksimal masofaga uzoqlashadi? Bu masofa nimaga teng? $V_0 > \sqrt{2gH}$ va $V_0 < \sqrt{2gH}$ holatlarini ko'rib chiqing (g - tortishish tezlashishi).
- 1.52. H balandlikdan ikki jism τ vaqt intervali bilan, erga tushadi. Birinchi jism tezligining ikkinchisiga nisbatan vaqtga bog'liqligini grafigini tuzing. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin. Jismlarning yerga urilishi absolyut elastik deb hisoblang.
- 1.53. Bitta uyda uchta talaba jismning erkin tushish qonuniyatlarini o'rganmoqdalar. Ulardan ikkitasi 5- va 3-qavatlarida joylashgan bo'lib, bolkondan 7-qavatdagi uchinchi talaba tomonidan, boshlang'ich tezliksiz tashlab yuborilgan to'p ularning yonidan o'tib ketganda qo'llaridan to'plarni tashlab yuboradilar. Havoning qarshiligi e'tiborga olinmaganda to'plar qanday tartibda erga tushadi? Havoning qarshiligi erga urilish ketma-ketligiga ta'sir qiladimi?
- 1.54. Vertikal ravishda yuqoriga otilgan tosh oxirgi soniyada yo'lining yarmni o'tgan bo'lsa, toshning maksimal uchish vaqtini toping.
- 1.55. Jism vertikal yuqoriga otildi. Parvozning birinchi soniyasida jism o'tgan yo'l ikkinchi sekundda bosib o'tgan yo'ldan necha marta ko'p bo'lishi mumkin? Bunga qanday boshlang'ich tezlikda erishiladi? Parvoz vaqti kamida ikki sekund.
- 1.56. Yerdan ma'lum bir balandlikdan vertikal ravishda yuqoriga otilgan jism uchish vaqtini birinchi yarmida butun yo'lning to'rtidan birini bosib o'tdi. Jism ko'tarilgan maksimal balandlikni u otilgan balandlikka nisbatni toping.
- 1.57. Yer sirtidagi bir nuqtadan ikkita jism qandaydir vaqt intervali bilan vertikal yuqoriga otildi. Birinchi tananing boshlang'ich tezligi V_0 , ikkinchisi $\frac{2V_0}{3}$ edi va jismlar bir vaqtda erga tushdi. Jismlar orasidagi maksimal masofa qancha bo'lgan?
- 1.58. Gorizontol stol ustidan H balandlikda joylashgan nuqtadan birin ketin ikkita bir xil to'p tushadi. Birinchi to'p $H/2$ masofani bosib o'tganda, ikkinchisi tushishni boshlaydi. Stolga urilishni absolyut elastik deb hisoblab, to'plar to'qnashadigan

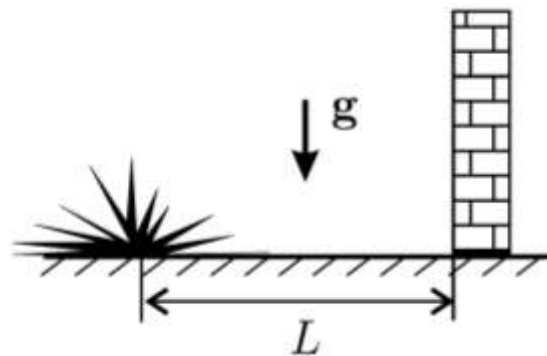
balandlikni toping. Agar birinchi to'qnashuv markaziy va absolyut elastik bo'lsa, to'plar yana qaysi balandlikda to'qnashadi?

- 1.59. Gorizonttal plastinka ustidan 0,45 m va 1,8 m balandlikda joylashgan ikkita shar $t = 0$ vaq momentida boshlang'ich tezliksiz tashlanadi. Plitaga sharlarning urilishi absolyut elsatik va havo qarshiligini e'tiborsiz qoldirib, nisbiy tezlik modulining (ya'ni, bitta sharning boshqasiga nisbatan tezligi) vaqtga bog'liqligini grafigini tuzing. Chizish $0 \leq t \leq 1, 2$ s vaqt oralig'ida amalga oshiriladi. Sharlar bir-biri bilan to'qnashmaydi va erkin tushish tezlanishi $g = 10 \text{ m/s}^2$ deb hisoblang.
- 1.60. Ikkita to'p bir vaqtning o'zida ikki marta farq qiladigan balandliklardan polga tashlanadi. Polga urilishlarni absolyut elastik deb hisobga olsak, to'plar uzoq vaqt davomida yurgan yo'llarning nisbatlarini toping (ko'p sonli sakrashdan keyin). Trayektoriyalar gorizonttal ravishda joylashtirilgan va harakat paytida to'plar bir-biri bilan to'qnashmaydi.
- 1.61. $t = 0$ momentida ikkita to'p gorizonttal poldan H balandlikdagi nuqtadan otiladi: biri $\sqrt{2gH}$ tezlik bilan pastga, boshqasi huddi shu tezlikda vertikal yuqoriga (g - tortishish tezlashishi). Traektoriyalar gorizonttal ravishda joylashtirilgan va to'plar harakat jarayonida bir-birlarini to'qnashmaydi. To'plar bosib o'tgan yo'llardagi farq qaysi vaqt mementlarida maksimal bo'ladi? To'plarining polga urilishlari absolyut elestik deb hisoblang.
- 1.62. Yerdan otilgan jismning kinetik energiyasi uchishning 1 soniyasida boshlang'ich kinetik energiyasi qiymatining $1/4$ qismiga teng minimal qiymatga erishdi. Jismning uchish uzoqligini toping. Havoning qarshiligini e'tiborsiz qoldiring.
- 1.63. Agar u uchish vaqti 2 s va maksimal ko'tarilish balandligi uchish uzoqligida teng bo'lsa, ufqqa burchak ostida otilgan jismning boshlang'ich tezligini toping.
- 1.64. Yerdan $t = 0$ vaqt momentida gorizontga α burchak ostida otilgan jism t_1 va t_2 vaqt momentlarida bir hil balandlikda bo'ldi. $t_2 - t_1$ vaqt oralig'idagi ko'chishni toping.
- 1.65. 10 m/s boshlang'ich tezlik bilan gorizontga burchak ostida otilgan jism 2 s uchdi va erga urish paytida 14 m/s tezlika erishdi. Havo qarshiligini e'tiborsiz qoldirib, jismning otilgan balandligini va yerdan ko'tarilgan maksimal balandligini toping. Erkin tushish tezlanishi 10 m/s^2 ga teng deb hisoblang.
- 1.66. Gorizontga α burchak ostida V_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jism tezlik vektori uchish davomida qanday maksimal burchak tezlikka erishadi?

- 1.67. Yer sirtidan bir xil tezlikda ikki tosh otildi. Bunday holda, toshlarning uchish masofalari ham bir xil bo'ldi va uchish vaqtlari $\sqrt{3}$ marta farq qildi. Toshlar qanday burchaklarda otilgan?
- 1.68. Jism ufqqa turli burchaklarda ikki marta bir xil tezlikda otilgan. Ikkala holatda ham uchish uzoqligi 30 m ni tashkil etdi va dastlabki otishdagi uchish vaqti 3s ga teng bo'ldi. Ikkinchi otish uchun uchish vaqti qancha bo'ladi?
- 1.69. Tosh ufqqa turli burchaklarda bir xil boshlang'ich tezlikda erdan ikki marta otildi. Gorizontal uchish uzoqligi ikkala holda ham bir xil va maksimal ko'tarilish balandliklari yig'indisiga teng bo'ldi. Tosh qanday burchaklarda otilgan?
- 1.70. Minomyotdan ufqqa 75° burchak ostida o'q otildi. Parabolik traektoriya bo'ylab erkin uchayotgan mina, avval o'q otilgan joydan uzoqlashadi, keyin 10 sekund davomida yaqinlashadi va keyin yana uzoqlashadi. O'qning boshlang'ich tezligi qancha? Erkin tushish tezlanishini 10 m/s^2 ga teng deb hisoblang.
- 1.71. Jism Rasmda keltirilgan parabola bo'ylab ikki marta harakat qiladi: birinchi holatda faqat tortishish kuchi ta'siri ostida harakat qiladi, ikkinchi holda esa huddi shu trayektoriya bo'ylab doimiy V tezlik bilan harakat qiladi. Ikkala hol uchun ham yuqoridagi 1 nuqtada jism tezligi mos keladi (rasmga qarang). Jismning ikkinchi holda 1 va 2 nuqtalardagi tezlanishini toping (2 nuqtada tezlik vektori ufqqa 45° burchak ostida yo'nallgan). Erkin tushish tezlanishini ma'lum deb hisoblang.
- 1.72. Vertikal devordan L masofada granata portlashi natijasida barcha yo'nalishga bir xil V_0 tezlik bilan granata parchalari sochilladi (rasmga qarang). $V_0 = \sqrt{2gL}$ ga teng deb hisoblab, qancha vaqtdan so'ng "oskolka"lar devorga urila boshlashini, "oskolka"larning devorga urilish davomiyligini va ular devorga uriladigan maksimal balandlikni aniqlang.



1.71-masalaga

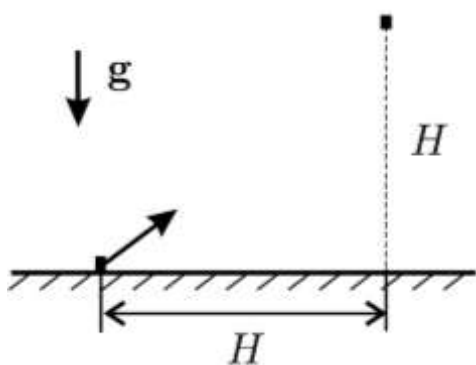


1.72-masalaga

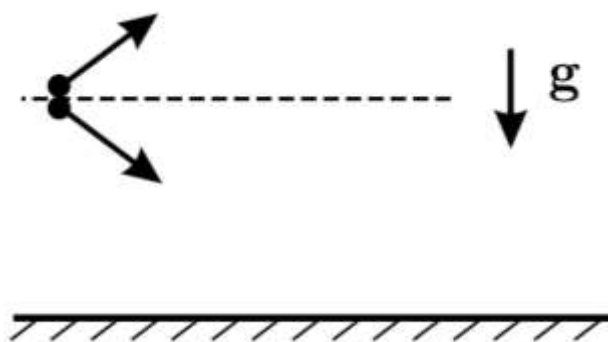
1.73. Bir tosh H balandlikdan erkin tusha boshlagan vaqt momentida, ikkinchi tosh birinchisining traektoriyasidan masofa H masofada joylashgan er sirtidagi nuqtadan otildi (rasmga qarang). Erdan uloqtirilgan tosh qanday boshlang'ich tezlik bilan otilganda, vertikal vertikal tushayotgan tosh bilan to'qnashuvdan oldin minimal tezlikka ega bo'ladi?

1.74. Ikki jism bir nuqtadan, bir vaqtda, bir xil V_0 boshlang'ich tezlik bilan otildi. Birinchisini vertikal yuqoriga, ikkinchisini gorizontga ma'lum burchak ostida otildi. Bu burchak qanday bo'lganda, jismlar orasidagi masofa maksimal bo'ladi? Bu maksimal masofa qancha? Jismlar yerga noelastik uriladi deb hisoblang.

1.75. Ikki jism bir nuqtadan, bir vaqtda, bir xil boshlang'ich tezlik bilan otildi. Otilish paytida boshlang'ich tezlik vektorlari bir vertikal tekislikda yotadi va gorizont bilan bir xil burchak hosil qiladi (Rasmga qarang). Jismlar 2 s vaqt intervali bilan, bir-biridan 20 m masofada yerga urildi. Boshlang'ich tezlik vektorlari orasidagi burchakni toping. $g = 10\text{ m/s}^2$ deb hisoblang.



1.73-masalaga



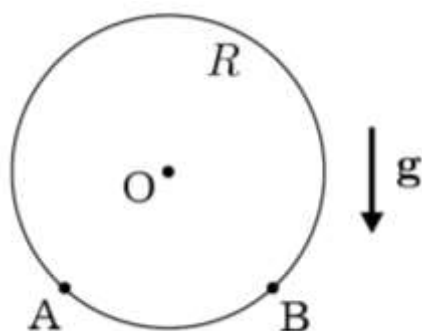
1.75-masalaga

1.76. Yer sirtidan H balandlikda granata portlashi natijasida “oskolka”lar barcha yo'nalishda bir xil tezlikda sochiladi. Gorizont otilgan bo'lakchalar portlashning episentiridan (granata portlagan nuqtaning yer sirtidagi proyeksidasidan) H masofada yerga urildi. Yana qanday burchak ostida sochilgan bo'lakchalar episentirdan huddi shunday H masofada yerga uriladi?

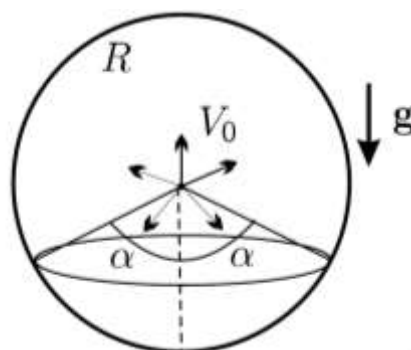
1.77. Gorizont bilan α burchak hosil qiluvchi tog' yon bag'rida granata portlashi natijasida “oskolka”lar barcha yo'nalishda bir xil V_0 tezlikda sochiladi. Qancha vaqtdan so'ng oxirgi bo'lakcha yerga (tog' yon bag'riga) tushadi?

1.78. Gorizont bilan α burchak hosil qiluvchi tekislikka paralel koptok otildi. Urilish momentida koptok tezligi gorizont yo'nalgan va V ga teng ekanligi ma'lum bo'lsa, qancha vaqtdan so'ng koptok tekislikka urilgan?

- 1.79. Gorizont bilan α burchak hosil qiluvchi tog' yon bag'ridan, bir nuqtadan bir xil V_0 boshlang'ich tezlik bilan ikkita tosh bir vaqtda otildi. Toshlar tog' yon bag'riga bir vaqtda urildi-toshlardan biri otilish nuqtasiga tushdi. Ikkinchi tosh otilish nuqtasidan qanday maksimal masofaga tushishi mumkin?
- 1.80. Gorizont bilan 30° burchak hosil qiluvchi tog' yon bag'ridan, bir nuqtadan bir xil 20 m/s boshlang'ich tezlik bilan ikkita tosh bir vaqtda otildi. Ulardan biri gorizontga qandaydir burchak ostida yuqoriga, ikkinchisi esa birinчисiga vertikalga nisbatan simmetrik otildi. Toshlarning tog' yon bag'irlariga urilish nuqtalari orasidagi masofaning maksimal qiymati qancha bo'lishi mumkin? 2) Gorizont bilan 30° burchak hosil qiluvchi tog' yon bag'ridan, bir nuqtadan bir xil 20 m/s boshlang'ich tezlik bilan ikkita tosh bir vaqtda otildi. Ulardan biri qiyalikka qandaydir burchak ostida yuqoriga, ikkinchisi esa huddi shunday burchak ostida pastga otildi. Toshlarning tog' yon bag'irlariga urilish nuqtalari orasidagi masofaning maksimal qiymati qancha bo'lishi mumkin?
- 1.81. Kichik sharcha R radiusli silliq sfera ichida, O sfera markazi orqali o'tuvchi vertikal o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan A va B nuqtalarga absolyut elastik urilib-qaytib, harakatni takrorlaydi (rasmga qarang). Agar harakat davomida uning trayektoriyasi O nuqta orqali o'tsa, sharchaning harakat davomidagi minimal tezligini aniqlang. Sharchaning harakat trayektoriyasini chizing va trayektoriyasining eng yuqori nuqtasini egrilik radiusini toping.
- 1.82. R radiusli sfera markazidagi portlash natijasida "oskolka"lar barcha yo'nalishlarga bir xil $\sqrt{0.5gR}$ tezlikda simmetrik sochildi (rasmga qarang). "Oskolka"lar urilladigan sfera segmenti sirtini chegaralovchi qutbiy burchakni aniqlang.

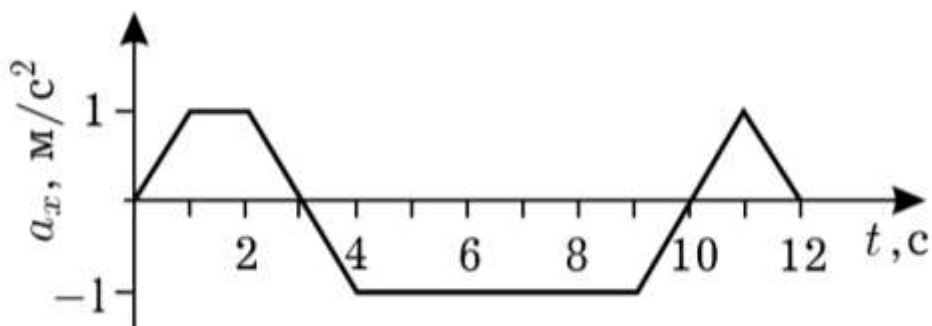


1.81-masalaga



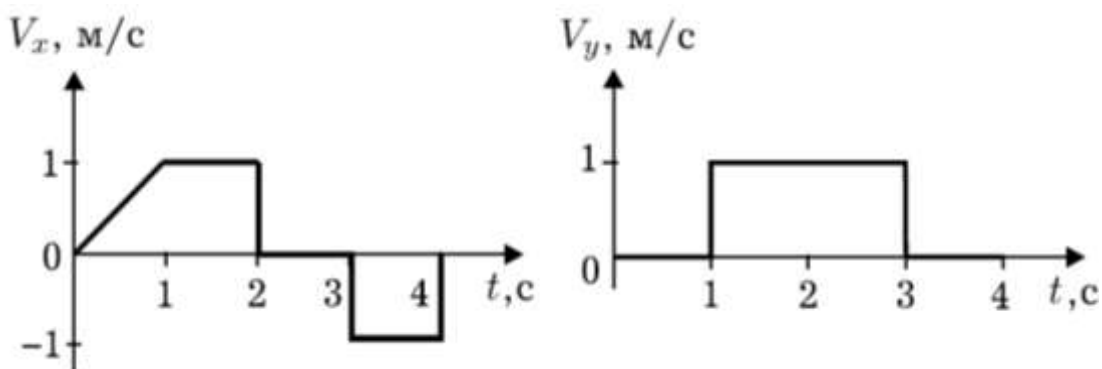
1.82-masalaga

1.83. Zarracha X, Y tekislikda harakatlanadi. Uning Y o'qi bo'ylab yo'nalgan tezligi doimiy 3 m/s ga teng, X o'qidagi tezligi esa o'zgaradi. Tezligining X o'qidagi proyeksiyasining boshlang'ich qiymati $V_{0x} = 0$, tezlanish proyeksiyasi a_x ni vaqtga bog'liqligi rasmda keltirilgan. Zarrachaning maksimal tezligini aniqlang.



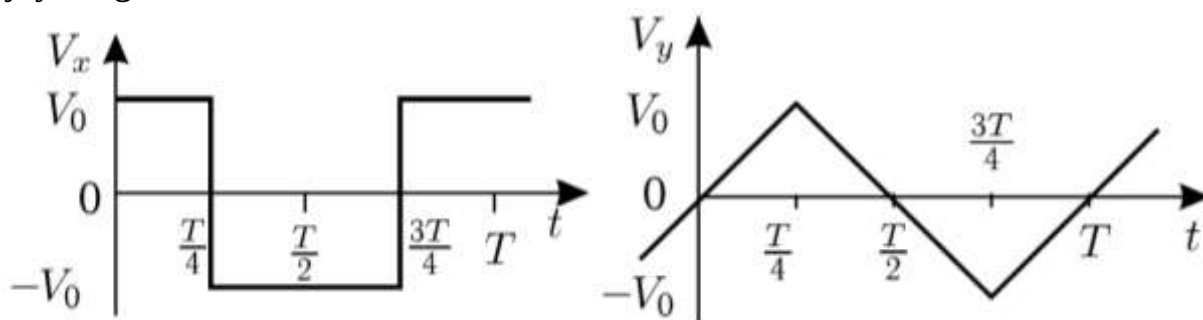
1.83-masalaga

1.84. Zarracha X, Y tekislikda harakatlanadi. Zarracha tezligining proyeksiyalari $V_x(t)$ va $V_y(t)$ keltirilgan grafikdan foydalanib, uning 4 s da o'tgan yo'lini aniqlang.



1.84-masalaga

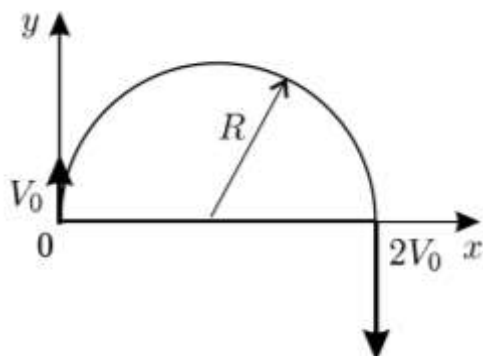
1.85. Zarra x, y tekislikda davriy harakatni amalga oshiradi. Uning tezligining x, y o'qi bo'yicha proektsiyalari vaqtga bog'liq rasmlarda ko'rsatilgandek o'zgaradi. Zarrachaning traektoriyasini chizing. Zarrachaning $t = T/2$ vaqt momentidagi traektoriyaning egrilik radiusini toping. $t = 0$ da zarracha kordinata boshida joylashgan.



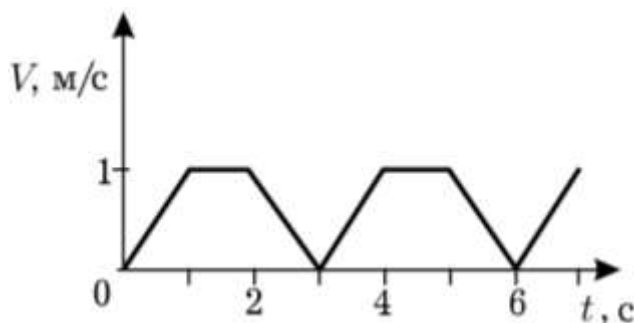
1.85-masalaga

1.86. Yuqoridagi 1.85 masala uchun trayektoriyaning maksimal egrilik radiusini aniqlang.

1.87. Moddiy nuqta R radiusli yarmaylanani doimiy tangensial tezlanish bilan o'tdi va uning tezligi V_0 van $2V_0$ gacha ortdi. Kordinata o'qlarini rasmda ko'rsatilgandek yo'naltirib, a_x , a_y , V_x , V_y larning vaqt bo'yicha o'rtacha qiymatlarini aniqlang.

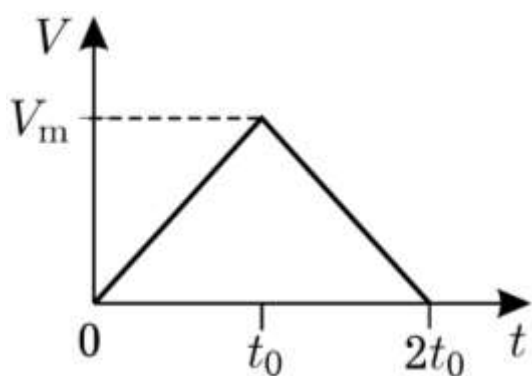


1.87-masalaga

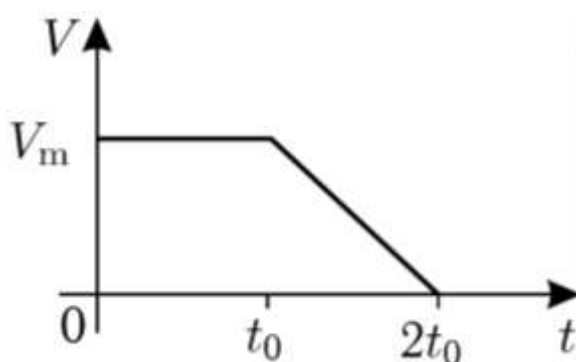


1.88-masalaga

1.89. Zarracha aylana bo'ylab harakatlanib, $2t_0$ vaqtda to'liq aylandi. Zarracha tezligining o'zgarish grafigi rasmda keltirilgan. Zarracha o'tgan yo'lining vaqtga bog'liqlik grafigini chizing. Aylananing birinchi choragini qancha vaqt davomida o'tganini aniqlang. X o'qini boshlang'ich nuqtadan diametr bo'ylab yo'naltirib, t_0 vaqtdagi a_x va v_x larni o'rtacha qiymatini aniqlang.



1.89-masalaga



1.90-masalaga

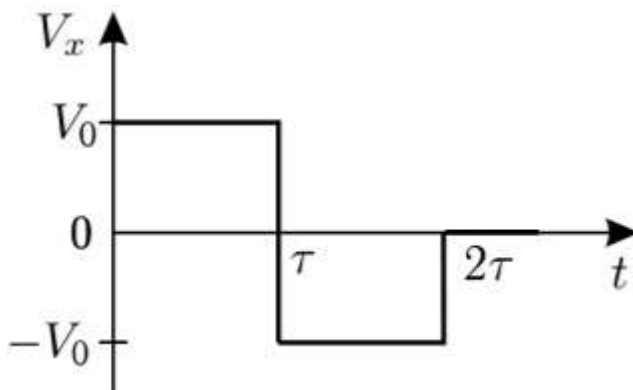
1.91. Dekart kordinatalar sistemasida jimning kordinatalari quyidagicha o'zgarmogda: $x(t) = A \cos \omega t$, $y(t) = A \sin \omega t$, $z(t) = A \omega t$, bu yerda A va ω - musbat o'zgarmaslar. Zarracha t_0 vaqtda qancha yo'l yuradi?

1.92. Dekart kordinatalar sistemasida jimning kordinatalari quyidagicha o'zgarmoqda:
 $x(t) = A \cos \omega t$, $y(t) = A \sin \omega t$, $z(t) = A \omega t (1 - \frac{\omega t}{2})$, bu yerda A va ω - musbat o'zgarmaslar. Zarracha trayektoriyasining minimal egrilik radiusini toping.

1.93. Ipga osilgan sharcha osilish nuqtasi bilan bir hil satxgacha og'ib (ip gorizontol holatgacha) vertikal tekislikda tebranmoqda. Sharcha to'la tezlanishinig minimal qiymati nimaga teng. Havoning qarshilik kuchini hisobga olmang. Erkin tushish tezlanishi g ma'lum.

1.94. Ipga osilgan sharcha muvozanat vaziyatidan maksimal 60° og'gan holda vertikal tekislikda tebranmoqda. Sharcha to'la tezlanishinig minimal qiymati nimaga teng. Havoning qarshilik kuchini hisobga olmang. Erkin tushish tezlanishi g ma'lum.

1.95. L uzunlikdagi gorizontol taxta ustida brusok yotibdi. $t = 0$ vaqt momentida doska tezligini proyeksiyasi V_x vaqtga bog'liqligi rasmda keltirilgandek harakat boshladi (X o'qi doska bo'ylab yo'nalgan). Taxtaning harakati tufayli brusok sirpanib tushib ketmaydigan, brusokning taxtadagi boshlang'ich xolati soxasini ko'rsating. Quyidagi shartlarni ko'rib chiqing: $V_0 \tau = \frac{L}{4}$ va $\tau = \frac{V_0}{\mu g}$, bu yerda μ - brusok va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti.



1.95-masalaga

1.96. Gorizontol sirtida yotrag rezina shaybaga zarb berilganda u 2 s da 6 m yo'l otib to'xtadi. Birinchi zabra berilgandan τ vaqt o'tib shaybaga yana huddi shunday, lekin avvalgi yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda zarba berildi. S ning τ ga bog'liqlik grafigini chizing, buyerda S - boshlang'ich nuqtadan shayba to'liq to'xtaguncha bo'lgan masofa.

1.97. Silliq gorizontol stolda qandaydir tezlik bilan sirpanayotgan shayba o'z yo'lida bir xil kenglikdagi, shaybaning tezlik vektoriga perpendikulyar bo'lgan ikkita g'adir-budur yo'ldan o'tadi. Birinchi yo'ldagi ishqalanish koeffitsienti ikkinchisidan 2 marta kichik. Agar shayba ikkinchi yo'ldan o'tib to'liq to'xtagan bo'lsa, shaybaning yo'llarni o'tish vaqtlari qanday monosabatda?

1.98. Silliq gorizontol stolda qandaydir tezlik bilan sirpanayotgan shayba o'z yo'lida bir xil kenglikdagi, shaybaning tezlik vektoriga perpendikulyar bo'lgan ikkita g'adir-budur yo'ldan o'tadi. Birinchi yo'ldagi ishqalanish koeffitsienti ikkinchisidan 2 marta kichik. Shayba ikkinchi yo'ldan o'tib to'liq toxtaydi. Agar shaybaga ortga tomon huddi shunday boshlang'ich tezlik berilsa, g'adir-budur qismlarini o'tish vaqti necha marta o'zgaradi?

1.99. Bir xil uzunlikdagi ikkita taxta (biri dag'al, ikkinchisi silliq) uchlari bilan mahkam ulangan va gorizontga ma'lum burchak ostida qiyalatilgan (rasmga qarang). Brusok taxtaning yuqori qismida joylashgan bo'lib, silliq qismda dag'al qismdagidan ikki marta katta tezlanish bilan sirpanadi. Brusokning ikkita xoldagi sirpanib tushish vaqtlari nisbatini aniqlang: birinchi holda tepada silliq qism, ikkinchisida dag'al. Taxtaning qiyalik burchagi ikkala xolda ham bir xil.



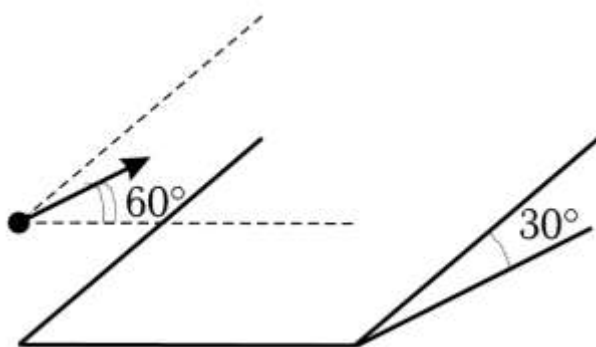
1.99-masalaga

1.100. Qiya tekislik bo'ylab yuqoriga turtib yuborilgan kubik boshlang'ich tezlikning yarmiga teng tezlikda boshlang'ich nuqtaga qaytdi. Agar yuqoriga va pastga sirpanish vaqtlari yig'indisi 3 s ga teng bo'lsa, kubikni ko'tarish vaqti qancha?

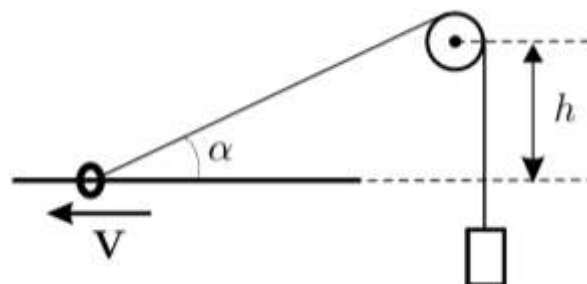
1.101. Rezina shayba asosidagi burchagi α bo'lgan qiya tekislikka qo'yildi. Shayba sirpana boshladi va pastga tomon qandaydir yo'l o'tib, qiya tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'siqqa absolyut elastik urildi. Shayba to'qnashuvdan so'ng yuqoriga tomon harakatdan to'xtaguncha pastga tomon yurgan yo'lining yarmiga teng masofa o'tdi. Tekislik va shayba orasidagi ishqalanish koeffitsientini aniqlang.

1.102. Qiya ponaning yog'i gorizont bilan 30° burchak hosil qiladi. Bu yog'ga paralel, pona qirrasiga 60° burchak ostida koptok otildi (rasmga qarang). Ponaning qiya yog'iga urilish momentida koptokning tezligi V ga teng va gorizont yo'nalgan bo'lsa, uning uchish vaqtini toping.

1.103. Bir uchi halqaga mahkamlangan, blok orqali tashlangan ipga yuk osilgan. Halqa bkoldan h masofa pastda joylashgan gorizontol sterjenda doimiy V tezlikda sirpanadi (rasmga qarang). Ip va sterjen o'zaro α burchak hosil qilgan vaqt momentidagi yukning tezlanishini aniqlang.

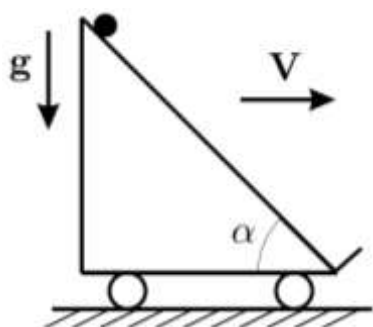


1.102-masalaga

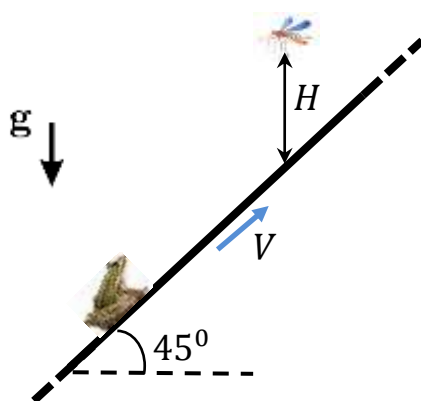


1.103-masalaga

- 1.104. Asosidagi burchagi α bo'lgan massiv qiya tekislik gorizontal yo'nalishda V tezlikda hahakatlanmoqda (rasmga qarang). Qiyalik boshidan kichik jism ishqalanishsiz sirpana boshlaydi. U qiyalik etagidagi to'siqqa absolyut elastik urilib, pastga-yuqoriga harakatini takrorlaydi. Jismni yerga nisbatan trayektoriyasini chizing va trayektoriyasining eng yuqori nuqtasini egrilik radiusini toping.
- 1.105. Yuqoridagi 1.104-masala uchun jism trayektoriyasining minimal egrilik radiusini aniqlang. $\sqrt{2gh} > V\cos\alpha$ va $\sqrt{2gh} < V\cos\alpha$ bo'lgan hollarni qarab chiqing (h-qiyalik balandligi, g-erkin tushish tezlanishi).
- 1.106. Gorizontga 45° burchak ostida harakatlanayotgan eskalatorda o'tirgan qurbaqa uning oldinda eskalator lentasidan H balandlikda turgan chivinni payqadi (rasmga qarang). Chivinni yeyish uchun qurbaqa lentaga nisbatan qanday minimal tezlikda sakrashi kerak? Eskalator lentasining tezligi $V = 2\sqrt{gH}$ bo'lsa, sakrash nuqtasidan chivingacha bo'lgan masofa qanday bo'lishi kerak?
- 1.107. G'ildirak gorizontal tekislikda sirpanmasdan aylanadi; g'ildirak markazining tezlanishi a_0 ga teng. Pastki nuqtaning tezlanishi markazining tezlanishi a_0 ga teng bo'lgan vaqt momentida g'ildirakning yuqori nuqtasining tezlanishini toping.
- 1.108. R radiusli disk sirg'anmasdan dumalay boshlaydi, bunda disk markazining tezlanishi doimiy qoladi. Diskning markazi S masofaga siljigan vaqtda nol tezlanishga ega bo'lgan nuqtani toping. $S = 0$, $S = R/2$ bo'lgan hususiy holatlarini ham ko'rib chiqing.



1.104-masalaga

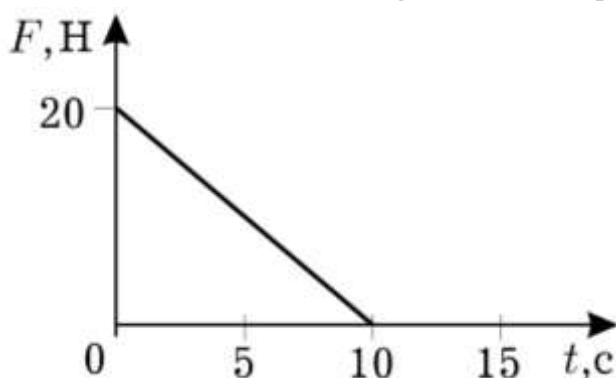


1.106-masalaga

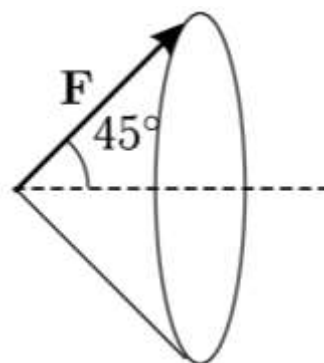
- 1.109. V tezlikda harakatlanayotgan transportyor lentasida turgan qo'ng'izcha $V/2$ tezlikda R radiusli aylana bo'ylab yugurmoqda (lentaga nisbatan). Qo'ng'izchaning harakatsiz sanoq sistemasidagi minimal va maksimal tezliklarini toping. Qo'ng'izcha harakatsiz sanoq sistemasiga nisbatan minimal tezlikdan maksimal tezlikka erishguncha bo'lgan vaqt oralig'ida qanchaga ko'chadi. Qo'ng'izchaning harakatsiz sanoq sistenasidagi tezlik vektori va lentaning harakat yo'nalishi orasidagi burchakning maksimal qiymati qanday bo'ladi? Qo'ng'izchaning lentadagi trayektoriyasidan harakatsiz sanoq sistemasiga nisbatan faqat tangensial tezlanishga ega bo'ladigan nuqtalarni ko'rsating.

2. Dinamika. Saqlanish qonunlari.

- 2.1. Masasi 10 kg bo'lgan jism gorizontaal tekislikda tinch turibdi. Jism va sirt orasidagi ishqalanish koefitsenti 0.1 ga teng. Jismga $t = 0$ vaqt momentidan boshlab gorizontaal qo'yilgan kuchning vaqtga bog'lanish grafigi keltirilgan. Quyidagi vaqt momentlaridagi jism tezligini aniqlang: $t=5$ s, 10 s, 15 s. Erkin tushish tezlanishi $g = 10 \text{ m/s}^2$ deb hisoblang.
- 2.2. Massasi m bo'lgan zarracha shunday harakat qiladiki, bunda uning kordinatalari quyidagicha ko'rishishda o'zgaradi:
 $x(t) = A \cos \omega t$; $y(t) = A \sin \omega t$; $z(t) = 2A \omega t$. Zarrachaga ta'sir etuvchi natijaviy kuchni va t vaqtda o'tgan yo'lini aniqlang. A va ω ma'lum kattaliklar.
- 2.3. Massasi m bo'lgan, harakatsiz zarrachaga $t = 0$ vaqt momentida kuch ta'sir qila boshlaydi. Kuch vektori ochilish burchagi 45° bo'lgan konus hosil qilib bir tekis aylanadi, moduli F ga teng va doimiy (rasmga qarang). F vektorining konus bo'ylab aylanish davri T . Zarrachaning $t = T / 2$ vaqt momentidagi ko'chishini toping.

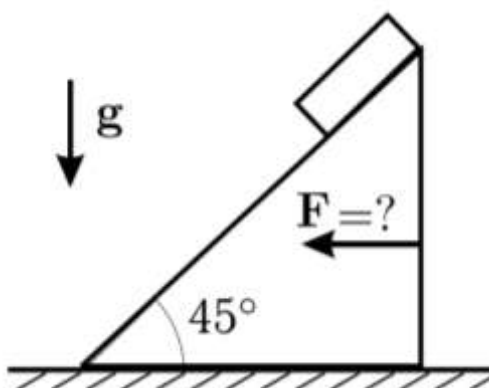


2.1-masalaga



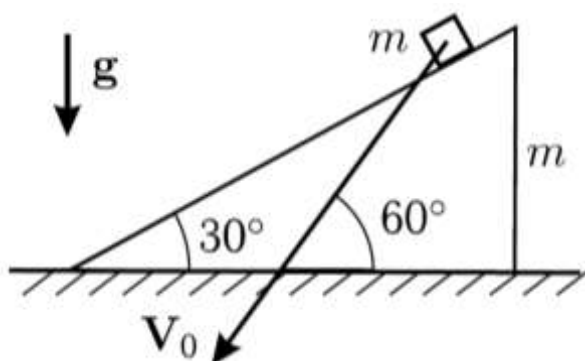
2.3-masalaga

- 2.4. Massasi 1 kg bo'lgan jism huddi shunday massali ponaning silliq sirti bo'ylab sirg'anadi (rasmga qarang). Pona asosidagi burchak 45° , pona va gorizontaal stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti 0,1 ga teng. Ponani harakatsiz ushlab turish uchun zarur bo'lgan F kuchning minimal qiymati qancha?

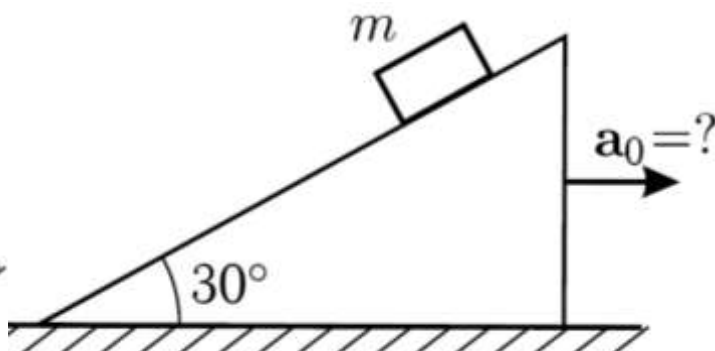


2.4-masalaga

- 2.5. Gorizontal stol ustida harakatsiz yotgan, massasi $2m$ bo'lgan ponaning silliq qiya sirti bo'ylab massasi m bo'lgan kub sirpana boshlaydi. Ponaning asosidagi burchak α ga teng. Stol va pona orasidagi ishqalanish koeffitsientining qanday qiymatida pona tinch holatda qoladi?
- 2.6. Silliq gorizontal stol ustida asosining burchagi 30° bo'lgan m massali pona mavjud. Xuddi shunday massali brusok ponaning qiya sirti bo'ylab siljiydi va uning stolga nisbatan tezligi V_0 ga teng va 60° burchak ostida yo'naladi (rasmga qarang). Sistema impulsining moduli va yo'nalishini hamda brusok va pona orasidagi ishqalanish kuchi toping.
- 2.7. Silliq gorizontal stolda burchagi α bo'lgan pona joylashgan. Ponaning qiya sirti bo'ylab brusok sirpanadi va uning stolga nisbatan tezligi vertikal yo'naltirilgan va V_0 ga teng. Pona tezligini va brusok va pona orasidagi ishqalanish koeffitsientini toping.
- 2.8. Asosidagi burchagi 30° bo'lgan pona ustidagi m massali kubcha unga $mg/2$ kuch bilan bosishi uchun gorizontal yo'nalishda qanday a_0 tezlanish bilan harakat qilishi kerak (rasmga qarang), (g - tushish tezlanishi)? Kubcha va pona orasida ishqalanish yo'q.



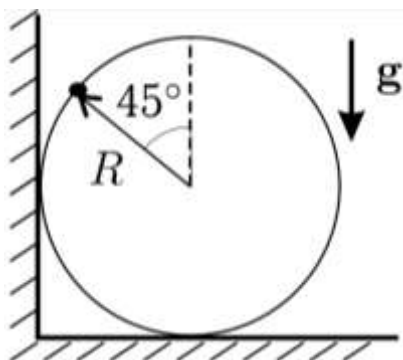
2.6-masalaga



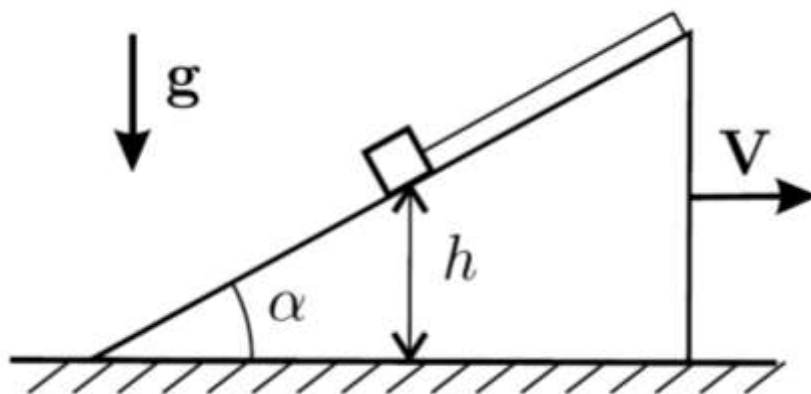
2.8-masalaga

- 2.9. Massasi m bo'lgan shayba R radiusli silliq simli halqaga kiydirilgan, halqa tekisligi gorizontga 30° burchak ostida joylashgan. Shayba halqaning yuqori nuqtasidan boshlang'ich tezliksiz sirpana boshlagan bo'lsa, shaybaga eng quyi vaziyatdan o'tishida halqa tomonidan ta'sir qiluvchi kuchni aniqlang.
- 2.10. Massasi m bo'lgan shayba gorizontal joylashgan R radiusli qo'zg'almas qattiq halqaga kiydirilgan. Qandaydir vaqt momentida shaybaga v_0 tezlik berildi. Ikki vaqt momentida halqa tomondan shaybaga ta'sir qiluvchi kuchni toping: harakat boshlangan va to'xtashdan oldin. Shayba va halqa orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng.

- 2.11. L uzunlikdagi ipga osilgan sharcha ipning gorizontol holatigacha og'iriladi va boshlang'ich tezliksiz qo'yib yuboriladi. Ip bardosh bera oladigan maksimal taranglik kuchi sharchaga ta'sir qiluvchi ogirlik kuchiga teng. Ipni uzgandan keyin sharning parabola bo'ylab harakat qilish vaqti dastlabki vertikal holatda ipni kesib yuborilgandagi erkin tushish vaqti bilan bir xil bo'lishi uchun osilish nuqtasi poldan qanday balandlikda bo'lishi kerak?
- 2.12. Massasi M va radiusi R bo'lgan silliq shar silliq gorizontol stol joylashgan. Massasi m bo'lgan kichik jism sharning yuqori nuqtadidan erkin siljiy boshlaydi. Jism va sharning massalari nisbati m/M ning qanday qiymatida jism $7R/4$ balandlikda shardan ajraladi?
- 2.13. Kichik yukcha R radiusli vaznsiz, qattiq halqaga biriktirilgan. Halqa rasmda ko'rsatilgan holatda ushlab turiladi. Halqa bo'shatilgandan so'ng, yuk o'zining dastlabki vaziyatidan qanday masofada gorizontol tekislikka tegadi? Ishqalanish yo'q.
- 2.14. Asosdagi burchagi α bo'lgan silliq pona va unga h balandlikda ip bilan biriktirilgan kub gorizontol sirt bo'ylab V tezlikda harakatlanadi (rasmga qarang). Qandaydiy vaqt momentida ip yoqib yuborildi pona esa avvalgi tezlikda harakatini davom ettirdi. Ip uzilgandan qancha vaqt o'tib kub gorizontol sirtga uriladi? Kub gorizontol sirtga vertikal urilishi uchun ponaning tezligi V qanday bo'lishi kerak?

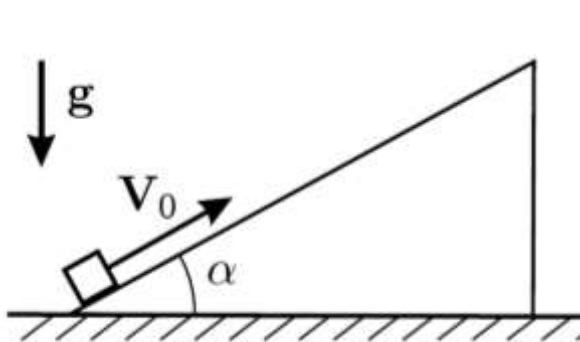


2.13-masalaga

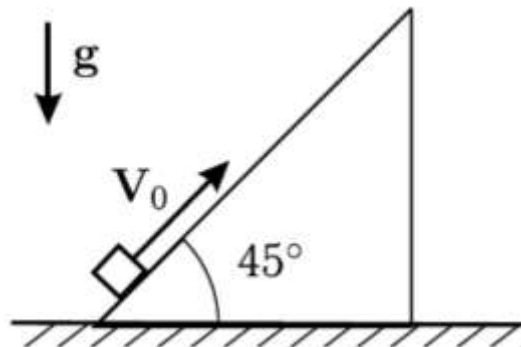


2.14-masalaga

- 2.15. Asosdagi burchagi α bo'lgan silliq pona va unga h balandlikda ip bilan biriktirilgan kubik gorizontol sirt bo'ylab V tezlikda harakatlanadi (2.14 masala rasmiga qarang). Qandaydiy vaqt momentida ip yoqib yuborildi pona esa avvalgi tezlikda harakatini davom ettirdi. Kubikning gorizontol sirtidan boshlang'ich balandligining qanday qiymatida, keyingi harakat jarayonida parabolik traektoriyaning uchi orqali o'tadi? Trayektoriyaning uchida egrilik radiusi nimaga teng?
- 2.16. Silliq gorizontol sirtida joylashgan ponaning silliq sirti bo'ylab kubikka V_0 tezlik berildi (rasmga qarang). Ponaning asosdagi burchagi α , pona va kubikning massalari teng. Qancha vaqtdan so'ng kubik pona sirtidagi boshlang'ich vaziyatiga qaytadi?

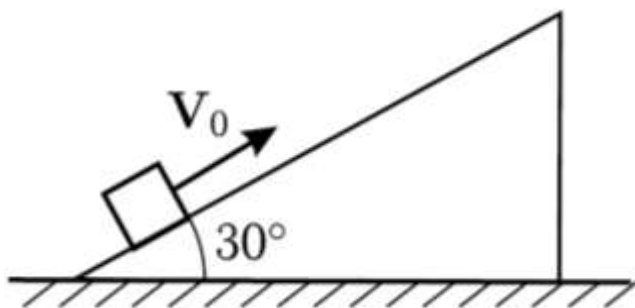


2.16-masalaga

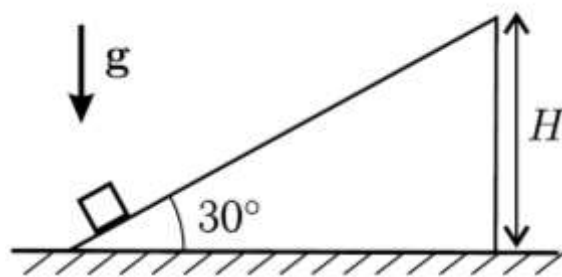


2.19-masalaga

- 2.17. Silliq gorizontal sirtda joylashgan ponaning silliq sirti bo'ylab kubik V_0 tezlik bilan turtib yuborildi (2.16 masala rasmiga qarang). Ponaning asosdagi burchagi α , pona va kubikning massalari teng. Kubik ponaning cho'qqisiga yetib chiqmaydi deb hisoblab, uning boshlang'ich balandligiga qaytgandagi tezligini aniqlang.
- 2.18. Silliq gorizontal sirtda joylashgan ponaning silliq sirti bo'ylab kubik V_0 tezlik bilan turtib yuborildi (2.16 masala rasmiga qarang). Ponaning asosdagi burchagi α , pona va kubikning massalari teng. Harakatsiz sanoq sistemasiga nisbatan kub trayektoriyasining yuqori nuqtadagi egrilik radiusini toping. Kubik ponaning cho'qqisiga yetib chiqmaydi deb hisoblang.
- 2.19. Silliq gorizontal sirtda joylashgan ponaning silliq sirti bo'ylab kubik V_0 tezlik bilan turtib yuborildi (rasmga qarang). Ponaning asosdagi burchagi 45° , pona va kubikning massalari teng. Harakatsiz sanoq sistemasiga nisbatan kub trayektoriyasining minimal egrilik radiusini toping. Kubik ponaning cho'qqisiga yetib chiqmaydi deb hisoblang.
- 2.20. Kubchaga silliq ponaning sirti bo'ylab yuqoriga yo'nalgan V_0 tezlik berildi (rasmga qarang). Ponaning asosdagi burchagi 30° , pona va kubik massalari teng, Pona va gorizontal sirt orasida ishqalanish yo'q. Kubikning tezligi pona sirti bo'ylab sirpanish jarayonida qanday minimal qiymatgacha kamayadi?
- 2.21. Silliq gorizontal sirtda joylashgan ponaning silliq sirti bo'ylab kubik turtib yuborildi (rasmiga qarang). Bunda kubik ponaning cho'qqisidan o'tib, undan ajraldi. Ponaning balandligi H , asosdagi burchagi 30° , pona va kubikning massalari teng. Kubikka qanday boshlang'ich tezlik berilganda, pona maksimal tezlikka erishadi? Bu maksimal tezlik qanday?

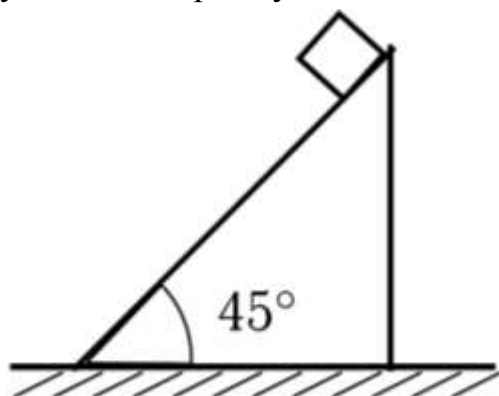


2.20-masalaga

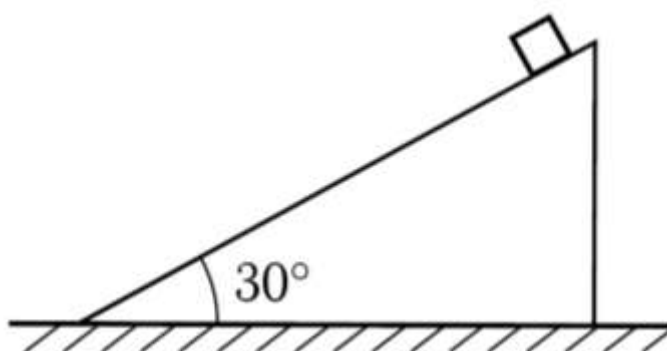


2.21-masalaga

2.22. Uncha katta bo'lmagan jismning asosidagi burchagi 45° bo'lgan ponaning silliq sirti bo'ylab uning asosigacha sirpanib tushadi. Sirpanib tushish vaqti harakatsiz ponada sirpanib tushish vaqtidan ikki marta katta bo'lishi uchun pona gorizontal yo'nalishda qanday tezlanish bilan harakatlanishi kerak?



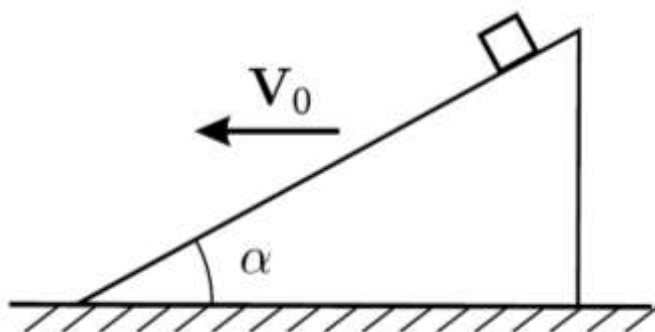
2.22-masalaga



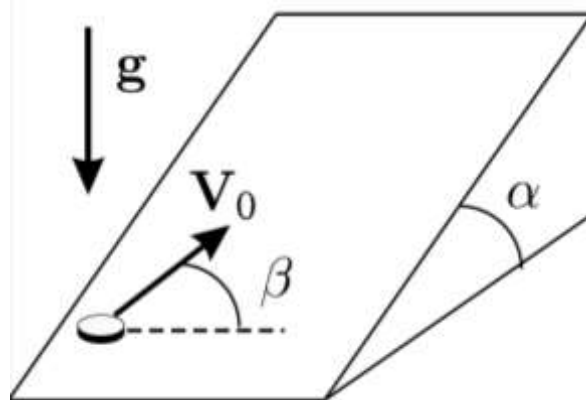
2.23-masalaga

2.24. Silliq gorizontal stolda jiylashgan ponaning silliq sirtiga brusok qo'yildi va ikkala jismga gorizontal yo'nalgan V_0 tezlik berildi (rasmga qarang). Ponaning asosdagi burchagi α , pona va kubikning massalari teng. Pona to'xtagan vaqt momentidagi brusok trayektoriyasining egrilik radiusini toping (Yer bilan bo'glangan sanoq sistemaga nisbatan).

2.25. Kichik shayba asosdagi burchagi α bo'lgan harakatsiz ponaning qiya yog'i bo'ylab otiladi. Shaybaning boshlang'ich tezlik vektori V_0 pona qirrasiga β burchak ostida yo'nalgan (rasmga qarang). Shayba va pona sirti orasidagi ishqalanish koeffisienti $\mu = \tan \alpha$ ga teng bo'lsa, shayba trayektoriyasining yuqori nuqtasidagi egrilik radiusini aniqlang.

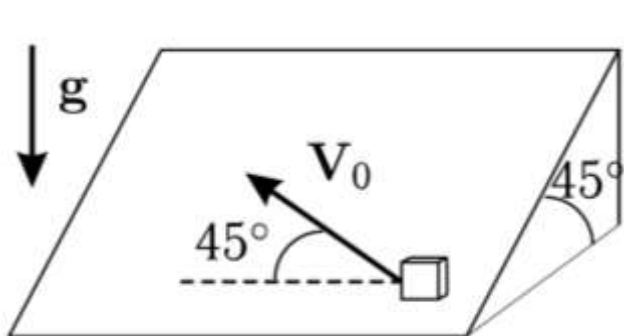


2.24-masalaga

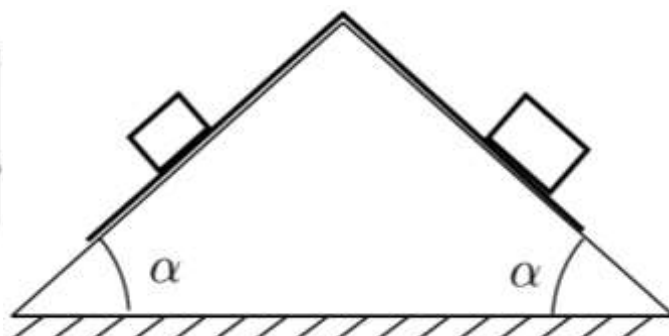


2.25-masalaga

2.26. m massali kichik kubik huddi shunday massali, gorizontal silliq sirtida tinch turgan pona sirti bo'ylab otildi. Kubikning boshlang'ich tezligi V_0 ponaning qirrasiga 45° burchak ostida yo'nalgan, ponaning asosidagi burchagi ham 45° ga teng (rasmga qarang). Trayektoriyaning eng yuqori nuqtasida kubikning tezligi va unga pona tomonidan ta'sir qiluvchi reaksiya kuchini aniqlang. Qancha vaqtdan so'ng kubik boshlang'ich satxiga qaytadi? Pona faqat qirrasiga perpendikulyar yo'nalishda ilgarilanma harakat qila oladi deb hisoblang.

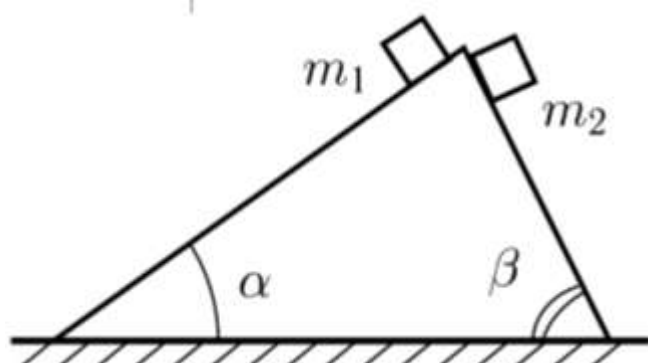


2.26-masalaga

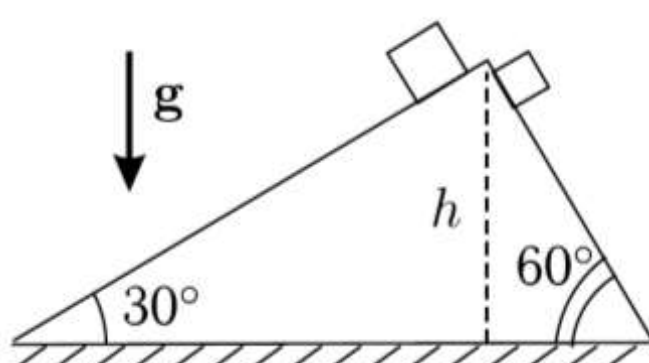


2.27-masalaga

2.28. Asosidagi burchaklari α va β bo'lgan vaznsiz pona silliq gorizontal stolda joylashgan (rasmga qarang). Ponaning yuqori qismidan bir vaqtning o'zida ikkita kichik jism ishqalanishsiz tusha boshlaydi. Ushbu jismlar massalarining (m_2/m_1) qanday nisbatida ular stol sirtiga bir vaqtda etib boradilar?

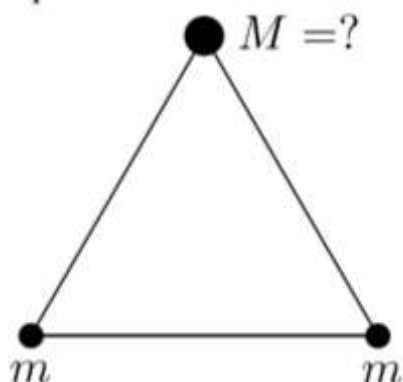


2.28-masalaga

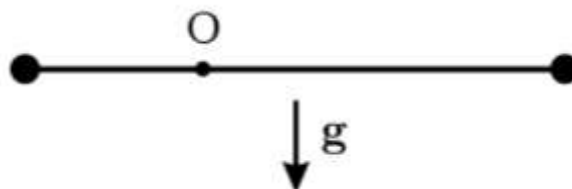


2.29-masalaga

2.30. Bir xil zaryadlangan uchta sharcha bir xil uzunlikdagi iplar yordamida bog'langan va gorizontaal silliq sirtida joylashgan (rasmga qarang). Ikkita sharchaning massasi bir xil va m ga teng. Bu ikki sharchani bog'lovchi ip yoqib yuborildi. Uchinchi shar massasi M ning qanday qiymatlarida uchala sharcha bir xil to'g'ri chiziqda bo'lgan vaqt momentida massasi m bo'lgan sharlarning tezligi maksimal bo'ladi?



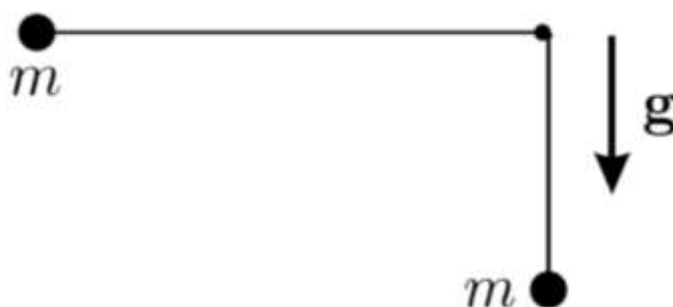
2.30-masalaga



2.31-masalaga

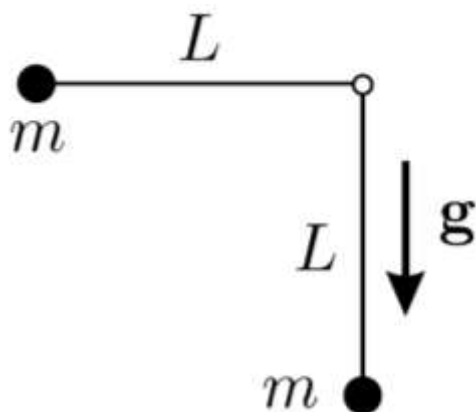
2.32. O gorizontaal o'q atrofida aylana oladigan L uzunlikdagi yengil sterjenning uchlariga bir xil m massali ikkita shar mahkamlangan (2.31-rasmga qarang). O'q sterjenni 1: 2 nisbatda ajratadi. Sterjen dastlab gorizontaal holatda ushlab turiladi va keyin qo'yib yuboriladi. Sterjenning o'qqa ta'sir kuchining vertikal tashkil etuvchisi $2mg$ ga teng bo'lgan momentdagi sterjenning burilish burchagini toping, bu erda g – erkin tushish tezlanishi. Bu vaqt momentida sterjenning o'qqa ta'sir kuchining gorizontaal tashkil etuvchisi qanday?

2.33. Bir xil m massali ikkita yuk to'g'ri burchak ostida egilgan yengil sterjenning uchlariga mahkamlangan; bukilgan tomonlar uzunligi 2 marta farq qiladi (rasmga qarang). Gorizontaal aylanish o'qi chizma tekisligiga perpendikulyar va egilish nuqtasi orqali o'tadi. Sterjen rasmda ko'rsatilgan holatda ushlab turiladi va keyin qo'yib yuboriladi. Sterjen qo'yib yuborilgan vaqt momentida aylanish o'qiga ta'sir qiladigan kuchni aniqlang.

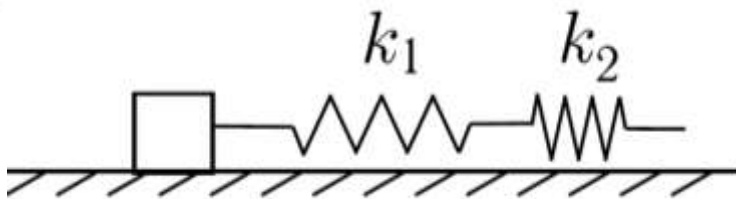


2.33-masalaga

- 2.34. Bir xil m massali ikkita yuk to'g'ri burchak ostida egilgan yengil sterjenning uchlariga mahkamlangan; bukilgan tomonlar uzunligi $2L$ va L (2.33-rasmga qarang). Gorizontaal aylanish o'qi chizma tekisligiga perpendikulyar va egilish nuqtasi orqali o'tadi. Sterjen rasmda ko'rsatilgan holatda ushlab turiladi va keyin qo'yib yuboriladi. Sterjenni burchak tezligi qanday maksimal qiymatga erishadi? Bu vaqt momentida sterjen qanday burchakka burilishini va aylanish o'qiga qanday kuch bilan bosishini aniqlang.
- 2.35. Bir xil m massali ikkita yuk o'rtasidan to'g'ri burchak ostida bukilgan $2L$ uzunlikdagi yengil sterjenning uchlariga mahkamlangan (rasmga qarang). Gorizontaal aylanish o'qi chizma tekisligiga perpendikulyar va egilish nuqtasi orqali o'tadi. Sterjen rasmda ko'rsatilgan holatda ushlab turiladi va keyin qo'yib yuboriladi. Pastki sharcha maksimal tezlikka erishgan momentgacha sterjenning unga ta'sir kuchi bajarigan ishni toping.
- 2.36. Gorizontaal stol ustida joylashgan m massali kubga birkliklari k_1 va k_2 bo'lgan ikkita vaznsiz prujinalar ketma-ket ulangan holda birlashtirilgan (rasmga qarang). Kubni ikkinchi prujinaning o'ng uchiga qo'yilgan kuch orqali harakatlantirish uchun qanday minimal ish bajarish kerak? Kub va stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng, kubning faqat ilgari lanma harakatini ko'rib chiqing.
- 2.37. Ikkita shayba silliq gorizontaal stolda bir xil tezlikda bir-biriga qarama-qarshi harakatlanadi va bir vaqtning o'zida tezlik vektorlariga perpendikulyar bo'lgan nosilliq sohaga kiradi. Shaybalar tezligi soha kengligining $3/4$ qismini o'tish uchun etarli. Shaybalar massalarining qanday nisbatida, ularning engili og'iri bilan markaziy, absolyut elastik to'qnashuvdan so'ng, nosilliq sohadan chegarasidan tashqariga chiqadi?

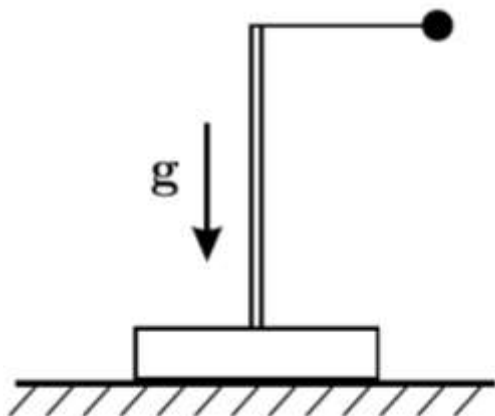


2.35-masalaga

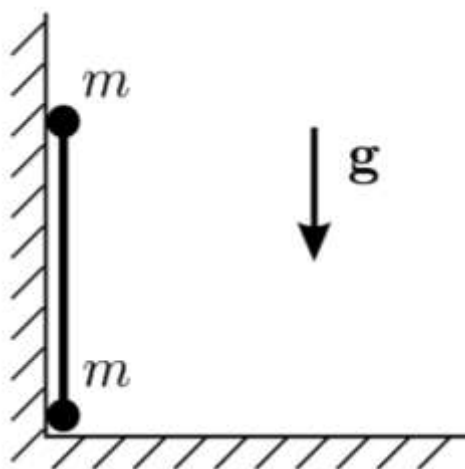


2.36-masalaga

2.38. Gorizontaal sirtida yotgan brusokka vertikal ustun, ustunga vazinsiz ip yordamida sharcha osilgan. Sharcha ip gorizontaal holatga kelgunch og'irildi (rasmga qarang) va qo'yib yuborildi. Sharchaning tebranish davomida brusok harakatsiz qolishi uchun brusok va stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti kamida qancha bo'lishi kerak? Sharcha massasining brusok massasiga nisbati γ ga teng. Tebranish paytida sharcha ustunga tegmaydi deb hisoblang.

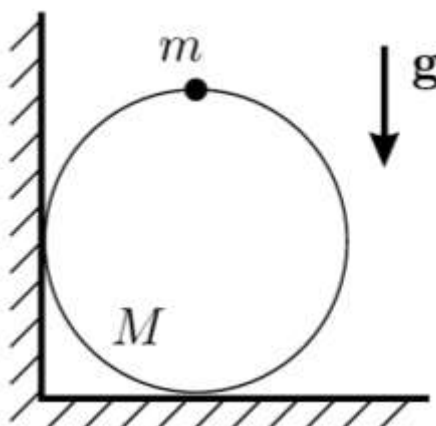


2.38-masalaga



2.39-masalaga

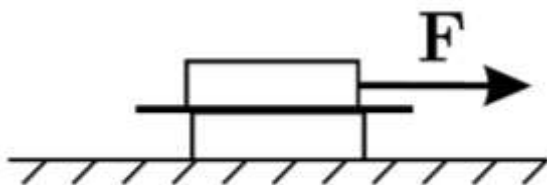
2.40. M massali halqa ikkita silliq tekislikdan hosil bo'lgan burchakda turadi (rasmga qarang). Halqaga yuqori nuqtada massasi m bo'lgan kichik jism biriktirilgan. Halqani soat yo'nalishi bo'yicha bir oz burish orqali muvozanat vaziyatidan chiqariladi. Halqaning vertikal devorga bosim kuchining harakat paytida burilish burchagiga bog'liqligini toping.



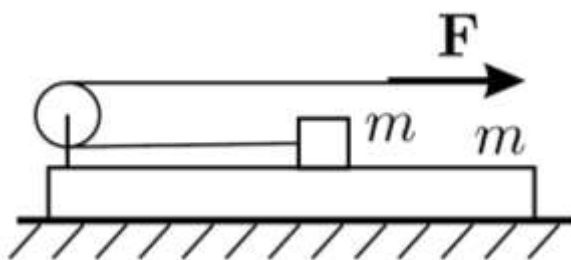
2.40-masalaga

2.41. Silliqlik gorizontall stolida joylashgan taxta bo'ylab massasi taxtaning massasiga teng bo'lgan brusok ma'lum bir boshlang'ich tezlikda turtib yuborildi. Brusok L masofani bosib o'tgandan so'ng, taxta ustida sirpanishdan to'xtadi. Massasi ikki baravar katta, bir xil materialdan yasalgan va huddi shunday boshlang'ich tezlikda turtib yuborilgan boshqa bir brusok shu taxtada qancha masofani bosib o'tadi?

2.42. Silliqlik gorizontall stolida massasi m ga teng bo'lgan ikkita brusok bor, ular orasida engil qog'oz varag'i joylashgan (rasmga qarang). Yuqori brusok va varaq orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga, pastki brusok va varaq orasidagi ishqalanish koeffitsienti 2μ ga teng. Yuqoridagi brusokka gorizontall F kuch qo'yilsa, brusoklar qanday tezlanishlar bilan harakatlanadi?



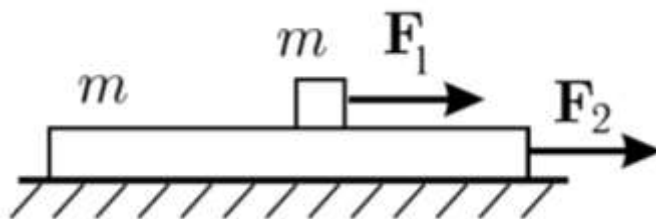
2.43. Rasmda ko'rsatilgan tizimda taxta va yukning massalari bir xil va m ga teng, taxta va stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga, taxta va yuk o'rtasida esa 3μ ga teng. Yukga mahkamlangan va taxtaning uchida o'rnatilgan vaznsiz blok orqali o'tkazilgan ideal ipning ikkinchi uchiga F gorizontall kuch qo'yiladi. Taxtni stol ustida, yukni taxta ustida sirpantiradigan kuchlar qiymatlarini aniqlang.



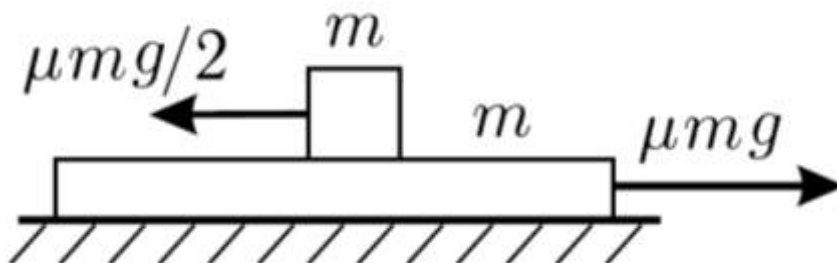
2.44. 2.43-masala uchun rasmda ko'rsatilgan tizimda taxta va yukning massalari bir xil va m ga teng, yuk va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng, taxta va stol orasida ishqalanish yo'q. Bir uchi yukka mahkamlangan va doskaning uchiga o'rnatilgan vaznsiz blok orqali o'tkazilgan ideal ipning ikkinchi uchiga F gorizontall kuch ta'sir qiladi. Yukning taxtada sirpanmaydigan hol uchun unga ta'sir qiluvchi ishqalanish kuchini toping. Yukning taxtada sirpanishi boshlanadigan F^* kuchining qiymatini aniqlang. $F > F^*$ xol uchun doskaning tezlanishini toping.

2.45. 2.43-masala uchun rasmda ko'rsatilgan tizimda taxta va yukning massalari bir xil va m ga teng, yuk va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng, taxta va stol orasida ishqalanish yo'q. Bir uchi yukka mahkamlangan va doskaning uchiga o'rnatilgan vaznsiz blok orqali o'tkazilgan ideal ipning ikkinchi uchiga $F = \mu mg$ gorizontall kuch qo'yildi, bu erda g – erkin tushish tezlanishi. Kuch qo'yilishidan oldin sistema tinch holatda bo'lgan deb xisoblab, F kuchning t vaqtdagi ishini va shu vaqt ichida sistemada ajraladigan issiqlik miqdorini toping.

- 2.46. Silliqlik gorizontol stolda massasi m bo'lgan taxta, uning ustida huddi shunday massali brusok joylashgan. Brusok va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng. Agar ularga bir xil yo'nalgan F_1 va F_2 gorizontol kuchlar qo'yilsa, taxta va brusok orasidagi ishqalanish kuchi qanday bo'ladi (rasmga qarang)?

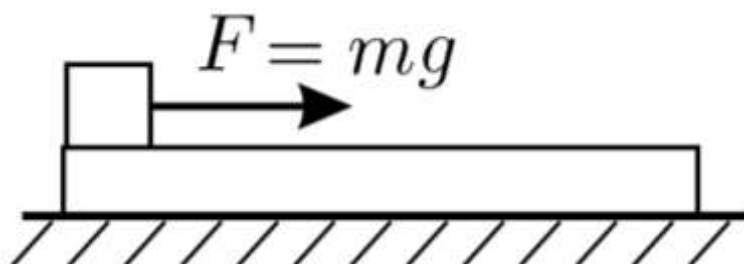


- 2.47. Silliqlik gorizontol stolda massasi m bo'lgan taxta, uning ustida huddi shunday massali brusok joylashgan. Brusok va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng. $t = 0$ vaqtida brusok va taxtaga qarama-qarshi yo'nalgan $\mu mg/2$ va μmg kuchlar qo'yiladi, (rasmga qarang). Bu kuchlarning t vaqtda bajargan ishlarini toping.

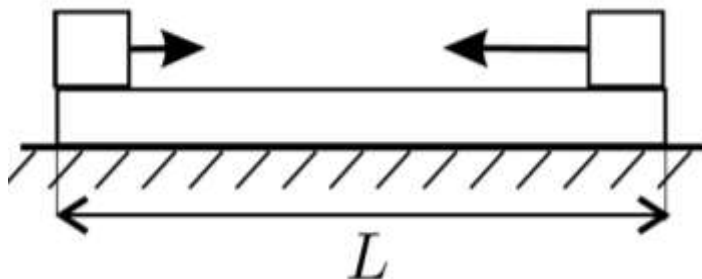


- 2.48. Massasi 1 kg va uzunligi 1 m bo'lgan, ustki yuzasi nosilliqlik bo'lgan taxta sillikli gorizontol stolga qo'yildi. Taxtaning chap uchiga shunday massali brusok qo'yildi va unga 1 soniya davomida unga taxta bo'ylab o'ngga yo'naltirilgan 3 N gorizontol kuch bilan ta'sir etildi. Agar brusok va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti 0,1 ga teng bo'lsa, sistemada qancha issiqlik ajralib chiqadi? Erkin tushish tezlanishini 10 m/s^2 deb xisoblang.

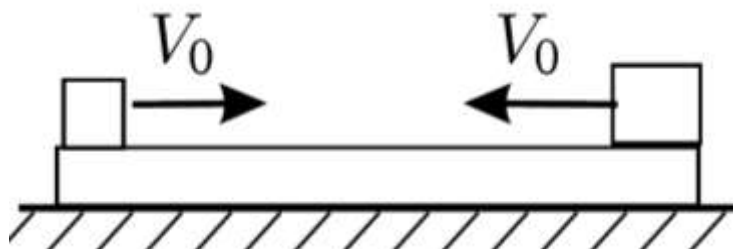
- 2.49. Massasi m va uzunligi L bo'lgan, ustki yuzasi nosilliqlik bo'lgan taxta sillikli gorizontol stol ustida joylashgan. Huddi shunday massali brusok taxtaning chap uchiga o'rnatiladi va τ vaqt davomida unga taxta bo'ylab o'ngga yo'nalgan $F = mg$ kuchi bilan ta'sir etildi (rasmga qarang). Brusok va taxta o'rtasidagi ishqalanish koeffitsientining qanday qiymatida tizimda maksimal issiqlik miqdori ajralib chiqadi? Ajralgan issiqlik miqdorining maksimal qiymati qanchaga teng?



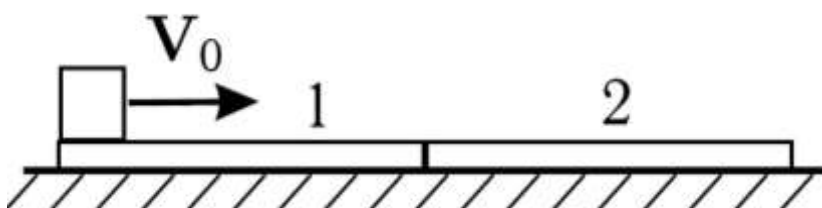
- 2.50. Yuqori yuzasi nosilliq bo'lgan L uzunlikdagi taxta silliq gorizontal stolda joylashgan. Ikkita bir xil kubchani doskaning uchlaridan qarama-qarshi yo'nalishda bir vaqtning o'zida uch marta farq qiladigan boshlang'ich tezliklar bilan turtib yuboriladi (rasmga qarang). Kublarning absolyut noelastik to'qnashuvi ulardan biri to'xtagan vaqt momentida sodir bo'ladi. Taxtaning massasi kubchanning massasidan ikki marta katta bo'lsa, kublar qayerda uning ustida sirpanishdan to'xtaydi?



- 2.51. Yuqori yuzasi nosilliq bo'lgan, silliq gorizontal stol ustida yotgan taxtaga ikkita brusok qo'yildi va ularga qarama-qarshi yo'nalishdagi taxta bo'ylab V_0 boshlang'ich tezlik berildi (rasmga qarang). Brusoklar va doska orasidagi ishqalanish ko'effitsientlari bir xil va μ ga teng, bir brusokning massasi taxtaning massasiga teng, ikkinchisining massasi ikki marta katta. Taxtaning harakat paytida oladigan maksimal tezligini, shuningdek, brusoklarning taxta bo'ylab ko'chishini toping. Taxtaning uzunligi brusoklar bir-biri bilan to'qnashmasligi uchun yetarli darajada uzun deb hisoblang.



- 2.52. Uzunligi L bo'lgan ikkita bir xil taxtalarning har biri silliq gorizontal stolda yotadi va ularning uchlari bir-biriga tegadi (rasmga qarang). Massasi taxtaning massasiga teng bo'lgan brusok 1-taxtaning uchidan taxtalar bo'ylab shunday V_0 tezlik bilan turtib yuborildiki, u ikkala taxta bo'ylab sirpanib, 2-taxtaning oxirida qoladi. Brusok ikkinchi taxtada to'xtaganda, taxtalarning uchlari orasidagi masofa qanday bo'ladi? Brusok va taxtalar orasidagi ishqalanish ko'effitsienti qanday?



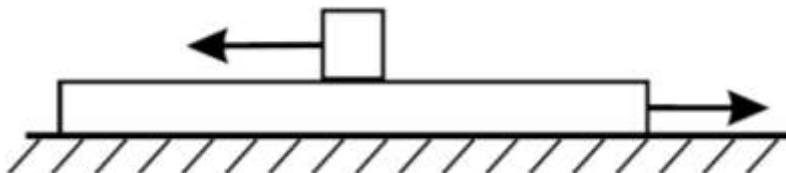
2.53. Uzunligi L bo'lgan ikkita bir xil taxtalarning har biri silliq gorizontal stolda yotadi va ularning uchlari bir-biriga tegadi (rasmga qarang). Massasi taxtaning massasiga teng bo'lgan brusok 1-taxtaning uchidan taxtalar bo'ylab qandaydir tezlik bilan turtib yuborildi va u ikkala taxta bo'ylab sirpanib, 2-taxtaning oxirida qoldi. Birinchisi kebi tezlik berilgan massasi uch marta katta bo'lgan brusok to'xtaguncha ikkinchi taxtaning qanday qismini o'tadi? Ikkala brusok uchun taxtalarga nisbatan ishqalanish koefitsientlari bir xil.



2.54. Taxtaga brusok qo'yib, ikkala jismga ham bir xil V_0 tezlik berildi (rasmga qarang). Brusokning massasi taxtaning massasiga teng. Brusok va taxta orasidagi ishqalanish koefitsienti μ , taxta bilan pol orasidagi ishqalanish koefitsienti esa 2μ ga teng bo'lsa, brusok taxtaga nisbatan qancha masofaga ko'chadi? Brusok taxtadan sirg'alib ketmaydi deb xisoblang.



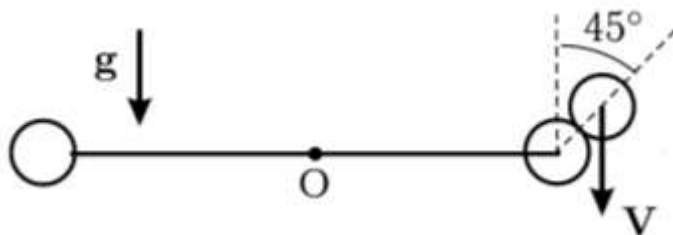
2.55. Gorizontal stolda joylashgan taxta ustiga brusok qo'yilgan. Taxta va brusokka moduli bir xil va qarama-qarshi yo'nalhan tezlik berilgan (rasmga qarang). Brusok va taxta o'rtasidagi ishqalanish koefitsienti taxta va stol orasidagi ishqalanish koefitsientidan 4 marta katta. Brusok va taxta massalarining qanday nisbatida brusokning stolga nisbatan ko'chishi nolga teng bo'ladi?



2.56. Massasi m_1 bo'lgan shaybaga ko'l yuzasida harakatsiz suzib yurgan m_2 massali taxta bo'ylab V_0 boshlang'ich tezlik berildi. Shayba taxta bo'ylab S masofani sirg'anib o'tgandan so'ng to'xtadi. Taxtaning maksimal tezligi V bo'lganligi ma'lum va suvning taxta harakatiga qarshilik kuchi taxta tezligiga proporsional, proporsionalllik koefitsienti k ga teng. Brusok va taxta orasidagi ishqalanish kuchlarining ishini toping.

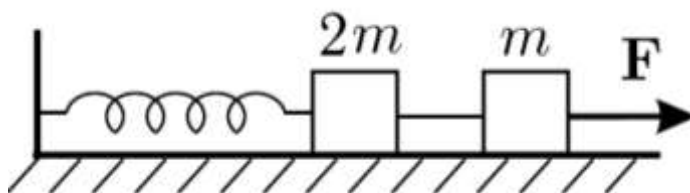
2.57. Silliqlik gorizontali stol ustida yotgan ponaning sillikli qiya sirtiga massasi ponaning massasiga teng bo'lgan sharcha absolyut elastik uriladi. Sharchaning tezlik vektori stol tekisligiga parallel va ponaning qirrasiga perpendikulyar. Ponaning asosidagi burchagi qanday bo'lganda, to'qnashuv paytida stolga ta'sir qilish kuchi maksimal bo'ladi? Sharchaning urilishi ponaning aylanishiga olib kelmaydi va zarba vaqti pona asosidagi burchakka bog'liq emas deb hisoblang.

2.58. Uchlariga ikkita bir xil sharlar maxkamlangan vaznsiz sterjen o'rtasidan o'tuvchi gorizontali O o'q atrofida erkin aylanadi. Uchinchi xuddi shunday sharcha vertikal ravishda tushib, o'ng sharcha to'p bilan absolyut elastik to'qnashadi (rasmga qarang). To'qnashish momentida sharchaning tezligi V va bu momentda sharchalarning markazlaridan o'tadigan chiziqli vertikalga 45° burchak hosil qiladi. Agar to'qnashuvdan oldin sterjen gorizontali xolatda tinch turgan bo'lsa, to'qnashuvdan so'ng uchinchi sharchaning tezligini toping. Sharchalarning radiusi sterjen uzunligiga nisbatan juda kichik.



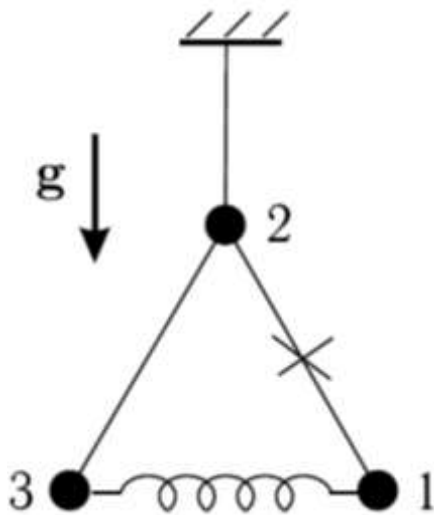
2.59. Suv bilan limmo-lim to'ldirilgan, balandligi H va radiusi R bo'lgan silindrik chelak arqonda ko'tarila boshlaydi. Suv chelakning pastki qismidagi kichik teshikdan oqib chiqadi. Suv oqimi tezligi doimiy saqlanishi uchun arqonni qanday kuch bilan tortish kerak? Paqir va arqonning massasi hisobga olinmasin.

2.60. Silliqlik gorizontali stol ustida yotgan m va $2m$ massali ikkita yuk vaznsiz ip orqali bog'langan va devorga prujina bilan biriktirilgan (rasmga qarang). Yuklardan biriga qo'yilgan gorizontali F kuch ta'sir prujina cho'zilgan. Qandaydir vaqtda bu kuch ikki barobar kamayadi. Qo'yilgan kuch kamaygandan so'ng darhol va prujinaning deformatsiyasi yo'qolgan vaqt momentlardagi ipning taranglik kuchini toping.

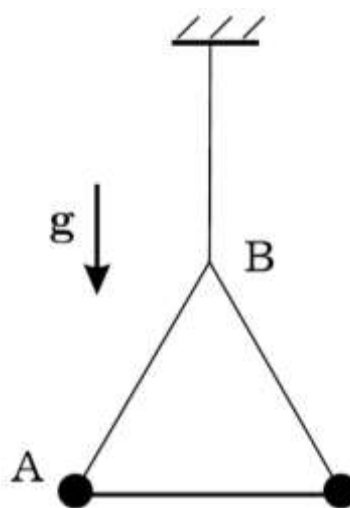


2.61. Muntazam uchburchakning uchlarida joylashgan va ideal iplar va vaznsiz Ppujina bilan bog'langan bir xil m massali uchta Sharcha o'g'irlik kuchi maydonida boshqa ideal ipga osilgan (rasmga qarang). Prujinadagi elastiklik kuchini toping. 1 va 2 sharchalarni birlashtiruvchi ip yondiriladi. Birinchi, ikkinchi, uchinchi Sharchalarning ipni yondirgan vat momentidagi tezlashishi qanday bo'ladi?

2.62. Uzunligi L bo'lgan, uchlarida ikkita bir xil sharchalar maxkamlangan vaznsiz qattiq sterjen $2L$ va L uzunlikdagi ikkita ipga gorizontall ravishda osilgan. Qisqa AB ip sharlardan birini uzun ipning o'rtasiga bog'laydi (rasmga qarang). AB ipi orqali yondirilgandan so'ng, Sharchalar maxkamlangan sterjen tortishish maydonida tezlashadi va uzun ipni uzib yuboradi. Ip o'zining eng yuqori kuchlanishida uziladi, ya'ni sharchalarning massasi biroz kamaytirilsa, ip uzilmaydi. Uzun ip uzilgandan qancha vaqt o'tgach, sterjen birinchi marta vertikal holatni oladi? Sterjenning elastiklik koeffitsienti ipning elastiklik koeffitsientidan ancha katta.



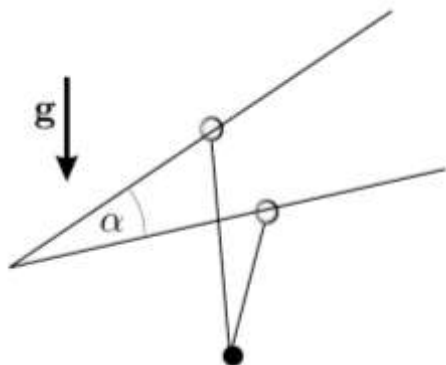
2.61-masalaga



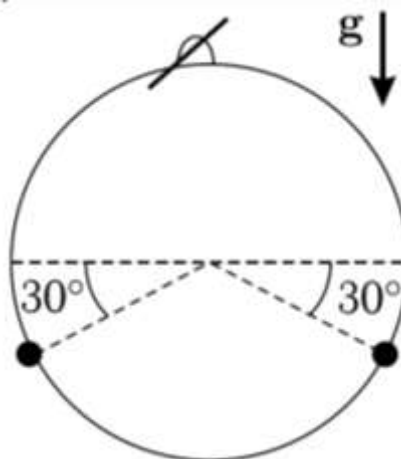
2.62-masalaga

2.63. α burchak ostida egilgan qattiq, silliq sim gorizontall tekislikda joylashgan. Simga ikkita bir xil halqa kiydirilgan, ular $2L$ uzunlikdagi ideal ip bilan bog'landi. Ipning o'rtasiga massasi halqaning massasiga teng bo'lgan yuk osildi (rasmga qarang). Boshlang'ich vatq momentida halqalar bukilish nuqtasidan bir xil masofada ushlab turiladi. Halqalar bo'shatilgan vatq momentida ularning tezlashishi eng katta bo'lishi uchun bu masofa qanday bo'lishi kerak? Eng katta tezlanish qiymati qanday?

2.64. Massasi juda kichik bo'lgan qattiq simli halqa halqaning yoyi orqali gorizontall o'q atrofida aylanishi mumkin. Shaklda ko'rsatilganidek, teng massali ikkita og'ir munchoq simmetrik tarzda halqaga biriktirilgan. Qandaydir momentda munchoqlardan biri bo'shatiladi va u sim bo'ylab ishqalanishsiz sirpana boshlaydi. Munchoqlarning harakat boshlangan vaqt momettidagi tezlanishlarini toping.



2.63-masalaga

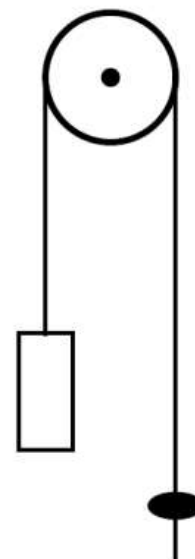


2.64-masalaga

2.65. Nosilliq gorizontol stol ustida harakatsiz turgan ponaning qiya sirti bo'ylab yuqori nuqtadan m massali kubcha sirpanadi. Bu sirt gorizont bilan α burchak hosil qiladi. Bu sirt uchta qismdan iborat: yuqorigi qismi silliq, o'rtasi ishqalanish koefitsienti $\mu_1 = \tan \alpha$ va pastki qismi $\mu_2 = 2 \tan \alpha$. Yuqori va o'rta bo'limlarning uzunligi L ga, pastki qismini uzunligi esa $2L$ ga teng. Stol tomondan ponaga ta'sir etuvchi va ponaning harakatsizligini ta'minlovchi ishqalanish kuchining vaqtga bog'liqligi grafigini chizing. Kubchanning boshlang'ich tezligi nolga teng.

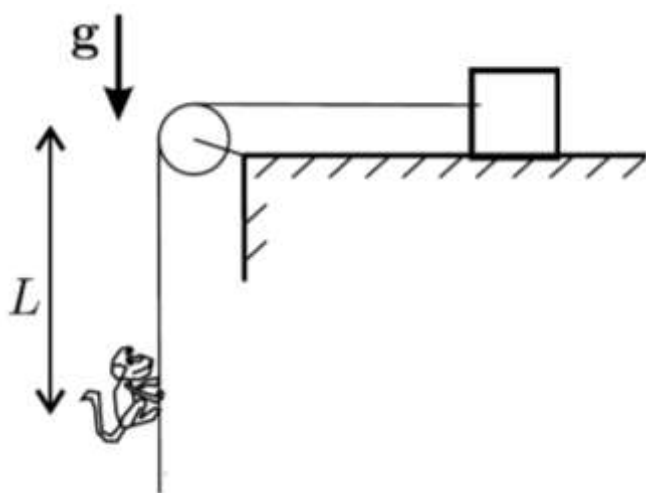
2.66. Nosilliq gorizontol stol ustida tinch turgan ponaning qiya qirrasi bo'ylab yuqori nuqtadan m massali kubik sirpanadi. Bu sirt gorizont bilan α burchak hosil qiladi. Bu sirt har birining uzunligi L bo'lgan ikkita qismdan iborat: yuqori qismida ishqalanish koefitsienti $\mu = (x/L) \tan \alpha$ (x o'qi qiya sirt bo'ylab yo'naltirilgan, yuqori nuqtada $x = 0$) qonuniga muvofiq o'zgaradi va pastki qismida $\mu = \tan \alpha$ ga teng. Stol tomondan ponaga ta'sir etuvchi va ponaning harakatsizligini ta'minlovchi ishqalanish kuchining vaqtga bog'liqligi grafigini chizing. Kubchanning boshlang'ich tezligi nolga teng.

2.67. Vaznsiz blok orqali o'tkazilgan ideal ipning chap uchiga yuk osilgan va o'ng qismda ipni o'rab turgan m massali halqa mavjud (rasmga qarang). Halqa va ip orasidagi tinchlikdagi ishqalanish kuchining maksimal qiymati $0,8mg$ ni tashkil qiladi. Yukning massasining qanday chegaviy qiymatida halqa ip bo'ylab sirg'alib ketmaydi?

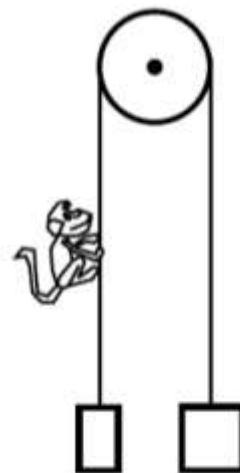


2.68. Yuk gorizontald stolda tinch turibdi, yuk va stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti **0,5** ga teng. Yukga blok ustiga tashlangan arqon bog'langan, maymun blokdan L masofada arqonga osilgan, uning massasi yukning massasidan uch marta kichik (rasmga qarang). Ma'lum bir vatqdan boshlab, maymun arqonga nisbatan u tezlik bilan yuqoriga ko'tarila boshlaydi. Maymun blokga qancha vaqtda yetadi? Yuk blokka etib kelmaydi deb hisoblang. Arqon va blokning massasi, shuningdek, blokning o'qidagi ishqalanishni hisobga olmang.

2.69. Ideal blok ustiga simmetrik tarzda tashlangan L uzunlikdagi engil cho'zilmaydigan arqonning uchlariga yuklar osilgan, ularning massalari ikki marta farq qiladi. Arqonning engil yuk osilgan qismining o'rtasida, bu yuk bilan bir xil og'irlikdagi maymun osilib turibdi (rasmga qarang). Dastlab, tizim tinch holatda edi, keyin maymun arqonga nisbatan u tezlikda yuqoriga ko'tarila boshldi. Maymun blokga qancha vaqt yetadi?



2.68-masalaga

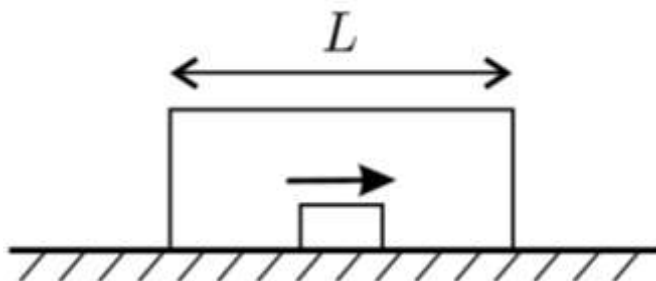


2.69-masalaga

2.70. Yengil, cho'zilmaydigan arqon ideal blok ustiga tashlanadi, shunda osilgan uchlarning uzunligi bir xil bo'ldi. Ikkita maymun engil va og'ir (massasi ikki marta ko'p) bir vaqtning o'zida arqonning uchlarini ushlab, uni mos ravishda u va $2u$ tezlikda torta boshlaydi. Arqonning qanday uzunligida yengil maymun blokka yetib kelganda, og'ir maymun yerdan eng yuqori balandlikgacha ko'tarila oladi?

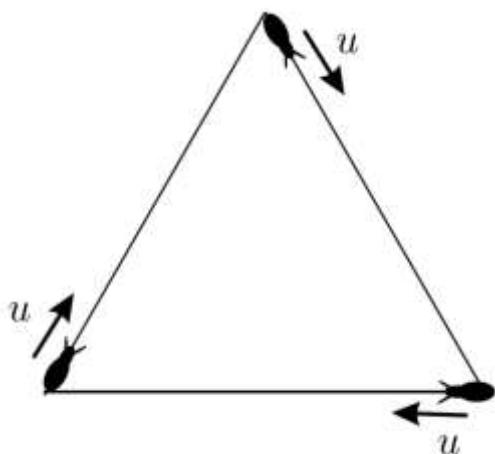
2.71. Uzunligi $3L$ va massasi m bo'lgan bir jinsli zanjir vaznsiz blok orqali shunday tashlandiki, blokning chap va o'ng tomonida teng uzunlikdagi bo'laklar pastga osilib turadi, zanjirni blok ustiga o'ralgan qismi uzunligi L . Blok o'qida ishqalanish yo'q. Muvozanatning noturg'unligi tufayli zanjir o'ngga siljiy boshlaydi. Zanjirning o'ng qismidagi uzunligi $3L/2$ ga yetgan vaqt momentida blokka qanday kuch ta'sir qiladi?

- 2.72. Nosilliq stolda joylashgan quti ichiga shayba kiritildi va bir-biridan L masofada joylashgan devorlariga petpendikulyar yo'nalishda turtib yuborildi (rasmga qarang). Quti va shayba massalari bir xil, quti va stol orasidagi ishqalanish koefitsienti μ , shayba va quti orasida ishqalanish yo'q. Qutining stol ustidagi natijaviy ko'chishi $9L/4$ ga teng bo'lsa, shaybaning quti devorlariga urilishi absolyut elastik, o'lchamini juda kichik deb hisoblab, shaybaning boshlang'ich tezligi va devorga urilishlar sonini toping.

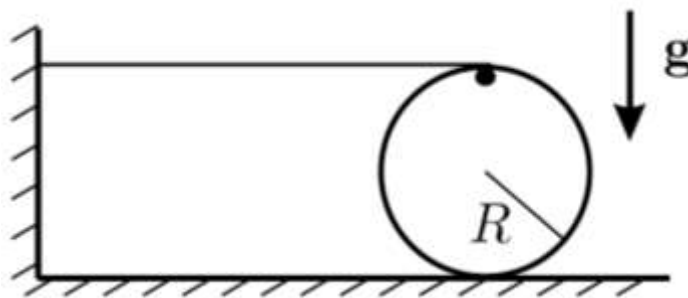


- 2.73. Silliqlik gorizontal stolda yotgan L uzunlikdagi engil cho'pak qarama-qarshi uchlarida ikkita qo'ng'iz o'tiribdi, ularning massalari ikki marta farq qiladi. Qo'ng'izlar bir vaqtning o'zida cho'pakka nisbatan bir xil tezlikda bir-biriga qarab cho'pak bo'ylab emaklay boshlaydi. Qo'ng'izlar qancha vaqtdan so'ng uchrashadi? Qo'ng'izlar harakat qilish vaqtida cho'pak qancha siljiydi?
- 2.74. Gorizontal stol ustida yotgan L uzunlikdagi cho'pakning oxirida massasi cho'pak massasiga teng bo'lgan qo'ng'iz turibdi. Ma'lum bir vaqtda qo'ng'iz cho'pak bo'ylab unga nisbatan o'zgarmas V tezlik bilan yugura boshlaydi. Qo'ng'izning cho'pakning ikkinchi uchiga yetib kelgan momentdagi yerga nisbatan tezligini toping. Bu vaqt oralig'ida cho'pak qanchaga masofaga siljiydi? Stol cho'pak orasidagi ishqalanish koefitsienti μ ga teng.
- 2.75. Silliqlik gorizontal stol ustida vazinsiz halqa joylashgan. Halqa diametrining qarama-qarshi uchlarida bir xil massaga ega ikkita qo'ng'iz o'tiribdi. Qo'ng'izlar bir vaqtda halqaga nisbatan bir xil tezlikda halqa bo'ylab harakatlanib bir-biriga yaqinlasha boshlaydi. Qo'ng'izlar orasidagi masofa halqa radiusiga teng bo'lgan vaqt momentida, qo'ng'izlarning stolga nisbatan tezligi qanday bo'ladi? Bu vaqt momentida halqa markazining tezligi qanday bo'ladi?
- 2.76. Silliqlik gorizontal stolda R radiusli vazinsiz halqa yotadi. Halqa diametrining qarama-qarshi uchlarida massalari ikki marta farq qiladigan ikkita qo'ng'iz bor. Qo'ng'izlar bir vaqtning o'zida bir-biriga yaqinlashib, halqaga nisbatan teng u tezlikda halqa bo'ylab emaklay boshlaydi. Qo'ng'izlar qancha vaqtdan so'ng uchrashadi? Uchrashuvdan oldin "engil" qo'ng'izning stolga nisbatan tezligi qanday bo'ladi? Harakat boshlangan momentda "engil" qo'ng'izning tezlanishi qanday edi?

- 2.77. Gorizontol stol ustida vaznsiz qattiq simdan yasalgan, tomoni d bo'lgan muntazam uchburchak yotadi. Simga nisbatan bir xil tezlikda u teng massali uchta qo'ng'iz bir vaqtning o'zida uchburchakning uchlaridan sim bo'ylab harakatlana boshlaydi (rasmga qarang). Harakat boshlangandan qancha vaqt o'tgach, qo'ng'izlarning stolga nisbatan tezligi nolga aylanadi? Bu vaqt momentida uchburchakning burchak tezligi qanday bo'ladi? Bu vaqttda qo'ng'izlarning tezlanishi qanday?
- 2.78. Silliqlik gorizontol stolda o'rtasidan to'g'ri burchak ostida egilgan, uzunligi $2a$ bo'lgan vaznsiz qattiq sim joylashgan. Massasi bir xil bo'lgan ikkita qo'ng'iz bir vaqtning o'zida sim bo'ylab uning uchidan simga nisbatan u va $2u$ tezlikda yura boshlaydi. Ular uchrashguncha har bir qo'ng'izning stolga nisbatan ko'chishi qanday bo'ladi? Harakat davomida qo'ng'izlar stolga nisbatan tezligining minimal qiymati qanday? Stolga nisbatan qo'ng'izlarning maksimal tezligi qanday? Qo'ng'izlarning harakati davomida simning bukilish nuqtasini stolga nisbatan siljishi qanday bo'ladi?
- 2.79. Silliqlik gorizontol sirtida joylashgan R radiusli yupqa devorli trubaning bo'lagining ichki yuzasiga yukcha biriktirilgan. Trubaga ideal ip o'raladi, uning bir uchi trubaga, ikkinchi uchi esa gorizontol sirtidan $2R$ balandlikda vertikal devorga biriktiriladi (rasmga qarang). Boshlang'ich momentda truba muvozanatda va yuk yuqori nuqtada joylashgan. Yuk soat mili harakat yo'nalishi bo'yicha biroz chetga chiqadi. Ip tarangligi to'xtaguncha trubaning o'qi qancha masofani bosib o'tadi? Harakat paytida truba o'qi doimo devorga parallel bo'lib qoladi deb hisoblang.



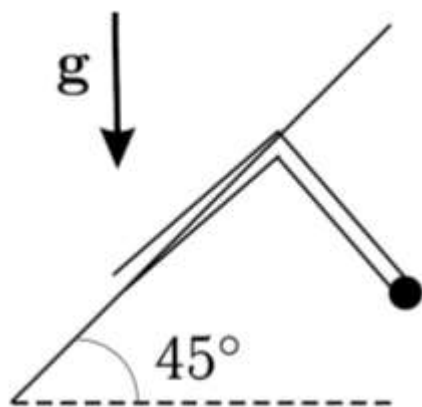
2.77-masalaga



2.79-masalaga

- 2.80. Qo'zg'almas blok ustiga uzun vaznsiz ip tashlanadi, uning uchlariga yuk va bir chelak qum biriktiriladi. Qum massasi chelakning massasiga teng, yuk massasining esa yarmiga teng. Boshida jismlar tinch holatda. Chelakning pastki qismidagi kichik teshikdan $t = 0$ vaqt momentida qum tekis to'kila boshlaydi (teng vaqt oralig'ida teng massali qum to'kiladi). Agar t_0 vaqt ichida hamma qum to'kilib ketgan bo'lsa, $2t_0$ vaqt momentida yuk qanday tezlikka ega bo'ladi?

2.81. Yengil qattiq naycha o'rtadan to'g'ri burchak ostida egildi, egilish joyida teshik ochildi va naycha gorizontga 45° burchak ostida joylashgan qattiq simga kiydirildi. naychaning uchiga yuk o'rnatildi (rasmga qarang) va naycha sim bo'ylab pastga turtib biroz yuborildi. Naycha sim bo'ylab tekis tushayotgan bo'lsa, naycha va sim orasidagi ishqalanish koeffitsienti qanday? Naychaning ichki qismi diametri simning diametridan biroz kattaroq.

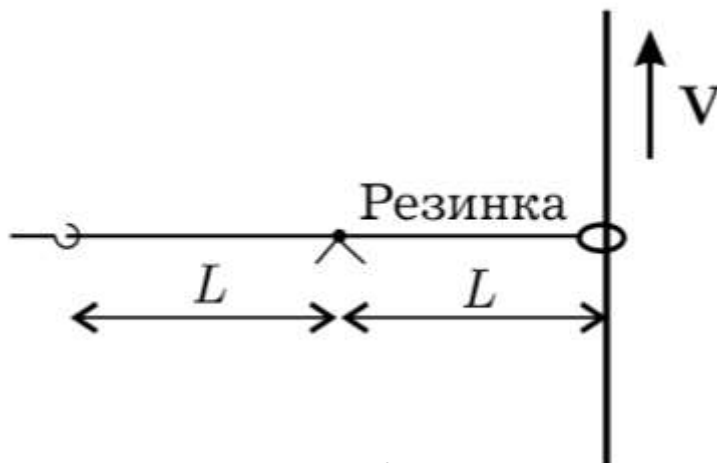


2.81-masalaga



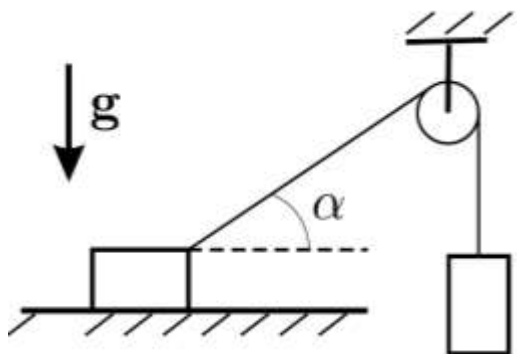
2.82-masalaga

2.83. Qo'zg'almas ilgakka bog'langan shnur va elastik tasma bilan bog'langan halqa, spisa bo'ylab ishqalanishsiz siljishi mumkin (rasmga qarang). Deformatsiyalanmagan holatda elastik tasma uzunligi va shnurning uzunligi bir xil va L ga teng, spisadan ilgakgacha bo'lgan masofa $2L$. Halqa spisa bo'ylab doimiy V tezlikda harakatlanadi. $t = 0$ da halqa ilgakdan eng qisqa masofada joylashgan deb xisoblab, tugun tezligi halqa tezligining $1/3$ qismiga teng bo'lgan vaqt momentini toping. Halqa spisa bo'ylab tekis harakatlanishini ta'minlash uchun unaga qo'yilishi kerak bo'lgan kuchning va bu kuchning bajargan ishini vaqtga bog'liqligini aniqlang. Elastik rezinaning elastiklik koeffitsienti k ga teng.

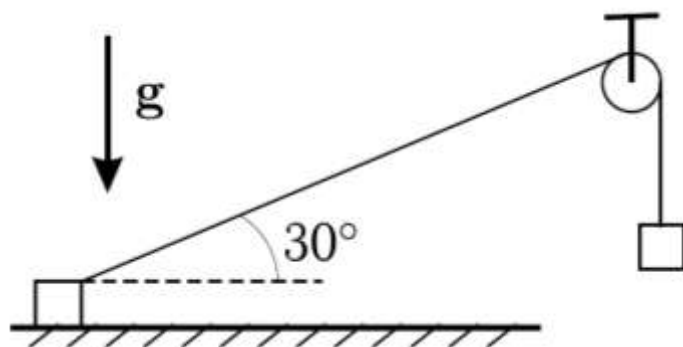


2.83-masalaga

2.84. Ikkita bir xil yuk blok orqali o'tkazilgan ideal ip yordamida bo'g'langan va rasmda ko'rsatilgan holatda ushlab turiladi. Yuk va stopl orasidagi ishqalanishni hisobga olmay, α burchakni ma'lum deb hisoblab, yuklar qo'yib yuborilgan vatq momentidagi ularning tezlanishlarini aniqlan.

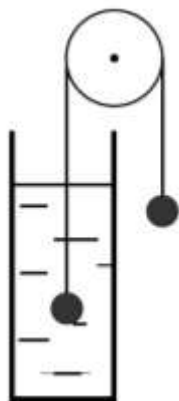


2.84-masalaga

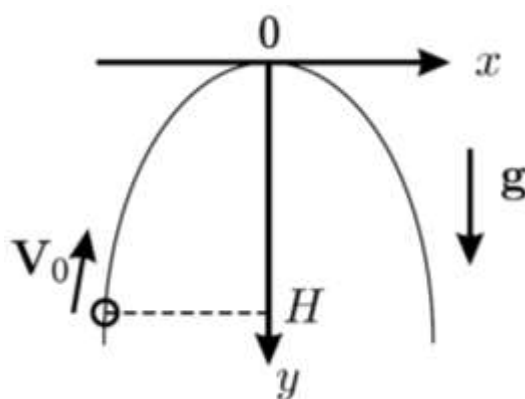


2.85-masalaga

2.86. Bir xil sharlar blok ustiga tashlangan ideal ipga osilgan. Sharlardan biri suyuqlikka botirilgan (rasmga qarang). Sharlar erkin qo'yilganda tez orada V_1 o'zgarmas tezlikda harakatlana boshladi. Suyuqlikdagi sharga ta'sir etuvchi qarshilik kuchini tezlikka proporsional deb hisoblab, ip uzilib qolganda suyuqlikdagi shar qanday barqaror V_2 tezlik bilan harakat qilishini toping? Shar materialining zichligi suyuqlik zichligidan ikki marta katta.



2.86-masalaga

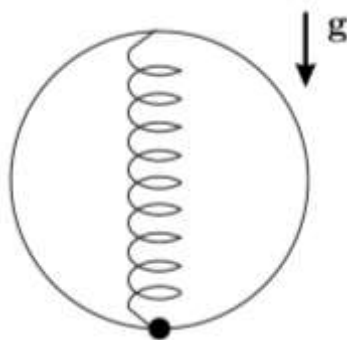


2.87-masalaga

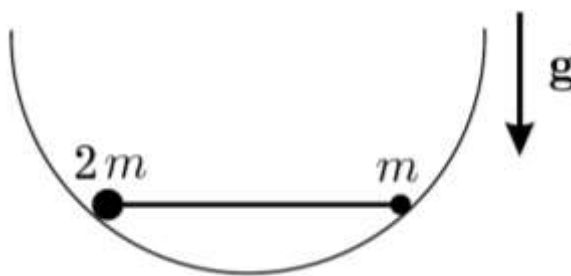
2.88. Vertikal o'rnatilgan, radiusi R bo'lgan silliq halqaga munchoq kiydirilgan. Halqaning eng past nuqtasida joylashgan munchoqqa vaznsiz prujinaning bir uchi biriktirilgan, ikkinchi uchi halqaning yuqori nuqtasiga mahkamlangan (rasmga qarang). Prujina shunday cho'zilganki, munchoq halqaga munchoqqa ta'sir qiladigan og'irlik kuchidan ikki marta ko'p kuch bilan ta'sir qiladi. Muvozanatning noturg'unligi tufayli munchoq halqa bo'ylab siljiy boshlaydi va uning tezligi halqaning uchdan bir qismi o'tgan paytda maksimal darajaga etadi. Prujinaning deformatsiyalanmagan holdagi uzunligi qancha?

2.89. Qattiq dielektrik halqa vertikal tekislikda joylashgan va mahkamlangan. Halqaning pastki nuqtasida qo'zg'almas zaryad, yuqori nuqtasida esa halqaga kiydirilgan huddi shunday zaryadlangan munchoq mavjud. Pastki zaryadning tomonidan munchoqqa ta'sir qiluvchi kulon kuchi munchoqqa ta'sir qiluvchi tortishish kuchidan 1,5 marta katta. Muvozanat holatining beqarorligi tufayli munchoq halqa bo'ylab ishqalanishsiz sirpana boshlaydi. Munchoqning tezligi maksimal qiymatga yetgan va to'xtagan vaqt mementlarida halqa markazidan munchoqqa o'tkazilgan radiusning burilish burchaklari qanday bo'ladi?

2.90. Uchlariga massasi m va $2m$ bo'lgan sharchalar biriktirilgan vaznsiz sterjen silliq yarim sferarsimon sirtida gorizontol holatda ushlab turiladi (rasmga qarang). Sferaning radiusi sterjen uzunligiga teng. Sterjen erkin qo'yib yuborilgan vaqt mementida uning markazining tezlanishi qanday bo'ladi? Bu momentda terjen deformatsiyalanishidagi elastik kuchi qanday bo'ladi?

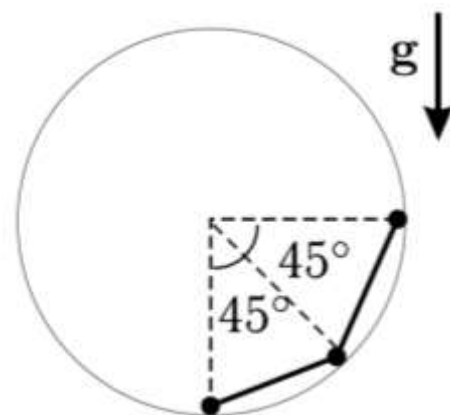


2.88-masalaga



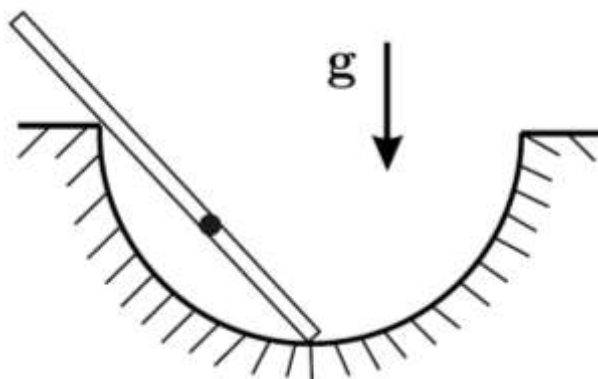
2.90-masalaga

2.91. Vazinsiz qattiq sterjenlar bilan bog'langan uchta bir xil sharlar tizimi vertikal tekislikda tinch holatda ushlab turiladi, shunda mahkamlangan sharlar sferaning ichki sirtiga tegadi (rasmga qarang). Sharlar qo'yib yuborilgan mementda ularning tezlanishi qanday bo'ladi? Hech qanday ishqalanish yo'q.

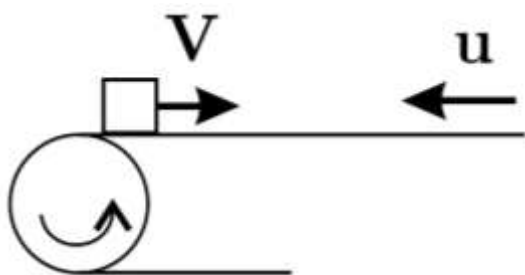


2.91-masalaga

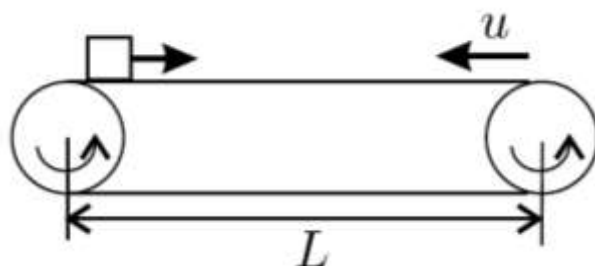
2.92. Vazinsiz qattiq chizg'ich yarim sharsimon o'raning pastki nuqtasi va chetiga tiralib turadi. Chizg'ichning urinish nuqtalari orasidagi masofaning o'rtasiga kichik yuk biriktirilgan (rasmga qarang). Dastlab, chizg'ich tinch holatda. Chizg'ichni erkin qo'yilgan vaqt momentida biriktirilgan yukning tezlanishini toping.



2.93. Shayba yerga nisbatan V tezlikda qarama-qarshi yo'nalishda u tezlikda harakatlanuvchi uzun gorizontall transportyor lentasi bo'ylab turtib yuborildi (rasmga qarang). Shaybaning va tasma orasidagi ishqalanish ko'effitsienti μ bo'lsa, shaybaning lentada bo'lgan vaqtini aniqlang. Natija V va u lar orasidagi munosabatga qanday bog'liq?



2.93-masalaga

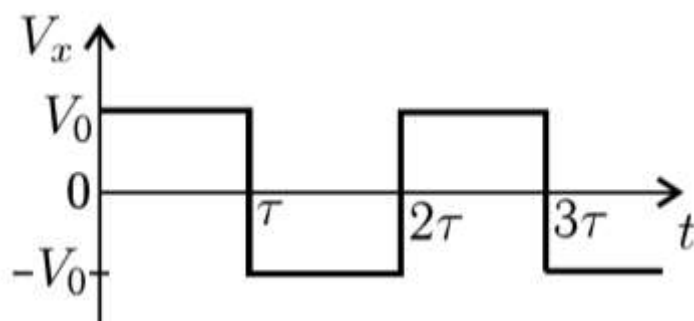


2.94-masalaga

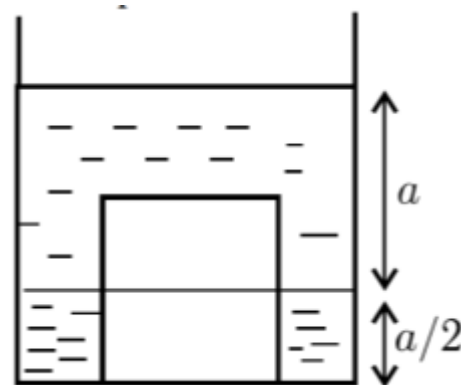
2.95. Yerga nisbatan V tezlik bilan harakatlanuvchi transportyorning gorizontall lentasi ustida quti ham lentaga perpendikulyar yerga nisbatan V tezlikda turtib yuborildi. Quti traektoriyasining yerga nisbatan eng kichik egrilik radiusini toping. Quti va lenta orasidagi ishqalanish ko'effitsienti μ ga teng. Quti lentada qoladi deb hisoblang.

2.96. Yerga nisbatan V tezlik bilan harakatlanuvchi transportyorning gorizontall lentasi ustida quti ham yerga nisbatan V tezlikda turtib yuborildi. Quti va lentaning tezlik vektorlari va orasidagi burchakning qanday qiymatida qutining lenta bo'ylab siljishi maksimal bo'ladi? Ushbu maksimal siljishni tasma tezligi V va ishqalanish ko'effitsienti μ orqali ifodalang. Quti lentada qoladi deb hisoblang.

2.97. Gorizontaal taxta bo'ylanma yo'nalishda davriy harakatni amalga oshiradi, bunda uning tezligi grafikda ko'rsatilgan qonunga muvofiq o'zgaradi (x o'qi taxta bo'ylab yo'naltirilgan). Taxtaga $0 \leq t \leq \tau$ vaqt oralig'ida qaysi momentda brusok yerga nisbatan boshlang'ich tezliksiz qo'yilganda, uning 4τ momentdagi siljishi (yerga nisbatan) modul jihatdan maksimal bo'ladi? t ning qanday qiymatida huddi shunday vaqtda siljish moduli jihatdan minimal bo'ladi? $V_0 = \mu g \tau$ munosabati bajarildi, bu erda g – erkin tushish tezlanishi, brusok esa taxtadan tushmaydi deb hisoblang.



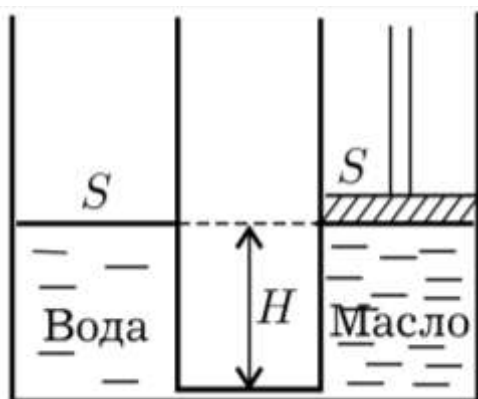
2.97-masalaga



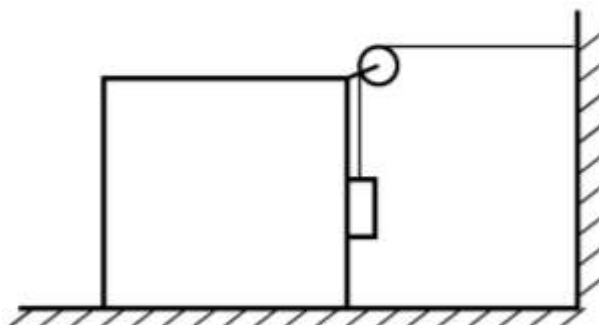
2.98-masalaga

2.99. Pastki qismi yupqa trubka bilan tutashtirilgan S kesimli ikkita bir xil idishda: chapda - suv, o'ngda - porshen ostidagi moy (rasmga qarang). Yog,' porshen yordamida chap idishga sekin siqib chiqarilsa, sistemada qancha issiqlik ajralib chiqadi? Suyuqliklarning dastlabki balandliklari bir xil va H ga teng; suvning va moyning zichliklari ρ_s , $\rho_m = 0.8\rho_s$ ma'lum. Porshennning devorga ishqalanishini xisobga olmang.

2.100. Rasmda ko'rsatilgan tizimda kub va brusokning massasi. Kun va brusok va kub va pol orasida ishqalanish yo'q. Ipning devordan blokgacha bo'lgan qismi gorizontaal. Kubning tezlanishini aniqlang

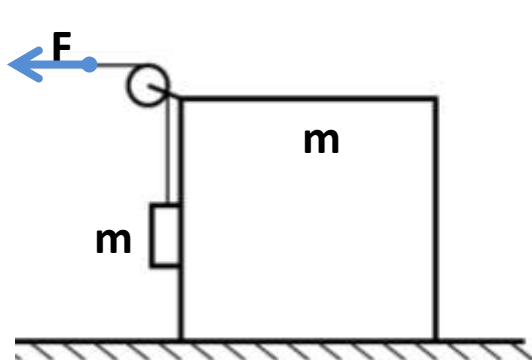


2.99-masalaga

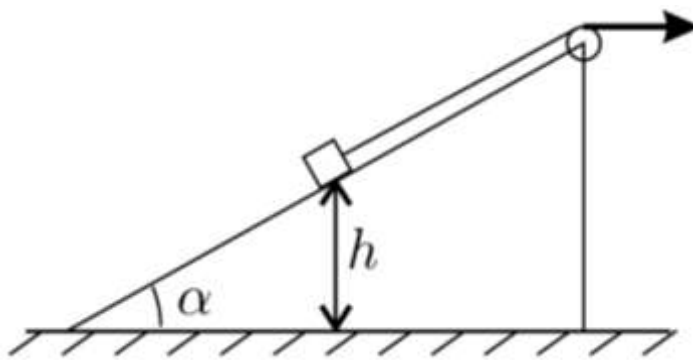


2.100-masalaga

2.101. Rasmda ko'rsatilgan sistemada brusok va kubning massalari bir xil va m ga teng, brusok bilan kub sirti orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ($\mu < 1$), kub va stol orasida ishqalanish yo'q. Kub qirrasining o'rtasiga mahkamlangan vaznsiz blok orqali o'tkazilgan ideal ipning ikkinchi uchiga F gorizontal kuch ta'sir etadi. F^* kuchning qiymatidan brusok kub yog'i bo'ylab yuqoriga siljiy boshlaydi. . $F > F^*$ uchun brusokning yerga nisbatan tezlanishini toping. $F = F^*$ da kub ag'darila boshlamasligi uchun blok qanday balandlikda bo'lishi kerak? Kubning qirradi a ga teng.

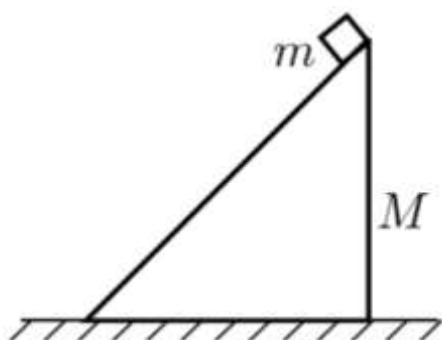


2.101-masalaga

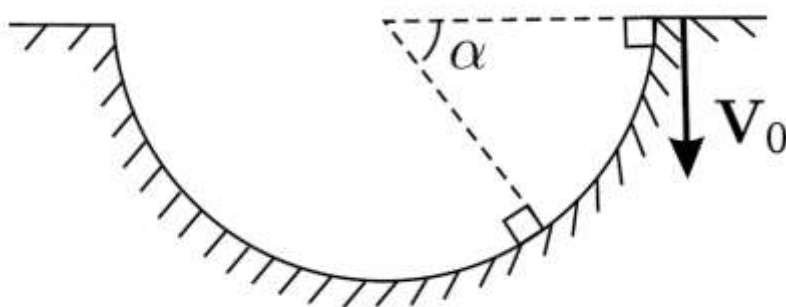


2.102-masalaga

2.103. Uchta to'rtburchak plastinkalar bir-biriga yopishtirilgan bo'lib, ular M massali ichi bo'sh prizma hosil qilgan va uning kesimi teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakdir (rasmga qarang). Prizma silliq gorizontal stol ustida joylashgan. Prizmaning yuqori qirrasining o'rtasiga massasi m bo'lgan kichik kub qo'yilgan. Kub bilan prizma orasida ishqalanish yo'q. Kub va prizma massalarining qanday nisbatida (m/M) kub sirpanishda prizmaning og'ishiga olib kelmaydi.

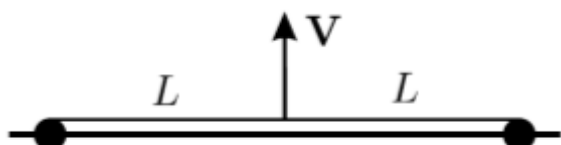


2.103-masalaga

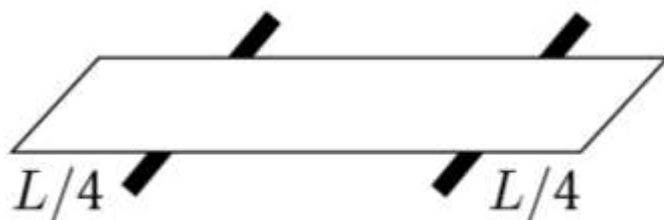


2.104-masalaga

2.105. Bir xil massali ikkita munchoq silliq gorizontaal simga kiydirilgan va $2L$ uzunlikdagi ideal ip bilan birlashtirilgan. Boshlang'ich momentda $t = 0$, munchoqlar harakatsiz. Ipning o'rtasidan simga perpendikulyar V doimiy tezlikda vertikal yuqoriga torila boshlandi (rasmga qarang). Ipning markaziy nuqtasini bunday harakatini ta'minlaydigan kuchning modulini vaqtga bog'liqligini toping.

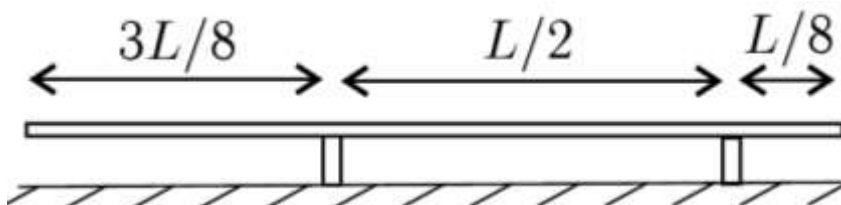


2.105-masalaga



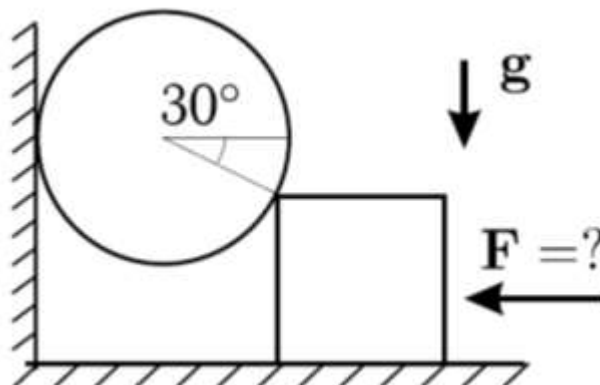
2.106-masalaga

2.107. Uzunligi L bo'lgan taxta gorizontaal stoldan bir xil ko'tarilgan ikkita tayanchda turadi. Tayanchlar orasidagi masofa $L/2$ ga teng, taxtaning uchlari tayanchlardan $L/8$ va $3L/8$ ga tashqariga chiqadi (rasmga qarang). O'ng tayanch nosilliq (ishqalanish koeffitsienti μ), chap yelkasi silliq. Taxtan $L/4$ masofa o'ngga siljishi uchun qanday minimal tezlik berish kerak (o'ngga yo'nalgan)?



2.107-masalaga

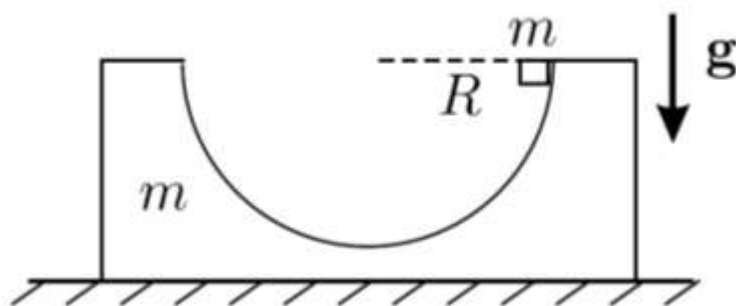
2.108. Silliq kub va sharni silliq pol va devorlar orasida ushlab turgan gorizontaal yo'naltirilgan F kuchini toping. Shar markazidan urinish nuqtasiga o'rtatilgan radius kubning simmetriya tekisligida yotadi va gorizont bilan 30° burchak hosil qiladi (rasmga qarang). Kub va sharning massalari bir xil va m ga teng. Kub ag'darilmasligi uchun bu F kuch poldan qanday balandlikda qo'yilishi kerak (javobni kubning qirrasi d orqali ifodalang)? Ushlab turuvchi kuch yo'qolgan vaqt momentida kubning tezlanishi qanday bo'ladi? Kub va shar orasidagi o'zaro ta'sir kuchini toping. Ta'sir kuchi shar yuzasiga perpendikulyar yo'nalganligini hisobga oling. Sharining vertikal o'q atrofida aylanmaydi deb hisoblang.



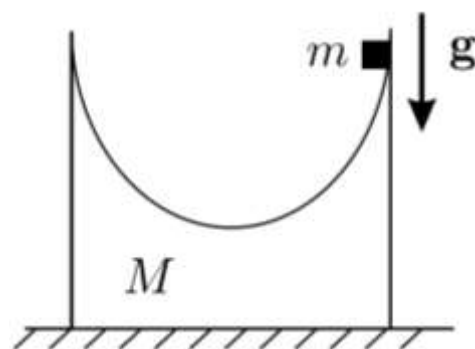
2.108-masalaga

2.109. Yarim silindrik chuqurchaga ega m massali brusok silliq gorizontal stol ustida joylashgan. Huddi shunday massali kub chuqurchaning egrilik markazi sathidan boshlang'ich tezliksiz qo'yib yuboriladi va u sirt bo'ylab ishqalanishsiz sirpana boshlaydi (rasmga qarang). Kub boshlang'ich satxga nisbatan $R/2$ ga pastlaganda brusokning tezligi qanday bo'ladi? Kub pastki nuqtadan o'tish vaqtida brusokka qanday kuch bilan bosadi? Stol nosilliq bo'lsa, brusok va stol orasidagi ishqalanish koefitsientining qanday eng kichik qiymatida, kub harakati davomida brusok harakatsiz qoladi? Kub brusokning markaziy qismida harakatlanmoqda deb hisoblang.

2.110. Diametri kubning qirrasiga teng bo'lgan silindrik chuqurchaga M massali kub shaklidagi brusok nosilliq gorizontal stol ustiga qo'yilgan (rasmga qarang). Massasi m bo'lgan shayda brusokning simmetriya tekisligida uning markazi sahxidani chuqurchaning silliq sirti bo'ylab boshlang'ich tezliksiz siljiy boshlaydi. Shayba va brusok massalari nisbati m/M ning qanday maksimal qiymatida, brusok asosi gorizontal holatda qoladi (brusok ag'darilmaydi)? Brusok va stol orasidagi ishqalanish koefitsienti qanday bo'lganda, aniqlangan massalar nisbatining maksimal qiymati brusok siljmaydi?



2.109-masalaga

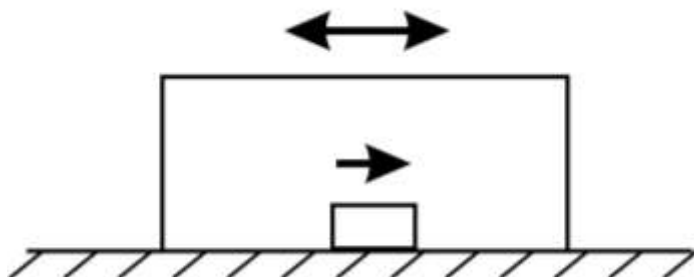


2.110-masalaga

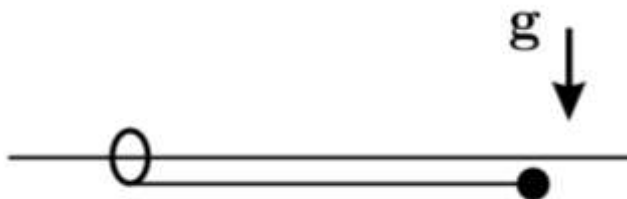
2.111. Ikki xil qurbaqa silliq gorizontal stol ustidagi doskada sakramoqda. Birinchi holda - taxtaning qarama-qarshi uchlaridan bir vaqtning o'zida va simmetrik tarzda skrashadi, ikkinch xolda - bir vaqtning o'zida taxtaning bir uchidan bir xil tezlikda sakrashdi. Qurbaqalar uchishda bir-biriga xalaqit bermasdan taxtaning qarama-qarshi uchiga qo'nishadi. Baqalarning umumiy massasi taxtaning massasiga teng va baqalarning sakrash uchun sarflagan energiya sarfi har safar minimal deb faraz qilib, ikki holatda qurbaqalarning energiya sarfi nisbatini toping.

2.112. Vertikal simga rezina shayba jisp kiydirilgan va sim bo'ylab pastga sirpana boshlaydi. Shayba sim o'rnatilgan gorizontal stolga absolyut elastik urilishdan so'ng, dastlabki balandlikning yarmigacha ko'tariladi. Yuqoriga va pastga harakatlanish vaqtlari necha marta farq qiladi? Agar birinchi zarbgacha harakat vaqti t_0 ga teng bo'lsa, shayba qancha vaqt harakatda bo'ladi?

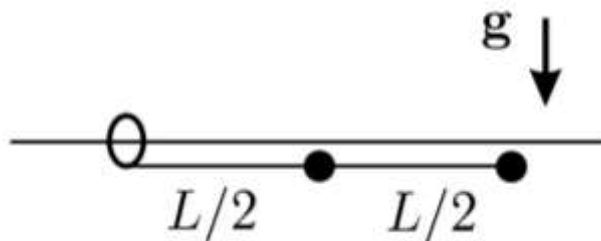
- 2.113. Vertikal devorlari bo'lgan massiv quti ikkita devorga perpendikulyar gorizontaal yo'nalishda garmonik tebranishlarni amalga oshiradi. Qutining silliq tubida sirpanadigan m massali shayba (rasmga qarang), davriy ravishda bu devorlar bilan to'qnashadi va ularning biridan har doim $3V_0$ tezlikda, ikkinchisidan esa V_0 tezlikda qaytadi etadi. To'qnashuvlar mutlaqoabsolyut elastik bo'lib, qutining tezligi maksimal bo'lgan momentlarda sodir bo'ladi. Quti tezligining amplitudasini va shaybaning uzoq vaqt davomidagi o'rtacha kinetik energiyasini toping.



- 2.114. Gorizontaal simga kiydirildan halqa ishqalanishsiz siljishi mumkin. Ideal ipning bir uchi halqaga bog'langan, ikkinchi uchiga sharcha biriktirilgan. Sistema rasmda ko'rsatilgan holatda ushlab turiladi (ip gorizontaal). Halqa va shar massalarining qanday nisbatida, shar erkin qo'yib yuborilgandan so'ng, trayektoriyaning eng past nuqtasida maksimal tezlikka erishadi?

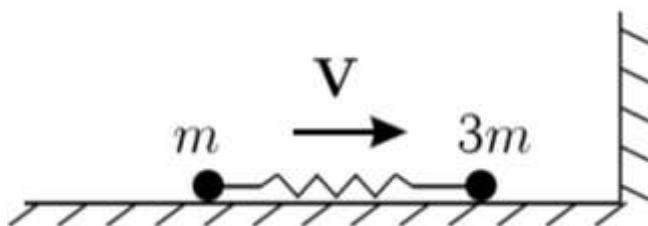


- 2.115. Uzunligi L bo'lgan vaznsiz sterjen vaznsiz halqaga sharnirli bog'langan bo'lib, u qo'zg'almas gorizontaal spisada ishqalanishsiz siljiy oladi. Ikkita bir xil massali yukcha biri sterjam markaziga va ikkinchisi uchiga biriktirilgan. Dastlab sterjen gorizontaal holatda ushlab turiladi va keyin qo'yib yuboriladi. Sterjen vertikal holatdan o'tayotgan paytda yuklar va halqaning tezliklarini toping.



2.116. Uzunligi L bo'lgan vaznsiz sterjen vaznsiz halqaga sharnirli bog'langan bo'lib, u qo'zg'almas gorizontaal spisada ishqalanishsiz siljiy oladi. Ikkita bir xil massali yukcha biri sterjam markaziga va ikkinchisi uchiga biriktirilgan. Dastlab sterjen gorizontaal holatda ushlab turiladi (2.115-rasmga qarang) va keyin qo'yib yuboriladi. Sterjenning vertikal holatdan o'tayotgan paytdagi burchak tezligini toping. Bu vaqtda halqaning spisaga ta'sir kuchi qanday?

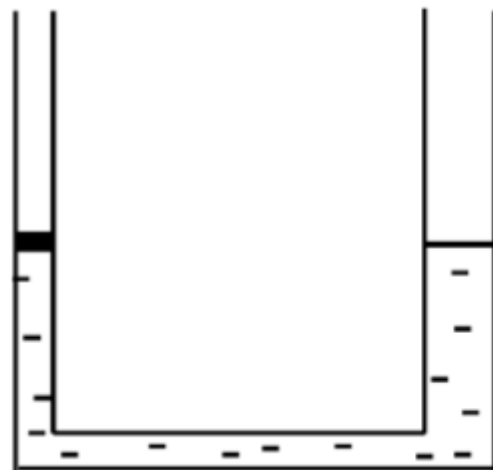
2.117. Massalari m va $3m$ bo'lgan ikkita sharcha, vaznsiz prujina bilan bog'langan holda, gorizontaal silliq sirt bo'ylab V tezlikda harakatlanib devorga absolyut elastik uriladi (rasmga qarang). Devordan sistema devordan qaytgandan keyin prujinaning potentsial energiyasi qanday maksimal qiymatga erishadi?



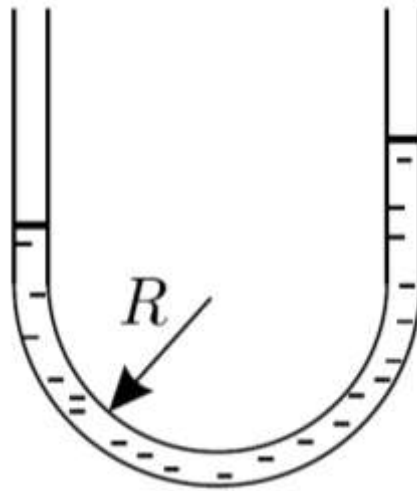
2.118. Silliq qattiq sim sinusoida shaklida egiladi $y = A \sin(kx)$, bu erda $A = 1\text{m}$, $k = \text{m}^{-1}$; x , y o'qlari mos ravishda gorizontaal va vertikal yo'naltirilgan. Simga kiydirilgan massasi m bo'lgan munchoq koordinatasi $x = \frac{\pi}{4}$ m bo'lgan nuqtadan siljiy boshlaydi. Munchoqning $x_1 = 0$ va $x_2 = -\frac{\pi}{2}$ m koordinatali nuqtalardan o'tgan momentlardagi simga bosim kuchini toping.

2.119. Silliq sharlarning absolyut elastik to'qnashuvida (markaziy bo'lishi shart emas) ularning nisbiy tezligi saqlanib qolishini ko'rsating.

2.120. Ko'ndalang kesimlari ikki marta farq qiluvchi bir xil balandlikdagi ikkita ingichka naylar uzunligi vertikal naylarning balandligiga teng bo'lgan gorizontaal trubka bilan tutashtirilgan. Naylar balandligi yarmigacha suv bilan to'ldiriladi (rasmga qarang). Torroq nayga yopishtirilgan kichik tiqini surish uchun kengroq nayga suv quya boshladilar. Bu nay suvga to'liq to'ldirilganda, tiqin faqat bir oz surildi. Keyin, quyilgan suv miqdorini o'zgartirmasdan, sistemani o'ngga tekis ortib boruvchi tezlanish berib, tiqinni chiqarishga qaror qilishdi. Tiqin naydan siqib chiqarilgan vaqt momentida tezlanish qanday bo'lgan?



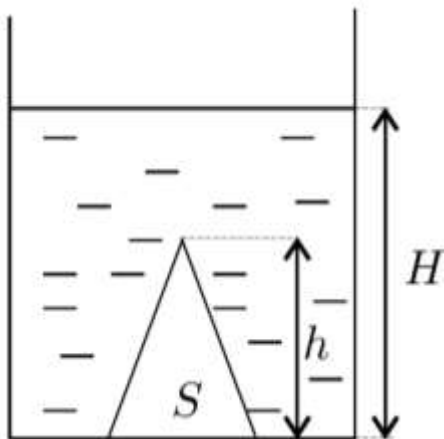
- 2.121. Ingichka U simon naylarda vertikal tekislikda mahkamlangan (rasmga qarang) suyuqlik tebranadi. Suyuqlikning massasi m , zichligi ρ , nayning kesimi S . Tebranishlar vaqtida suyuqlikning yuqori sathlari nayning vertikal to'g'ri kesimlari chegarasidan tashqariga chiqmaydi. Tebranishlar jarayonida suyuqlikning maksimal tezligi V ga teng. Suyuqlikning tezligi nolga teng bo'lgan vaqt momentida suyuqlikning eng past nuqtasidagi bosim qanday bo'ladi? Naychaning egrilik radiusi R , atmosfera bosimi P_0 , suyuqlikning qayishqoqligini hisobga olmang.
- 2.122. Bir yo'nalishli siyraklashtirilgan (molekulalar o'rtasidagi to'qnashuvlarsiz) gaz oqimi S yuzali plastinkaga normal bo'ylab tushadi. Molekulaning massasi m , oqimdagi molekulalarning konsentratsiyasi N va molekulalarning tezliklari V dan $2V$ gacha diapazonda tekis taqsimlanadi. Plastinkani oqimda harakatsiz ushlab turish uchun unga qancha kuch qo'yish kerak? Plastinka qo'yib yuborilganda uning tezligi $3V/2$ ga yetganda, plastinkaga oqimning bosim kuchi qanday bo'ladi? Plastinkaning tezlashishi jarayonida gaz oqimi bosim kuchining maksimal maksimal quvvati qanday bo'ladi? Molekulalar plastinkadan absolyut elastik qaytadi deb hisoblang.



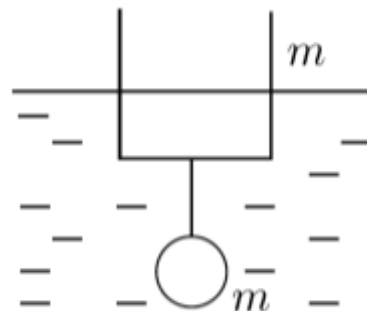
2.121-masalaga

3. STATIKA VA GIDROSTATIKA

- 3.1. Suv bilan limmo-lim to'ldirilgan idishga birinchi holatda - massasi 13,5 g bo'lgan yaxlit alyuminiy bo'lagi, ikkinchi holda - bankada suzuvchi shu bo'lakdan yasalgan qayiq solindi. Birinchi va ikkinchi holatda qancha suv toshib ketadi? Alyuminiyning zichligi 2700 kg/m^3 .
- 3.2. H balandlikkacha suv bilan to'ldirilgan idishning pastki qismida balandligi h va asosining yuzi S bo'lgan konus mavjud (rasmga qarang). Suv konusning yon sirtiga qanday kuch bilan bosadi? Suvning zichligi ρ , suv yuzasidagi bosim P_0 .
- 3.3. Qirradi a bo'lgan kub shaklidagi akvariumni yarimigacha suv to'ldirilgan. Akvariumga qanday maksimal hajmli kub shaklidagi muz bo'lagi solinganda suv undan toshib chiqmaydi. Muzning zichligi suv zichligini 0,9 qismiga teng.
- 3.4. Balandligi H bo'lgan idishning tubiga silindrik muz bo'lagi qo'yilgan. Ma'lum bo'lishicha, bu holda idishga to'liq erigan muz bilan bir xil miqdorda kerosin quyish mumkin. Muz silindrining balandligini toping. Suv va muzning zichligi ma'lum deb hisoblanadi.
- 3.5. Ipga bog'langan m massali shar va shunday massadagi banka suvda suzadi (rasmga qarang), ipning taranglik kuchi $mg/2$ ga teng. Suv zichligi ρ ma'lum deb hisoblab, sharining hajmini va idishning suvga botgan qismining hajmini toping. Agar shar banka ichiga solinsa, bankaning suvga botgan qismining hajmi qancha o'zgaradi?



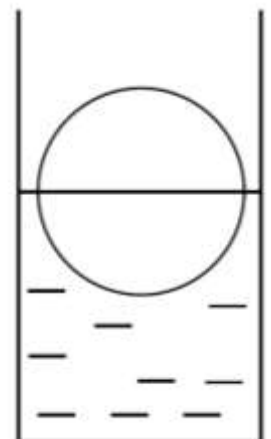
3.2-masalaga



3.5-masalaga

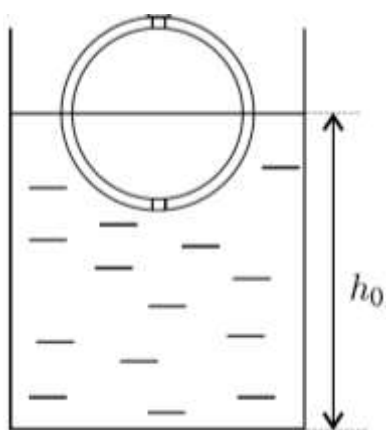
- 3.6. Suvli idishda ichida toshi bor muz bo'lagi suzadi. Agar muzning suvga botmagan qismining hajmi (tosh suv sathidan pastda) tosh hajmiga teng bo'lsa, tosh massasi muz massasining qanday qismini tashkil qiladi? Muzning ma'lum qismi erishi natijasida muz suvga to'liq botib suzishni boshladi. Erigan muzning hajmi tosh hajmidan necha marta katta? Suvning zichligi 1000 kg/m^3 , muzning zichligi 900 kg/m^3 .

- 3.7. Massasi m bo'lgan bir shar yopishqoq suyuqlikda qandaydir tezlikda tekis ko'tariladi, u bilan bir xil radiusli, $2m$ massali ikkinchi shar bu suyuqlikka o'sha tezlikda tekis cho'kadi. Xuddi shunday radiusli uchinchi sharning massasi qanday bo'lganda u bu suyuqlik ichida muallax turadi?
- 3.8. Yengilroq shar yopishqoq suyuqlikda V_0 tezlikda qalqib chiqadi, huddi shunday radiusli og'irroq bo'lgan ikkinchi shar bu suyuqlikda farqsiz muvozanatda bo'lishi mumkin. Uzun ip bilan bog'langan bu ikki shar bu suyuqlikda qanday tezlikda qalqib chiqadi? Qarshilik kuchi sharning tezligiga proporsional deb hisoblang.
- 3.9. Devorlari qalin, tubi yupqa bo'lgan silindrik bo'sh idish vertikal ravishda yarimi suvga botgan va suzimoqda. Devor qalinligi uning ichki radiusidan 5 marta kam. Idishning umumiy hajmi 0,5 litr bo'lsa, cho'kish uchun unga qancha suv quyish kerak?
- 3.10. Silindrik shakildagi suvli idishda o'zining balandligi h ning yarmigacha botgan holda yupqa devorli silindrik stakan suzmoqda. Stakanga zichligi suv zichligining 0,8 qismiga teng bo'lgan ma'lum miqdorda moy quyildi. Natijada, idishdagi suv sathi $h/4$ ga oshdi. Idishdagi suv sathi bilan stakandagi moy satxi orasidagi farqni toping. Idishning asosini yuzasi stakan asosining yuzasi ikki marta katta.
- 3.11. Devorlari qalin va tubi yupqa bo'sh silindrik stakan balandligi h ning yarmigacha botgan holda suvli silindrik idishda suzadi. Stakanga zichligi suv zichligining 0,8 qismiga teng bo'lgan ma'lum miqdorda moy quyildi. Natijada, idishdagi suv sathi $h/4$ ga oshdi. Idishdagi suv sathi bilan stakandagi moy satxi orasidagi farqni toping. Stakan devorlarining qalinligi uning ichki radiusidan 5 marta kam, stakan tashqi qimining kesim yuzasi idishning asosini yuzasidan ikki marta kichik.
- 3.12. Kesim yuyasi S bo'lgan silindrik idish qisman suv bilan to'ldirilgan. Ishishga hajmi V bo'lgan ichi g'ovak shar tushirilganda yarmigacha suvga botgan holda suva boshladi. Idishdagi suv sathi qanchaga ko'tarildi? Bo'shliqni ($V_{bo'shliq} = 0,4V$) xuddi shu idishdan suv bilan to'ldirgandan so'ng, idishdagi suv satxi qanday o'zgaradi? Bo'shliqni to'ldirgandan keyin sharni qancha qismi suvga botmaydi?

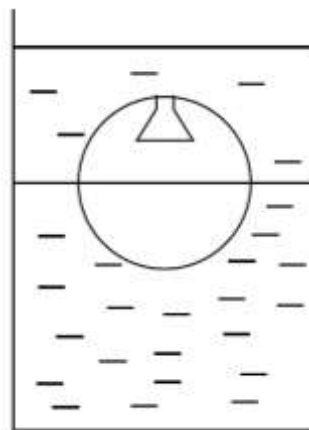


- 3.13. Asosining suzi 4 dm^2 bo'lgan silindrik idishga quyilgan, uning ichida hajmi 4 dm^3 bo'lgan shar yarmi suvga botgan holda suzadi. Suv xathi idishning qirrasidan 2 dm pastda (rasmga qarang). Ushbu idishga yana qancha suv quyish mumkin? Agar siz suv o'rniga suv zichligining 0,8 qismiga teng zichlikdagi moy quysangiz, qancha hajmda moy quyish mumkin bo'ladi?

3.14. Kesim yuzasi S bo'lgan, h_0 balandlikka qadar suv bilan to'ldirilgan silindrik idishda (rasmga qarang) V hajmli shar suvga yarmigacha botgan holda suzadi. Sharning ichida bo'shliq mavjud bo'lib, uning hajmi shar hajmining $3/4$ qismini tashkil qiladi. Sharning qobig'ida ikkita kichik teshik ochiladi va yuqori teshik tiqin bilan yopiladi, shuning uchun sharning bo'shlig'iga suv kirmaydi. Tiqinni chiqarib yuborilgan, bo'shliq suv bilan to'la boshladi. Bo'shliq yarmi suv bilan to'lganda idishdagi suv satxi qanday bo'ladi? $2/3$ qismi to'lgandach, to'liq to'lgandach?

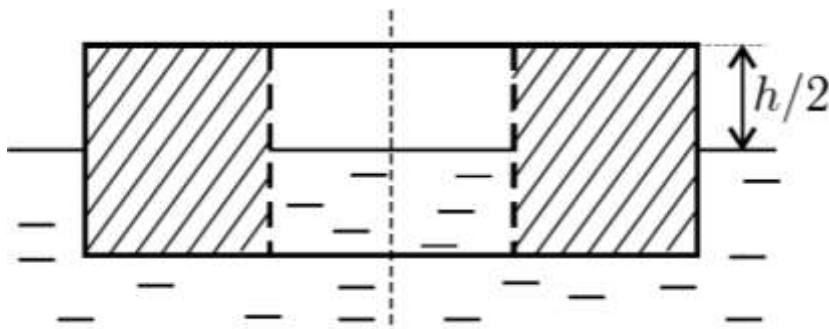


3.14-masalaga



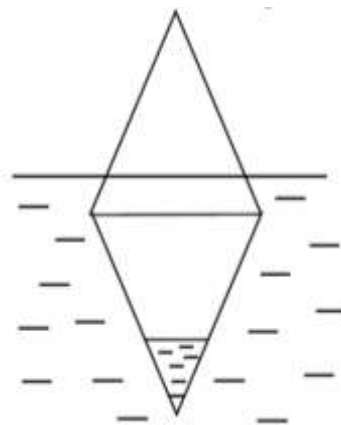
3.15-masalaga

3.16. Balandligi h bo'lgan yog'och shaybani ichidan shayba radiusidan ikki marta kichik radiusli teshik ochilgan bo'lib, balandligining yarmigacha suv botgan holda suzadi, (rasmga qarang). Shaybani suvga to'liq botirildi va teshik yuqoridan engil ingichka tiqin bilan germetik tarzda yopib, so'ng erkin qo'yib yuborildi. Bu holda shaybaning suvga botmagan qismining balandligi qancha bo'ladi?



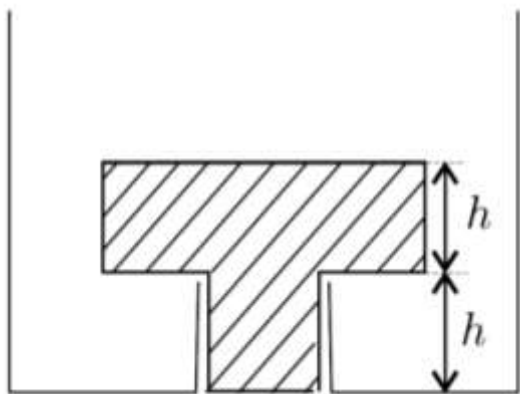
3.16-masalaga

- 3.17. Ikkita bir xil yupqa devorli konusdan tashkil topgan ichi bo'sh “ $\text{by}\ddot{y}$ ” suvda vertikal ravishda yarim suv ostida suzib yuradi. Paydo bo'lgan teshik orqali suv “ buy ” bo'shlig'iga kiradi va u cho'kishni boshlaydi (rasmga qarang). Buyning tashqarisidagi va ichidagi suv sathlari orasidagi farq avval kamayadi, keyin esa ortadi. Devor qalinligini e'tiborsiz qoldirib, buyumning hajmini V ga teng hisoblab, “ buy ” ning tashqarisidagi va ichidagi suv sathining farqi minimal bo'lgan vaqtda momentida “ buy ” ichiga kirgan suv hajmini toping. Havoning bo'shliqdan chiqib keta oladi deb hisoblang.

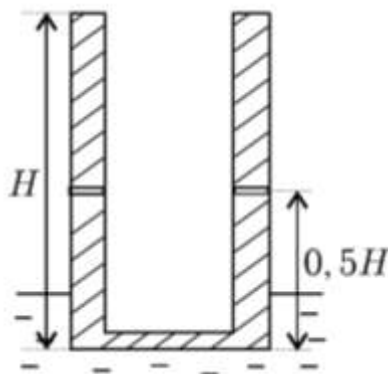


3.17-masalaga

- 3.18. 4S kesimli silindrik idishning tubiga balandligi h va kesimi S bo'lgan yupqa devorli trubka o'rnatilgan. Naycha yuqoridan har biri h balandlikdagi ikkita silindrik qismdan tashkil topgan tiqin bilan mahkam yopilgan (rasmga qarang). Tiqinning keng qismining kesimi $3S$, tiqin zichligi suv zichligini $0,2$ qismiga teng. Idish asta-sekin suv bilan to'ldirilganda, suv sathi keng qismining yuqori chegarasiga yetganda tiqin yuqoriga ko'tarila boshlaydi. Agar trubka pastki qismdan huddi shunday tiqin bilan ohirigacha tiqilib berkitilsa, idishga qancha suv quyish mumkin? Tiqinning keng qismi va idishning pastki qismi orasiga havo kirib borishi mumkin deb hisoblang.
- 3.19. Silindrik idish suvda vertikal holatda va H balandligining $1/5$ qismi botgan xolda suzadi. Idish tubining qalinligi $0,1 H$, devorlarning gorizontallik qismining kesim yuzi idish asosining kesim yuzidan 3 marta kam. Idishning yarm balandligida devorlarda kichik gorizontallik teshiklar mavjud (rasmga qarang). Agar idishning ichki hajmining uchdan bir qismi suv bilan to'ldirilsa, idishning botish chuqurligi qanday o'zgaradi? Agar idishga yana shuncha miqdorda suv quyilsa, botish chuqurligi qanday bo'ladi?

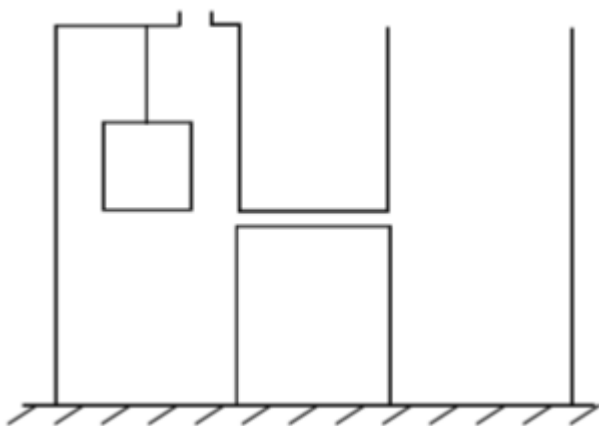


3.18-masalaga

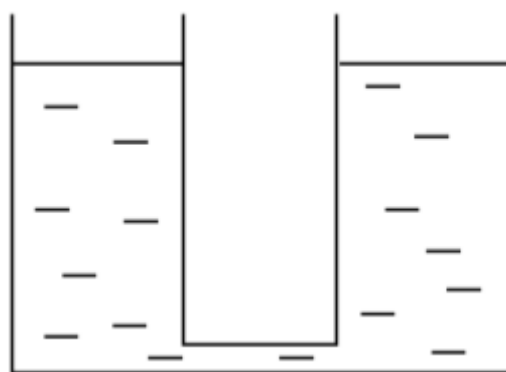


3.19-masalaga

- 3.20. Usti ochiq yupqa devorli silindrik idishning pastki qismida parmalab ingichka kanal ochilgan. Idish suvga tushishiga tushurilganda, u darhol balandligining yarmigacha suvga botdi va kanal orqali suv kirish natijasida 2 daqiqadan so'ng cho'kib ketdi. Zichligi uch baravar kam bo'lgan materialdan yasalgan huddi shunday o'lchamdagi va bir xil teshikka ega idish cho'kishi uchun qancha vaqt kerak bo'ladi? Kanal orqali suv oqimining tezligi uning uchlaridagi bosimlar farqiga proporsional va idishlar suvga bitish paytida vertikal holatini saqlab qoladi deb hisoblang.
- 3.21. Ikkita bir xil silindrik idish balandligining o'rtasidan trubka bilan birlashtirilgan (rasmga qarang). Chap idish kichik teshikli qopqoq bilan mahkam yopiladi. Silindrlarning har birining asosini suzi $0,03 \text{ m}^2$, balandligi $0,4 \text{ m}$. Chap idishning qopqog'iga qirrasi $0,1 \text{ m}$ bo'lgan yog'och kub ipga osilgan. Kubning pastki qirrasi trubaning sathida. $t = 0$ vaqt momentidan boshlab, o'ng idishga $0,001 \text{ m}^3/\text{min}$ tezlikda suv tekis quyiladi. O'ng idishning tubidagi suv bosimining vaqtga bog'liqligini chizing. Suvning zichligi 10^3 kg/m^3 , yog'ochning zichligi 600 kg/m^3 . Atmosfera bosimini xisobga olmang.
- 3.22. Ko'ndalang kesimi S bo'lgan silindrik idishda 0°C da suv va m massali muz bo'lgi mavjud. Muz ichiga bir ip muzlatilgan, uning ikkinchi uchi silindrning tubiga biriktirilgan. Issiqlik yo'qotilishi natijasida muz massasi ikki marta ortdi. Idishdagi suv sathining o'zgarishi Δh ning eng kichik va eng katta qiymatlarini toping. Muz silindrning pastki qismiga ham, yon sirtiga ham tegmaydi deb hisoblang. Suv va muz zichliklarini ma'lum deb hisoblang. Ikkala holdagi Δh uchun ishoralarni ko'rib chiqing.
- 3.23. Ikkita bir xil silindrik idishlar pastki qismida gorizontal trubka (tutash idishlar) bilan bog'langan. Idishlarga 0°C haroratda suv quyildi (rasmga qarang) va chap idish sovutildi, shunda tepada silindrik muz tiqini paydo bo'ldi. Muz tiqinining yuqori tekisligi dastlabki suv sathida qoldi (muz devorlarga yopishib qoldi) va pastki asoslarni birlashtiruvchi trubka etib bormadi. Agar uning massasi m ga teng bo'lsa, devorlar tomonidan muzga ta'sir qiluvchi kuchning vertikal tashkil etuvchisini toping. Suv va muzning zichligi ma'lum deb hisoblang.



3.21-masalaga

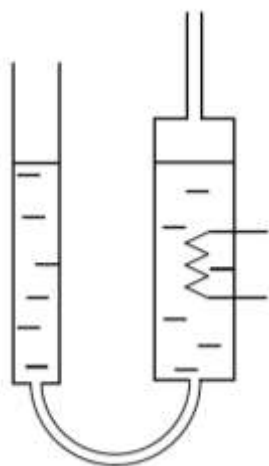


3.23-masalaga

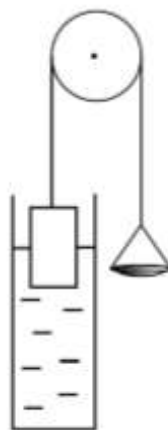
3.24. Shar suyuqlikda 95% i botgan holda suzadi . Shar suyuqlikka to'liq botishi uchun sistema harorati qancha ko'tarilishi kerak? Isitish sekin, suyuqlik va sharning harorati har doim teng deb hisoblan. Shar materialining chiziqli kengayish koeffitsienti $10^{-4} \text{ grad}^{-1}$, suyuqlikning hajmli kengayish koeffitsienti $10^{-3} \text{ grad}^{-1}$.

3.25. Asoslari tutashtirilgan silindrik idishlarga suyuqlik quyiladi, ularning ko'ndalang kesimlari 3 marta farq qiladi . Keng idish hajmining 97% gacha suyuqlik bilan to'ldiriladi va tepadan ingichka naycha kiydirilgan tiqin bilan yopiladi (rasmga qarang) . Suyuqlikning hajmi haroratga bog'liq $V_2 = V_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$ qonuniga muvofiq o'zgaradi deb hisoblang, bu erda V_1 va V_2 mos ravishda t_1 va t_2 haroratlardagi hajm qiymatlari, $\alpha = 10^{-4} \text{ grad}^{-1}$, agar keng idish 60° ga qizdirilgan bo'lsa, tor idishdagi haroratning oshishini hisoblang. Birlashtiruvchi nayning hajmi va vertikal quvurlarning kesimini hisobga olmang. Issiqlik sig'imi, issiqlik o'tkazuvchanligi va idishlar va quvurlarning issiqlikdan kengayishi, shuningdek, kapillyar ta'sirlarni hisobga olmang.

3.26. Yarimi suvga botgan silindrik yuk va massiv chashka blok ustiga tashlangan ideal ip uchlariga osilgan holda muvozanatda turibdi (rasmga qarang). Silindrning balandligi h , uning kesimi S , suvli silindrik idishning ko'ndalang kesimi $2S$. Chashkaga asta-sekin qum quyiladi va silindr asta-sekin yuqoriga qarab harakatlanadi. Silindr suvdan to'liq chiqib bo'lganida, chashkada qancha qum bo'ladi? Chashka qanchaga pastlaydi? Suvning zichligi ma'lum deb hisoblang.

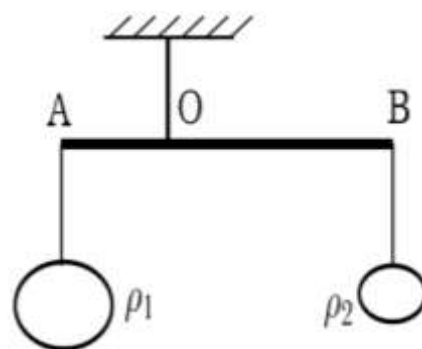


3.25-masalaga



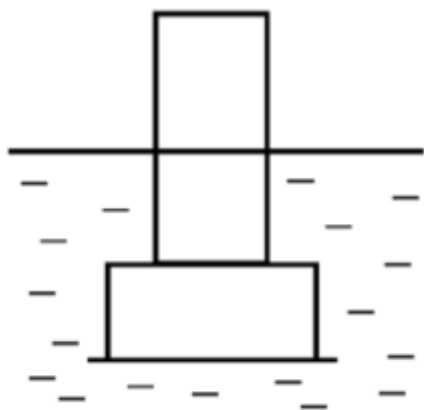
3.26-masalaga

3.27. Ikki jism vaznsiz AB sterjenda muvozanatlangan: yelkalar nisbati $AO:OB = 1:2$ (rasmga qarang). Jismlar butunlay suvga botgandan so'ng, sterjenning muvozanati buzilmasligi uchun yuklarni o'rnini almashtirish kerak bo'ldi. $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2,5$ bo'lsa, jismlarning zichliklarini toping. Suvning zichligi ma'lum deb hisoblang.

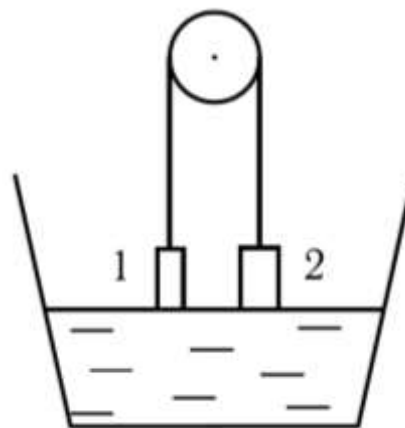


3.27-masalaga

3.28. Asos yuzalari S va $2S$ bo'lgan ikkita silindrlardan iborat idish (rasmga qarang) suvga botiriladi va ma'lum bir chuqurlikda o'rnatiladi. Idishning keng qismining hajmi $0,2$ litrni tashkil qiladi. Ehtiyotkorlik bilan idishga $0,3$ l suv quyilganda, uning tubi tushib ketdi. Agar idishga suv o'rniga $0,3$ kg massali yukcha qo'yilsa, u tushib ketishi uchun uni idish asosning qaysi nuqtasiga qo'yish kerak? Suvning zichligi 1000 kg/m^3 ni tashkil qiladi.

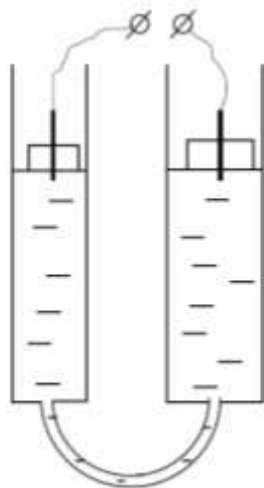


3.28-masalaga

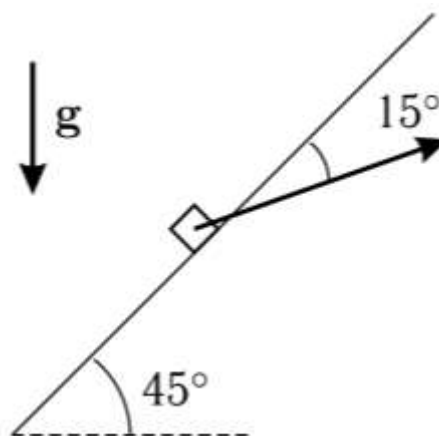


3.29-masalaga

3.30. Rezina nay bilan bog'langan, ko'ndalang kesimlari S va $2S$ bo'lgan ikkita silindrik shisha idishlarni qisman to'ldiradigan simob elektr zanjirining bir qismi sifatida ishlatiladi (rasmga qarang). Qo'rg'oshin simlari engil po'kaklar orqali o'tadi va simobga ozgina botiriladi. Tor silindr h balandlikka ko'tarilsa, sxemaning qarshiligi qanchaga o'zgaradi? Simob bir silindrdan ikkinchisiga to'liq oqib o'tmaydi va toshib ketmaydi deb xisoblang. Simobning solishtirma qarshiligi ρ ma'lum deb hisoblang.

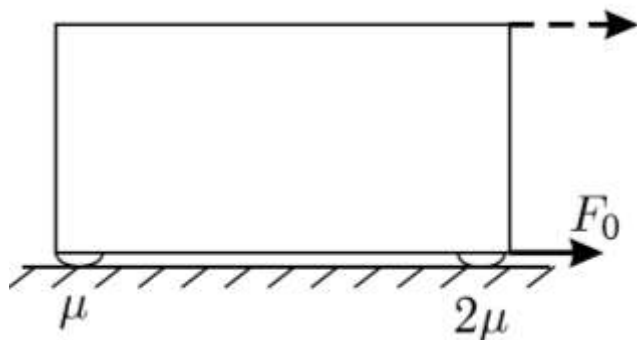


3.30-masalaga

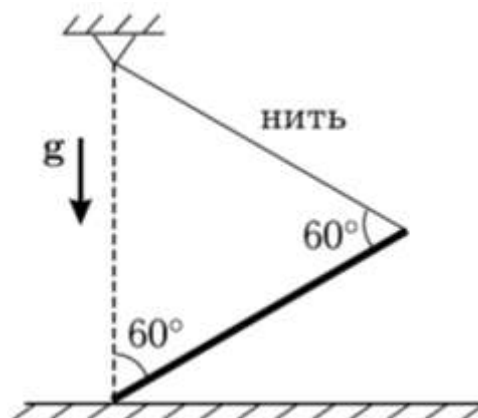


3.32-masalaga

- 3.31. Ikkita prujinali dinamometr ilgaklarga vertikal ravishda osilgan. Birinchi dinamometrda prujining massasi 20 g, dinamometr plastinkaning massasi esa ancha kam. Ikkinchisi dinamometr shkalasini bo'lgan plastinkani massasi 50 g ga teng va uning prujinasining massasidan ancha ko'p. Dinamometr ko'rsatkichlarini toping.
- 3.32. Nosilliqlik qiya tekislik gorizont bilan 45° burchak hosil qiladi. Ma'lum bo'lishicha, massali jismni ushbu tekislikda ushlab turish uchun zarur bo'lgan minimal kuch unga 15° burchak ostida yo'naltirilishi kerak (rasmga qarang). Ushbu minimal kuchning qiymatini va jism va tekislik orasidagi ishqalanish koeffitsientini toping.
- 3.33. Uzunligi L va balandligi h bo'lgan, pastki qismida kichik bo'rtmalari bo'lgan chamadonni (rasmga qarang), uning eng past nuqtasiga gorizont F_0 kuch qo'yish orqali joyidan siljitish mumkin. Qanday gorizont kuch chamadonni pastga emas, balki yuqori nuqtaga qo'yilsa, uni siljitishi mumkin? Bo'rtmalar va pol orasidagi ishqalanish koeffitsientlari μ va 2μ ga teng (rasmga qarang), $4\mu h < L$. Chamadon rasm tekisligiga ko'ndalang yo'nalishda harakat qilmaydi deb hisoblang.
- 3.34. Bir uchi vaznsiz ip bilan bog'langan, ikkinch uchu polga tayangan tayoq rasmda ko'rsatilgan holatda muvozanatda turibdi. Tayoq va pol orasidagi ishqalanishning koeffitsientining qanday bu muvozanat mumkin? Vertikal o'q atrofida aylanish tufayli tayoq muvozanati buzilishi hisobga olinmasin.

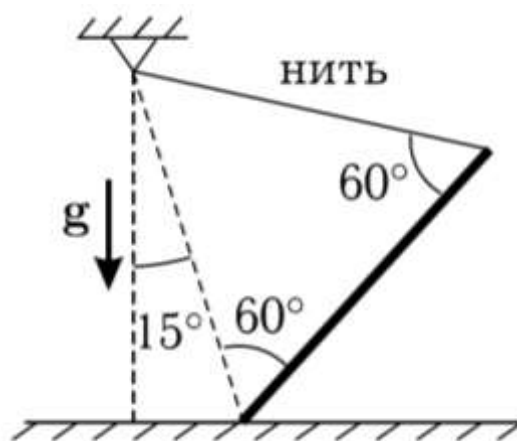


3.33-masalaga



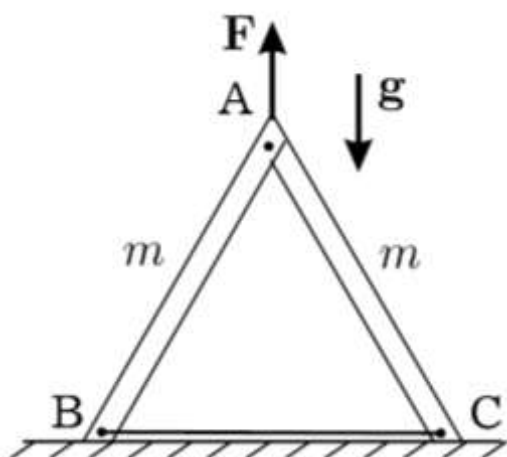
3.34-masalaga

- 3.35. Bir uchi vaznsiz ip bilan bog'langan, ikkinch uchu polga tayangan tayoq rasmda ko'rsatilgan holatda muvozanatda turibdi. Tayoq va pol orasidagi ishqalanishning koeffitsientining qanday bu muvozanat mumkin? Vertikal o'q atrofida aylanish tufayli tayoq muvozanati buzilishi hisobga olinmasin.

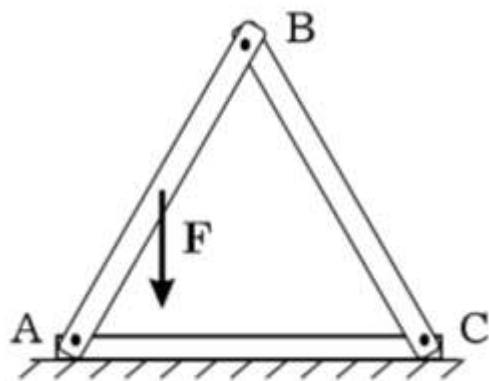


3.35-masalaga

3.36. Vertikal tekislikda joylashgan ABC muntazam uchburchagi har birining massasi m bo'lgan ikkita taxtadan va ularni ushlab turuvchi BC ipdan iborat. Uchburchakning A uchida taxtalar sharnirli bog'langan, ularning pastki uchlari silliq gorizontol stolga tayanadi. A nuqtaga vertikal yuqoriga yo'nalgan F kuch qo'yiladi (rasmga qarang). $F = mg/2$ da ipning taranglik kuchini va ip tarangligi nolga teng bo'ladigan F kuchning qiymatini toping.

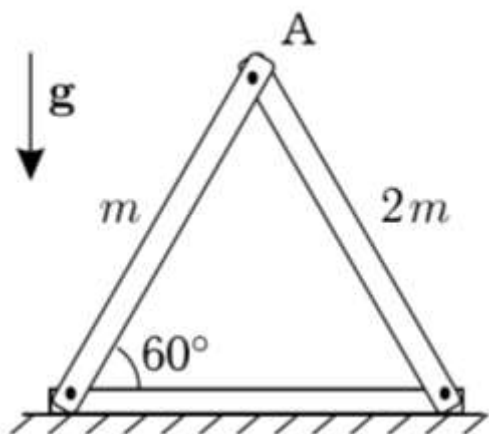


3.36-masalaga

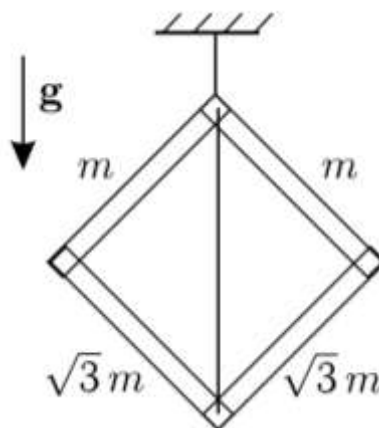


3.37-masalaga

3.38. Uchta lineyka sharnirli bog'lanib muntazam uchburchak yasalgan va gorizontol stol ustiga qo'yilib, vertikal devorga suyalgan. Agar qiya lineykalarning massalari m va $2m$ ga teng bo'lsa, A sharnirda ularning o'zaro ta'sir kuchini toping (rasmga qarang).



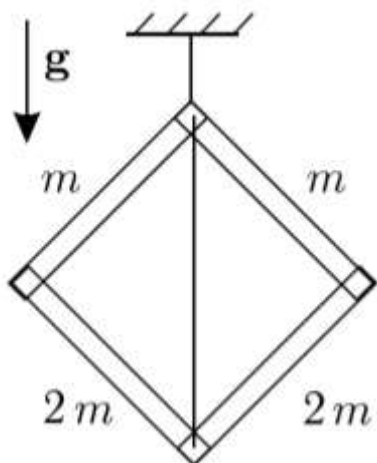
3.37-masalaga



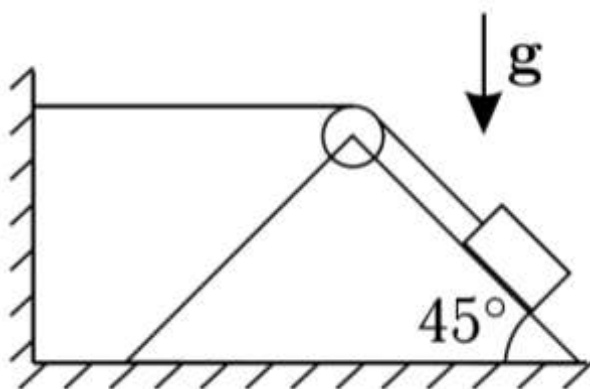
3.38-masalaga

3.40. To'rtta sharnirli bog'langan qattiq sterjendan iborat kvadrat shaklidagi konstruktsiya uchlaridan biri bilan osilgan (rasmga qarang). Kvadratning qarama-qarshi uchlarini tutashtiruvchi ipning taranglik kuchini toping. Sterjenlarning massalari rasmda ko'rsatilgan.

3.41. Bir ichi devorga bog'langan va blok ustiga tashlangan ipning ikkinchi uchi prizmaning silliq sirtidagi yukka bog'langan (rasmga qarang). Ip, blok va prizma massalarini, shuningdek, blok o'qidagi ishqalanishni xisobga olmasdan, prizma va gorizontaal sirt orasidagi ishqalanish ko'effitsientining qanday qiymatida prizma sirpanmasligini aniqlang. Yuk joylashgan sirt asos bilan 45° burchak hosil qiladi, ipning devor va blok orasidagi kesimi gorizontaal.

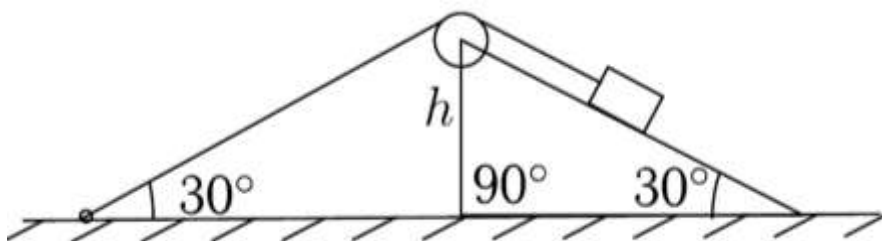


3.40-masalaga



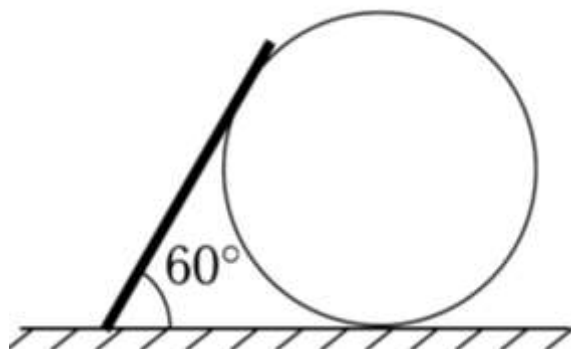
3.41-masalaga

3.42. Bir uchi gorizontaal stolga biriktirilgan va blokning ustiga tashlangan ipning ikkinchi uchi ponaning silliq sirtidagi yukka biriktirilgan (rasmga qarang). Yuk joylashgan sirt, shuningdek, stol va blok orasidagi ipning kesimi stol tekisligi bilan 30° burchak hosil qiladi. Ponaning vertikal qirrasi balandligi h . Ip, blok va prizma massalarini, shuningdek, blok o'qidagi ishqalanishni e'tiborsiz qoldirib, stol va pona orasidagi ishqalanish ko'effitsientining qanday qiymatida u sirpanmasligini toping. Ipning qanday minimal uzunligida pona ag'darilmaydi?



3.42-masalaga

3.43. Silindr gorizontaal nosilliql stol ustida joylashgan. Ufqqa 60° burchak ostida qiyalagan taxta silindrga suyalgan (rasmga qarang), uning massasi silindrning massasiga, uzunligi esa diametriga teng. Uchala urinish nuqtalarida ishqalanish koeffitsienti bir xil deb hisoblab, uning sistema muvozanati ta'minlanadigan eng kichik qiymatini toping.

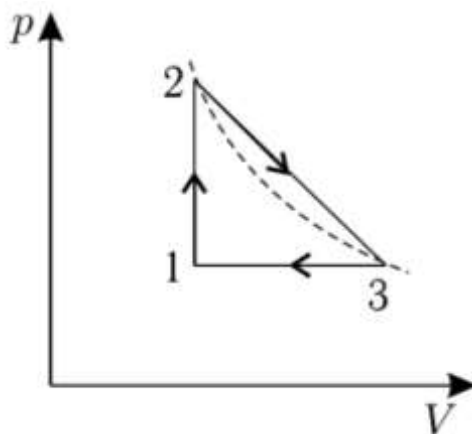


3.44. Vazinsiz blok ustiga tashlangan og'ir zanjir, osilgan uchlari uzunligi zanjirning umumiy uzunligidan $0,2$ qismiga farq qilganda uni aylantira boshlaydi. Xuddi shu zanjir simmetrik tarzda blok ustiga tashlanadi. Blokning yana aylanishi uchun zanjirning qanday qismini bir uchidan kesish kerak? Zanjirning blok ustida sirpanmasmaydi va blok o'qidagi ishqalanish kuchi zanjirning og'irligiga proporsional.

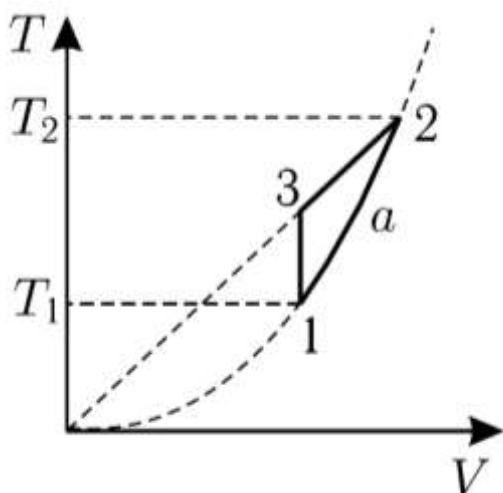
3.45. Ma'lumki, bir jinsli tortishish sferasi ichidagi tortishish maydoni nolga teng. Ingichka bir jinsli halqaning tortishish maydoni halqaning "ichida" joylashgan nuqtada, ya'ni halqa tekisligida markazdan halqa radiusidan kichikroq masofada qanday yo'nalgan?

4. GAZ QONUNLARI VA TERMODINAMIKA

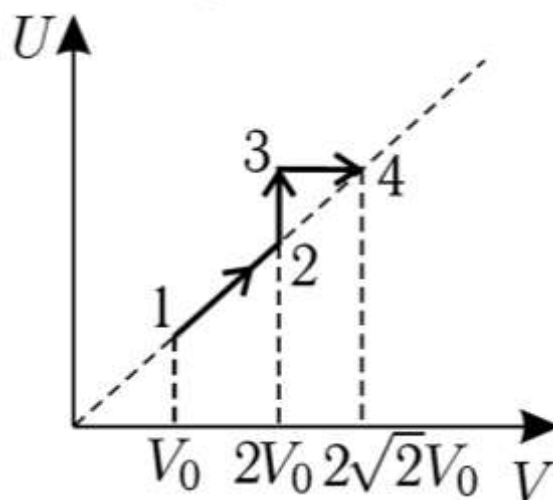
- 4.1. Issiqlik sig'implari C_1 va C_2 bo'lgan ikkita jismning harorati 20°C . Agar birinchi jism 100°C gacha qizdirilsa va keyin ikkinchisiga tekkazilsa, u holda 80°C harorat qaror topadi. Agar birinchi jism emas ikkinchi jism 100°C gacha qizdirilsa va keyin birinchisi bilan tekkazilsa qanday harorat qaror topadi?
- 4.2. Massalari bir xil va solishtirma issiqlik sig'implari bir xil bo'lgan uchta jism har xil haroratlarda isitiladi. Agar birinchi jism ikkinchi jism bilan issiqlik muvozanatiga keltirilsa, u holda T_1 harorat qaror topadi. Agar birinchi jism ikkinchi bilan emas, uchinchi jism bilan issiqlik muvozanatiga keltirilsa, u holda harorat T_2 qaror topadi. Agar ikkinchi va uchinchi jismlar dastlabki haroratlari bilan issiqlik muvozanatiga keltirilsa, u holda harorat T_3 harorat qaror topadi. Agar boshlang'ich haroratlarida bo'lgan uchta jismni issiqlik muvozanatiga keltirilsa, qanday harorat qaror topadi?
- 4.3. 50°C gacha qizdirilgan mis shar muzga botirilgandan keyin 10 sekundda 25°C gacha soviydi. Masasi va dastlabki harorati bir xil bo'lgan mis silindr necha soniyada 25°C gacha soviydi? Silindrning balandligi uning radiusiga teng.
- 4.4. Tok oqayotgan uzun silindrik o'tkazgich suyuqlik oqimi bilan sovutiladi. O'tkazgichning radiusi uning uzunligini va uning uchlariga qo'yilgan kuchlanishni o'zgartirmasdan ikki marta oshirilsa, o'tkazgich-suyuqlik chegarasida temperaturalar farqi necha marta o'zgaradi? Issiqlik uzatish harorat farqiga proporsional va o'tkazgich materialining solishtirma qarshiligi qarshiligi haroratga bog'liq deb hisoblang.
- 4.5. Ideal gazning bir moli 1-2 izoxora, 2-3 bo'limda bosimning hajmga chiziqli bog'liqligi va 3-1 izobardan iborat siklni bajaradi (rasmga qarang). 2 va 3 nuqtalar bir izotermada yotadi, maksimal va minimal hajmlar nisbati 2 ga teng, maksimal harorat izotermadagi haroratsdan ΔT ga yuqori. Gazning bir sikldagi ishini toping.



4.6. Bir atomli ideal gaz bir holatda 1-holatdan 2-holatga birinchi holda $T = \alpha V^2$ parabolaning kesimi bo'lgan 1 – a – 2 egri chizig'i bo'ylab, ikkinchisida esa ikkita to'g'ri chiziq bo'ylab o'tadi: 1–3 va 3 –2 (rasmga qarang). Agar 1 – a – 2 o'tishda bu gazga 2200 J issiqlik berilgan bo'lsa, 1–3–2 o'tishda gaz qancha issiqlik miqdorini olgan? $T_1 = 250$ K, $T_2 = 360$ K.

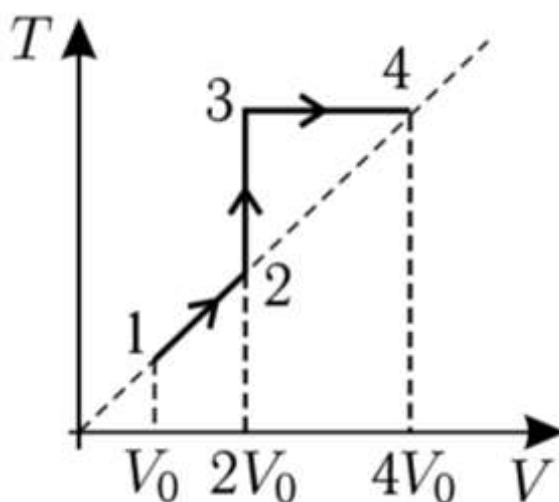


4.6-masalaga



4.7-masalaga

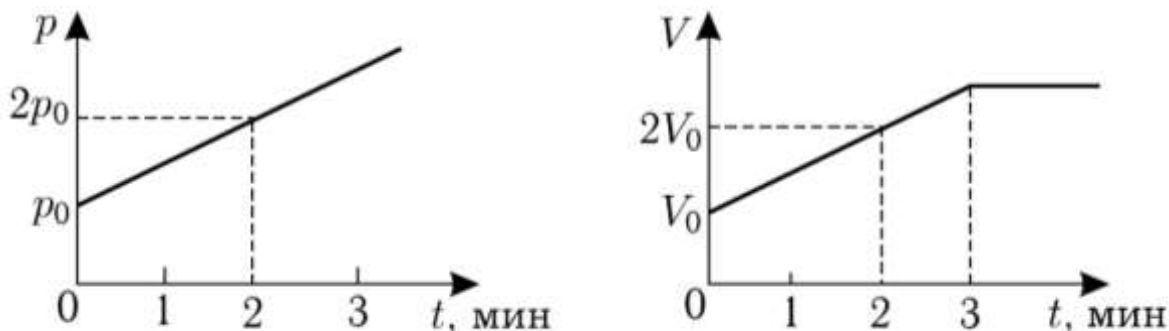
4.8. Garfikda ideal gaz holatining o'zgarish jarayoni keltirilgan: 1-2, 2-3 va 3-4 (rasmga qarang). Qaysi qismda gaz tomonidan maksimal issiqlik miqdori olingan?



4.8-masalaga

4.9. Bir mol bir atomli ideal gaz shunday qizdiriladiki, uning jarayon davomida issiqlik sig'imi doimiy bo'lib qoladi va $2R$ ga teng (R - molyar gaz doimiysi). Agar gazning absolyut harorati ikki marta oshsa, uning hajmi necha marta ortadi?

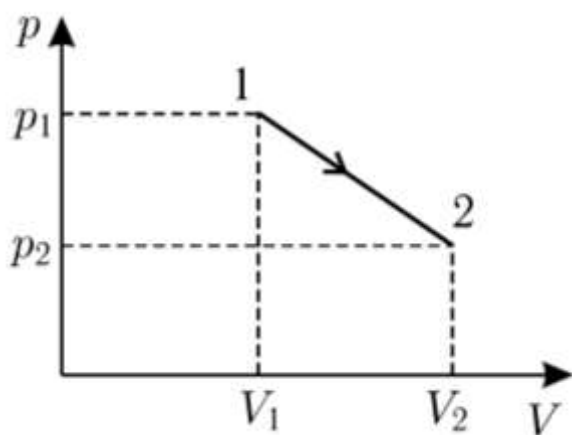
4.10. Bir mol bir atomli ideal gazning bosimi p va hajmi V vaqtga bog'liq grafiklarda ko'rsatilganidek o'zgaradi (rasmga qarang). Gazning issiqlik sig'iminin vaqtga bog'liqlik grafigini tuzing.



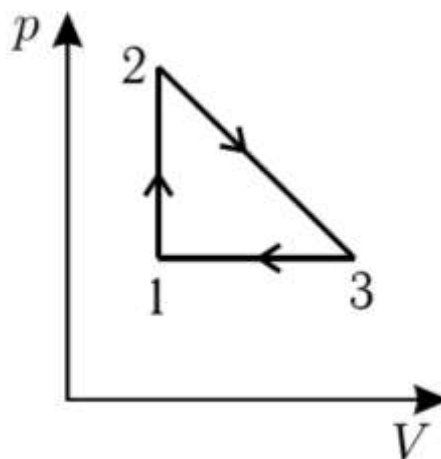
4.11. Bir mol bir atomli ideal gazning 1-holatdan 2-holatga o'tishda bosimi va hajmi rasmda ko'rsatilganidek o'zgaradi, $p_2 = 2p_1$ va $V_2 = 2V_1$. Gazning issiqlik sig'imi C ni hajmi V ga bog'liqligini toping va tegishli grafikni tuzing.

4.12. Bir atomli ideal gazning V_1 hajmdan $V_2 = 2V_1$ hajmgacha kengayish jarayoni p , V kordinatada to'g'ri chiziq kesmasi bilan tasvirlangan (4.11-rasmga qarang). Bosim nisbati p_1/p_2 ning qanday eng kichik qiymatida jarayon davomida gaz doim tashqi jismlardan issiqlik oladi?

4.13. Ideal gazning bir moli 1-2 izoxora, 2-3 qismda bosimning hajmga chiziqli bog'liqligi va 3-1 izobardan iborat siklni yakunlaydi (rasmga qarang). Maksimal va minimal hajmlarning nisbati 3 ga, maksimal va minimal bosimlar nisbati 2 ga, maksimal va minimal haroratlar orasidagi farq esa ΔT ga teng. Gazning bir sikldagi bajargan ishini toping.



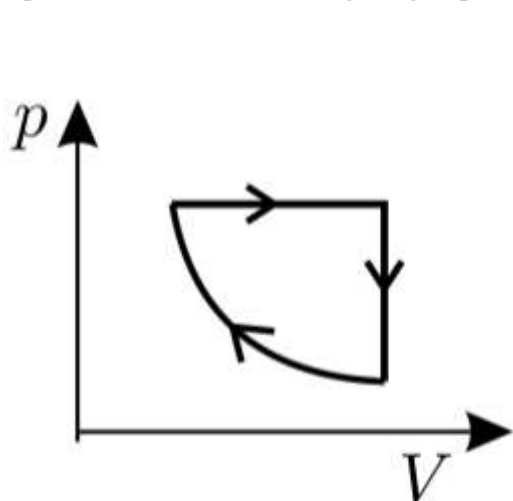
4.11-masalaga



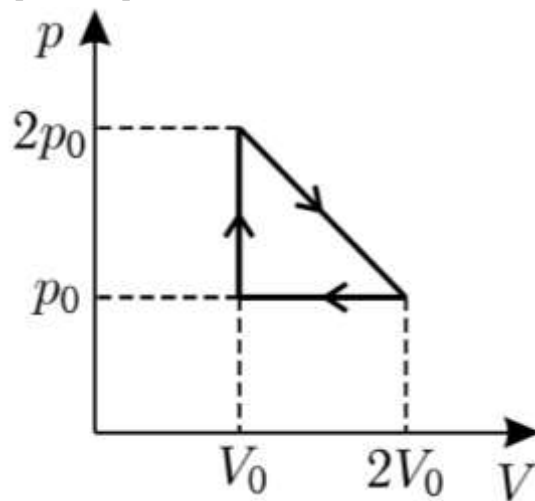
4.13-masalaga

4.14. Bir atomli ideal gaz izobara, izoxora va izotermadan iborat siklni bajaradi (rasmga qarang). Izobarik jarayondagi gazga berilgan issiqlik miqdori 15J, gazning bir sikldagi ishi esa 5J. Izotermik jarayondagi gaz bajargan ishini toping.

4.15. Bir atomli ideal gaz rasmda ko'rsatilgan bir siklda isitgichdan qanday issiqlik miqdorini oladi va sovutgichga qanday issiqlik miqdori beradi?

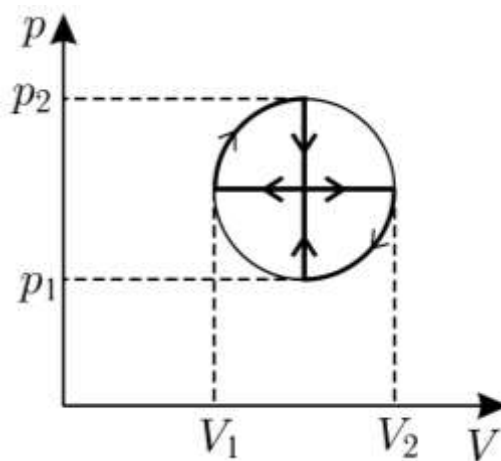


4.14-masalaga



4.15-masalaga

4.16. Issiqlik dvigatelida ishchi modda sifatida bir atomli ideal gaz ishlatiladi. Mashinaning p, V kordinatadagi sikli aylananing ikkinchi va to'rtinchi choraklarini o'z ichiga oladi (rasmga qarang). $p_1, p_2 = 2p_1, V_1$ va $V_2 = 2V_1$ chegaraviy qiymatlar berilgan. Mashinaning bir sikldagi ishini va FIK ni aniqlang.



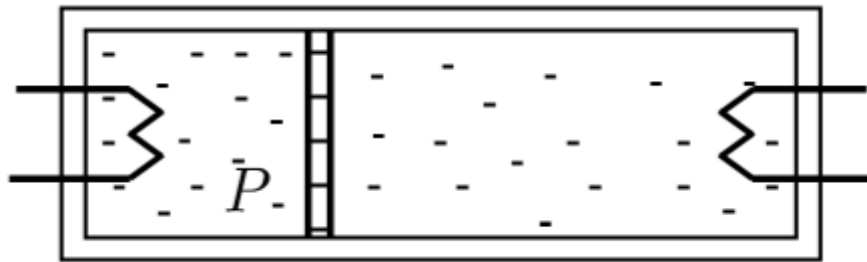
4.16-masalaga

4.17. Ideal gaz harorati o'zgarishining ruxsat etilgan diapazoni 300 K dan 400 K gacha, hajmi esa $0,02 \text{ m}^3$ dan $0,06 \text{ m}^3$ gacha bo'lsa, 1 mol ideal gazning bir siklda bajarishi mumkin bo'lgan maksimal ishini toping. Yechimni grafik jihatdan baholash uchun "millimetrli qog'ozdan" foydalanishingiz mumkin.

4.18. Uchlari yopilgan S kesimli gorizontal truba bir atomli gaz mavjud va issiqlik o'tkazmaydigan, trubada erkin siljiy oladigan porshen bilan 2 qismga bo'lingan. Gazning boshlang'ich bosimi p . Agar gazning chap uchi orqali Q issiqlik miqdori

berilsa va o'ng tomondan bir xil miqdorda Q issiqlik chiqarilsa, porshen qancha siljiydi qiladi? Trubaning yon devorlari issiqlik o'tkazmaydi.

- 4.19. Gorizontall joylashgan V hajmli issiqlik izolyatsiyalangan silindrik idish geliy bilan to'ldirilgan va ishqalanishsiz harakatlana oladigan issiqlik o'tkazmaydigan porshen bilan 1: 2 nisbatda ikki qismga bo'linadi (rasmga qarang). Idishning ikkala qismida gaz harorati bir xil. Ikkita isitgich yordamida bir vaqtning o'zida chap va o'ng tomondan gazga issiqlik beriladi. Agar qizdirilganda porshen siljimas va chap tomondagi isitkich quvvati P ga teng bo'lsa, o'ng tomondagi isitgichning quvvati qanday? Agar chap isitkich gazga Q issiqlik miqdorini bergan bo'lsa, idishdagi bosim qanchaga o'zgaradi?



- 4.20. Gorizontall silindrik idish geliy bilan to'ldirilgan va qattiq massiv porshen bilan ikkita teng qismga bo'linadi. Idishning qismlarida mos ravishda bir mol va ikki moldan bir xil haroratda gaz bor. Porshen bo'shatilgandan so'ng, silindr devorlari bo'ylab ishqalanishsiz siljiy boshlaydi. Porshen maksimal tezlikka yetgan momentdagi idish qismlari hajmlarining nisbatini toping. Idishning ikkala qismida ham gaz parametrlarining o'zgarishi adiabatik qonunga muvofiq sodir bo'ladi: $pV^{\frac{5}{3}} = const$.

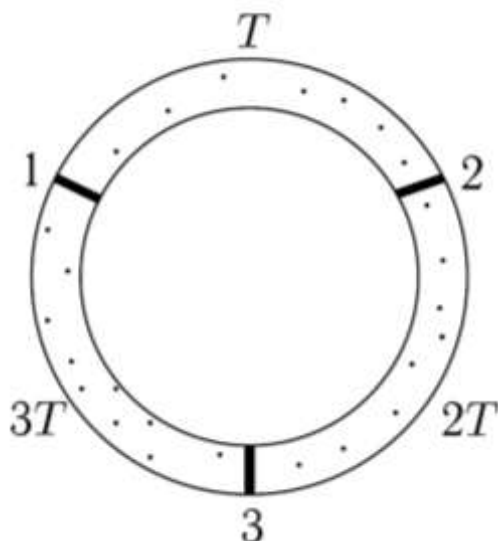
- 4.21. Silindrik idishda atrof-muhitdan vaznsiz porshen bilan ajratilgan ideal gaz bor. Porshen va idish devorlari orasida ishqalanish mavjud. Boshlang'ich holatda gazning hajmi V_0 , harorati T_0 va bosimi atrof-muhit bosimiga teng. Gaz qizdirilganda, gaz harorati $1,2T_0$ gacha ko'tarilganda porshen harakatlana boshlaydi. Harorat $2T_0$ ga yetgandan so'ng, isitish to'xtatiladi va gaz dastlabki harorat T_0 ga qadar soviydi. Bu jarayonni T, V kordinatada chizing.

- 4.22. Silindrik idish gorizontall holatda joylashgan bo'lib, devorlar bo'ylab ishqalanishsiz siljishi mumkin bo'lgan porshen bilan ikki qismga bo'linadi. Idishning qismlari turli xil haroratlarda va teng miqdordagi bir atomli gaz bilan to'ldirilgan. Idishning devorlari issiqlik izolyatsiyasi bilan qoplangan, porshen issiqlikni sekin o'tkazadi. Issiqlik muvozanatining o'rnatilishi natijasida gazning kichikroq qismining hajmi bir yarim barobar oshdi. Porshen orqali o'tgan issiqlik miqdorining butun idishdagi gazning ichki energiyasiga nisbati qanday? Porshen va idish devorlarining issiqlik sig'imini hisobga olmang.

4.23. Issiqlik izolyatsiyalangan silindrik idish bir atomli ideal gaz bilan to'ldirilgan va issiqlikni sekin o'tkazadigan va idish bo'ylab erkin harakatlana oladigan engil porshen bilan ikki qismga bo'linadi. Dastlabki holatda gazning bir qismidagi hajmi va harorati boshqa qismidagiga qaraganda ikki marta katta. Biroz vaqt o'tgach, issiqlik almashinuvi tufayli past haroratdagi gazning harorati ΔT ga oshdi. Yuqori haroratdagi gazning harorati qanchaga kamaydi? Porshen qo'zg'almas holda issiqlik almashinish sodir bo'lganda, qanchday (porshen ekin holdagidan ko'p yoki kamroq) vaqt davomida past haroratdagi gazning harorati ΔT qiymatiga ko'tarilgan bo'lar edi?

4.24. Issiqlik izolyatsiyalangan silindrik idish issiqlikni sekin o'tkazadigan va idish bo'ylab erkin harakatlana oladigan engil porshen bilan ikki qismga bo'linadi. Idishning bir qismida 500 K haroratda 10 g geliy, ikkinchisida esa 400 K haroratda 3 g vodorod mavjud. Idishdagi muvozanat harorati qanday? Bosim necha marta o'zgaradi? Haroratni tenglashish jarayoni boshida har bir gazning issiqlik sig'imi qancha? Porshen va idish devorlarining issiqlik sig'imi hisobga olinmang.

4.25. Issiqlik o'tkazmaydigan devorlari bo'lgan gorizontall joylashgan toroidal idishda 11 mol bir atomli ideal gaz mavjud bo'lib, ular porshenlar bilan uch qismga bo'lingan. Porshenlar idish devorlari bo'ylab ishqalanishsiz siljiy oladi. Boshlang'ich holatda ixtiyoriy ikkita porshen orasidagi hajmlar bir xil va toroid bo'linmalaridagi gaz harorati T , $2T$ va $3T$ ga teng (rasmga qarang). 1-porshen issiqlik o'tkazmaydi deb hisoblab, idishda termodinamik muvozanat o'rnatilganda 2 va 3 porshenlardan qancha issiqlik miqdori o'tishini toping.



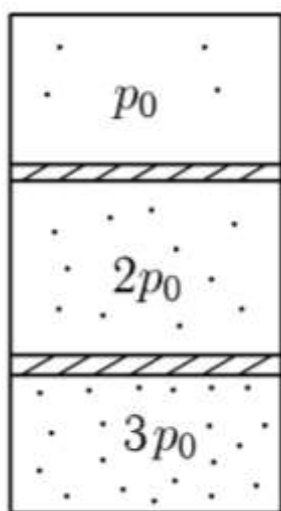
4.26. Vertikal joylashtirilgan H balandlikdagi silindrik idish devorlar bo'ylab ishqalanishsiz siljiy oladigan yupqa massiv porshen bilan ikkita teng qismga bo'linadi. Idishning qismlarida teng miqdordagi, temperaturalari ikki marta farq qiladigan bir atomli ideal gaz bor. Idishning devorlari issiqlik izolyatsiyasi bilan qoplangan, porshen

issiqlikni o'tkazadi. Idish qismlaridagi haroratlar tenglashdan keyin porshen qanchaga siljiydi? Porshen va idish devorlarining issiqlik sig'imini hisobga olmang.

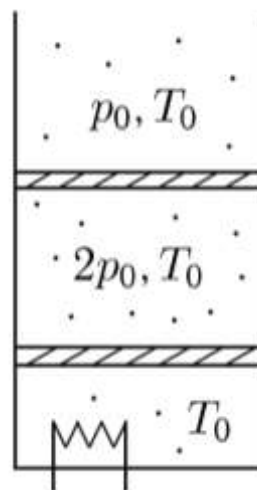
4.27. Vertikal joylashgan V hajmli silindrik idish ideal gaz bilan to'ldiriladi va m massali porshen bilan ikki qismga bo'linadi, u devorlar bo'ylab ishqalanishsiz sirg'ala oladi. Pastki bo'limdan yuqori qismga gazning oqishi tufayli porshen ustidagi bosim p_0 dan $2p_0$ gacha oshdi. Gazning harorati o'zgarmagan deb hisoblab, porshen qancha pastlaganini va gazdan qancha issiqlik miqdori ajralganini toping.

4.28. Vertikal joylashgan V hajmli silindrik idish ideal gaz bilan to'ldiriladi va dastlab devorlar bo'ylab ishqalanishsiz sirpana oladigan ikkita porshen bilan uchta teng qismga bo'linadi. Bo'limlardagi bosim p_0 , $2p_0$ va $3p_0$ ga teng (rasmga qarang), harorat esa bir xil. Pastki porshen orqali gazning oqishi (yuqoridagisi gaz o'tkazmaydi) tufayli porshenlar joyidan siljiydi. Gaz harorati o'zgarmagan deb hisoblab, natijada yuqori porshen ustidagi gaz hajmi necha marta o'zgarganini va gazdan qancha issiqlik chiqarilganini toping.

4.29. Issiqlik izolyatsiyalangan devorlari vertikal ravishda joylashgan silindrik idishda ikkita "bo'limda" bir mol bir atomli ideal gaz mavjud (rasmga qarang). Gazlar bir-biridan ajratilgan va atmosferadan ikkita bir xil S yuzali issiqlik o'tkazuvchi porshenlar bilan ajratilgan, ular ishqalanishsiz siljiy oladi. Dastlabki holatda tizim T_0 haroratda termodinamik muvozanatda bo'ladi, yuqori qismdagi gaz bosimi atmosfera bosimi p_0 dan ikki karta katta. Pastki bo'linmadagi gazga elektr isitgich orqali Q_1 issiqlik miqdori berildi. Isitgichning ishlashi paytida issiqlik pastki porshendan o'tishga ulgurmaydi deb hisoblab, keyingi issiqlik almashinuvi vaqtida porshenlar orasidagi maksimal masofani toping. Yuqori bo'linmadagi gaz harorati maksimaliga yetganda, atmosferaga Q_2 issiqlik miqdori (yuqori porshen orqali) ketganligi ma'lum.



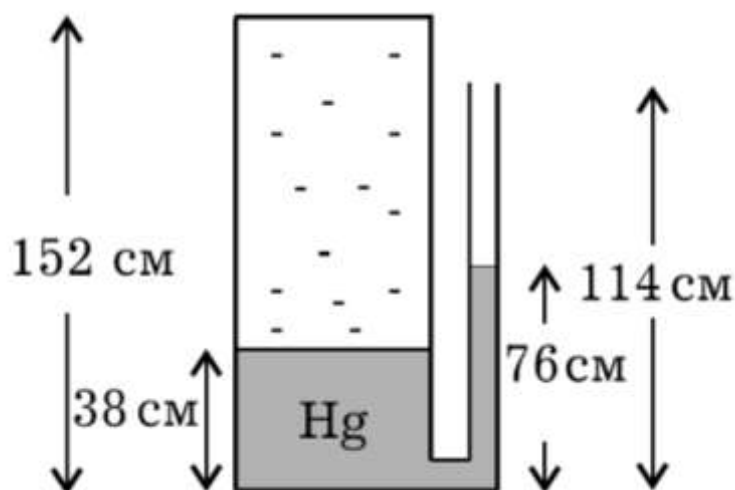
4.28-masalaga



4.29-masalaga

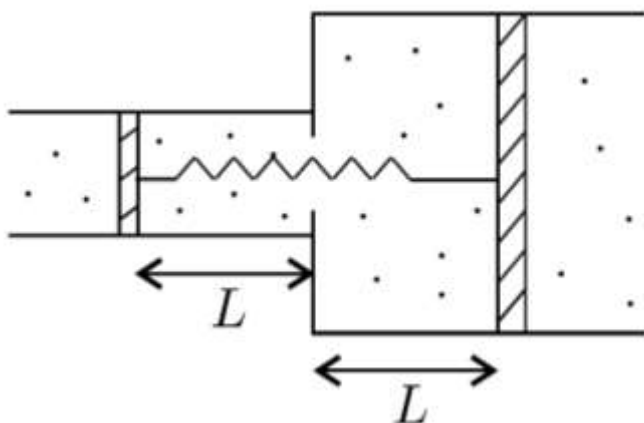
4.30. Gorizontaal joylashgan silindrik idish yupqa harakatlanuvchi porshen bilan ikki qismga bo'linadi. Porshenda idishning qismlarida gaz bosimining ma'lum bir farqida ochiladigan va kichikroq farqda yopiladigan klapan mavjud. Dastlab, porshen silindrni ikkita teng ikki qismga ajratadi, ular p_0 bosimida bir xil miqdordagi gazni o'z ichiga oladi. Porshen gaz haroratini doimiy ravishda ushlab turgan holda idish bo'ylab sekin harakatlana boshladi. Porshen silindr uzunligining $1/8$ qismiga surilganda, klapan ochildi. Porshenning siljishi silindr uzunligining $1/4$ qismiga teng bo'lgan vaqtdagi idish qismlaridagi bosimlarni toping.

4.31. Radiusi 20 sm va balandligi 152 sm bo'lgan vertikal holatda joylashgan silindrik idish simob (38 sm balandlikkacha) va bir atomli gaz bilan to'ldirilgan (rasmga qarang). Idish bilan tutashtirilgan 114 sm balandlikdagi ingichka naycha qisman simob bilan to'ldirilgan (76 sm balandlikkacha) va atmosferaga ochiq. Atmosfera bosimi 76 sm Hg (taxminan 10^5 Pa). Simobni idishdan siqib chiqarish uchun gazga qancha issiqlik berish kerak? Simob va idish devorlarining isishi tufayli issiqlik yo'qotishlarini hisoblamang. ($J: \frac{21}{8} p_0 S H$)

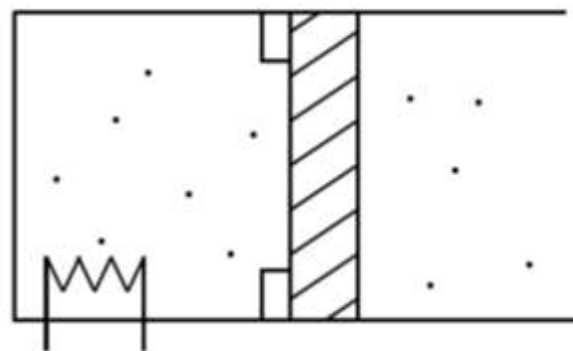


4.32. ko'ndalang kesimlari S va $2S$ bo'lgan ikkita gorizontaal quvur bir-biriga germetik tarzda bog'langan va boshqa uchlari atmosferaga ochiq (rasmga qarang). Birligi k bo'lgan prujina bilan bog'langan porshenlar quvurlarda ishqalanishsiz sirpanishi mumkin va dastlab quvurlar tutashgan joyidan L masofada joylashgan bo'lib, porshenlar orasida 1 mol bir atomli ideal gaz mavjud. Tutashish joyida kichikroq porshenning katta quvurga o'tishiga to'sqinlik qiluvchi to'xtatuvchi mavjud. Gazga ma'lum miqdorda issiqlik berish natijasida porshenlar joyidan siljiydi va prujina uzunligi $5L/2$ gacha oshadi. Porshenlar orasidagi gaz bosimi qanday bo'ladi? Gaz harorati qancha o'zgaradi? Gazga qancha issiqlik berildi? Atmosfera bosimi p_0 ga teng. Porshenlar, prujina va quvurlarning issiqlik sig'imini hisobga olmang.

4.33. Silindrik idishda bir atomli gaz joylashgan va silindrda ishqalanishsiz siljishi mumkin bo'lgan porshen bilan atrof-muhitdan ajratilgan (rasmga qarang). Dastlabki gaz bosimi tashqi bosimdan 3 marta kam. Gazga dastlabki holatdagi gazning ichki energiyasidan 6 barobar ko'p bo'lgan issiqlik miqdori beriladi. Gaz hajmi necha marta ortadi? Porshen va idish devorlari issiqlik o'tkazmaydi.

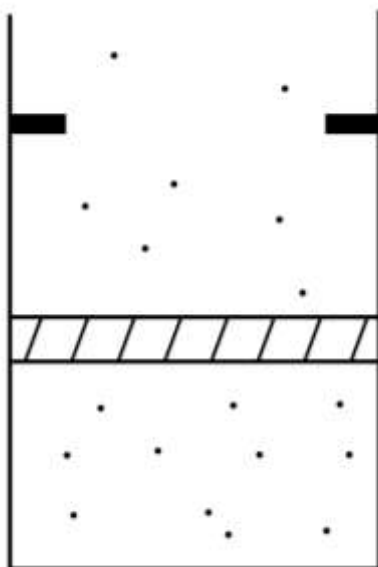


4.32-masalaga



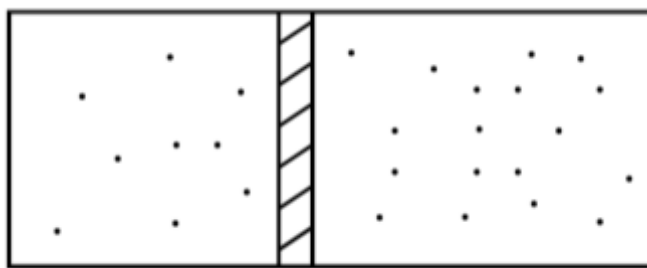
4.33-masalaga

4.34. Vertikal joylashgan silindrik idishda atmosferadan og'ir porshen bilan ajratilgan ideal bir atomli gaz mavjud. Porshen idishning devorlari bo'ylab ishqalanishsiz siljiy oladi. Idishning devorlaridagi to'xtash joylari gaz hajmini ikki martadan ko'p bo'lmagan miqdorda oshirishga imkon beradi (rasmga qarang). Porshen ostidagi dastlabki bosim atmosfera bosimidan ikki marta yuqori. Gazga asta-sekin (kvazistatik) gazning U_1 dastlabki ichki energiyasidan uch barobar ko'p issiqlik miqdori bilan tberiladi va keyin idish gorizontal ravishda joylashtiriladi. Bu holatda gazni dastlabki hajmiga qaytarish uchun gazdan qancha issiqlik ajralishi kerak? Porshen va devorlarning issiqlik sig'imini hisobga olmang.

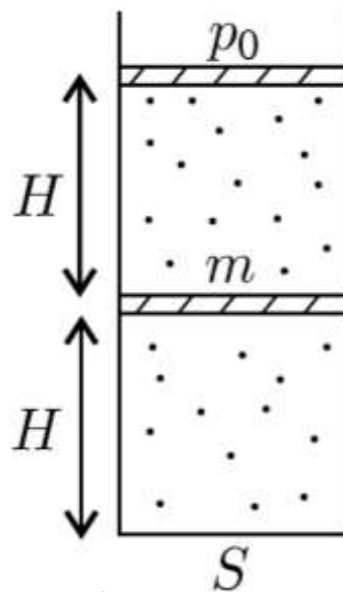


4.35. Bir atomli gaz gorizontaal joylashgan silindrik idishda joylashgan va porshen bilan atrof-muhitdan ajratilgan (rasmga qarang). Silindr va porshen orasida ishqalanish mavjud, dastlabki gaz bosimi tashqi bosimga teng. Gazga (tsilindrning uchi orqali) dastlabki ichki energiyasining yarmini tashkil etadigan Q issiqlik miqdori berilganda, porshen biroz harakat qildi. Agar unga yana shuncha Q issiqlik miqdori berilsa, gazning hajmi necha marta ortadi? Porshenni dastlabki vaziyatiga qaytishi uchun gazdan qancha issiqlik ajralishi kerak? Biz porshen va devorlarning issiqlik sig'imi va issiqlik o'tkazuvchanligini e'tiborsiz qoldiramiz, ishqalanish kuchi porshenning vaziyatiga bog'liq emas.

4.36. Vertikal joylashgan, ko'ndalang kesimi S bo'lgan issiqlik izolyatsiyalangan slindrik idishda atmosferadan issiqlikni o'tkazmaydigan vaznsiz porshen bilan ajratilgan ideal bir atomli gaz bor. Massasi m bo'lgan yana bir porshen gazni ikkita teng hajmga ajratad $S \cdot H$ (rasmga qarang). Ikkala porshen ham devorlar bo'ylab ishqalanishsiz siljishi mumkin. Idishning devorlari va massiv porshen orasidagi bo'shliq tufayli gaz asta-sekin chiqib ketadi. Tizimda muvozanat qaror topganda vaznsiz yuqori porshen qancha siljiydi? Atmosfera bosimi p_0 ga teng. Idish va porshenlarning issiqlik sig'imiga e'tibor bermang.



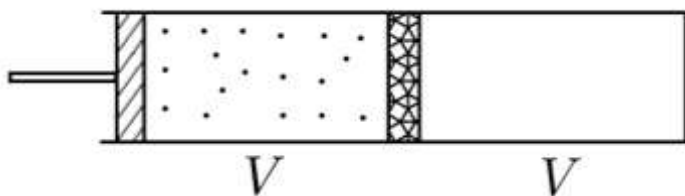
4.35-masalaga



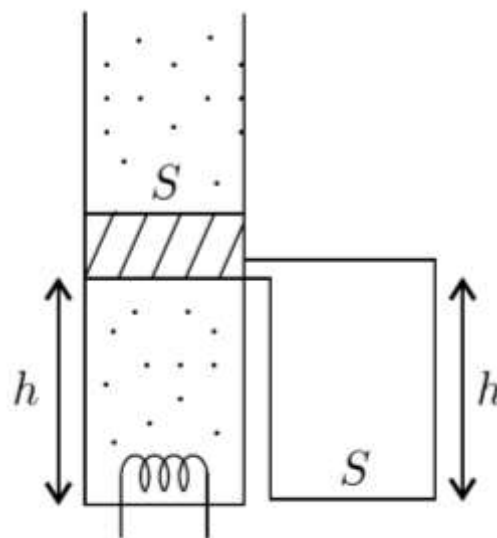
4.36-masalaga

4.37. Bir tomoni porshen bilan yopilgan issiqlik izolyatsiyalangan silindrik idish issiqlikka chidamli g'ovakli bo'linma bilan V hajmli ikkita teng qismga bo'linadi. Porshen va to'siq orasidagi bo'shliq T haroratda ideal bir atomli gaz bilan to'ldirilgan va idishning ikkinchi yarmi vakkum (rasmga qarang). To'siqdan gaz oqib chiqayotganda, porshen ostidagi gaz bosimi doimiy bo'lishini ta'minlash uchun porshen siljiriladi keltiriladi. Porshenning har ikki tomonidagi bosimlar tenglashganda, porshen va to'siq orasidagi gaz hajmi qanday bo'ladi? Porshen va to'siq orasidagi va idishning ikkinchi qismidagi gazning haroratlari qanday bo'ladi? Idishning va to'siqning issiqlik sig'imini hisobga olmang.

4.38. Vertikal joylashgan ko'ndalang kesimi S bo'lgan silindrik idishda bir atomli ideal gaz m massali porshen ostida joylashgan (porshen yuqorisi atmosfera). Porshen devorlar bo'ylab ishqalanishsiz sirpanishi mumkin va boshlang'ich holatda h balandlikda bo'lib, idishni $h \cdot S$ hajmni band qilgan va rezervuar bilan bog'laydigan kichik trubkani berkitadi (rasmga qarang). Porshen $2h$ balandlikgacha ko'tarilishi uchun gazga qo'yilgan elektr isitgich qancha issiqlik chiqarishi kerak? Atrof-muhitga issiqlik yo'qotilishiga, shuningdek, devorlar va porshenning issiqlik sig'irlarini hisobga olmang. Issiqlik shunchalik sekin beriladiki, porshen trubkadan yuqoriga ko'tarilgandan so'ng, gaz harorati gaz hajmining barcha nuqtalarida bir xil bo'ladi. Atmosfera bosimi p_0 ga teng.



4.37-masalaga



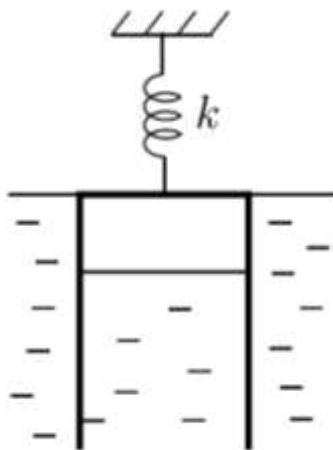
4.38-masalaga

4.39. Silindrik idishda atmosferadan engil porshen bilan ajratilgan ν mol bir atomli ideal gaz mavjud. Atmosfera havosining bosimi va harorati mos ravishda p_0 va T_0 ga teng, gaz harorati $2T_0$. Gaz va atmosfera Karno issiqlik dvigatelining isitgichi va sovutgichi sifatida ishlatiladi. Issiqlik mashinasi qanday maksimal ish bajarishi mumkin? Mashina maksimal ishini bajarganda gazning ichki energiyasi o'zgarishini va atmosfera havosining gaz ustida bajargan ishini toping. Mashinaning ishshini hisoblashda egri chiziqli trapetsiyaning yuzini taxminan topish mumkin (kletkali qog'ozdan foydalanish yoki giperbolani to'g'ri chiziq kesmasi bilan almashtirish). Gaz va atmosfera orasida to'g'ridan-to'g'ri issiqlik almashinuvi yo'q; porshen va devor orasidagi ishqalanish e'tiborga olinmaydi.

4.40. Agar to'yingan suv bug'ining bosimi atmosfera bosimining yarmiga teng bo'lsa, uning zichligini baholang.

4.41. Harorati $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ va bosimi 10^5 Pa bo'lgan xonada porshenli silindrik idish gorizontol holatda joylashgan bo'lib, uning massasi 10 kg va yuzi 10^{-2} m^2 . Porshen atrof-muhit havosidan suv bug'i bilan to'ldirilgan $5 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$ hajmni ajratib turadi. Idishning devorlari issiqlikni o'tkazadi va porshen ishqalanishsiz siljishi mumkin. Bug'ning massasi qancha? Silindrni porshen yuqoriga qaratib vertikal joylashtirilsa, porshen ostidagi bug'ning hajmi qancha bo'ladi? Idish vertikal qo'yilgandan keyin bug'ning hajmi avvalgidek qolishi uchun silindrdagi bug'ning harorati qancha ko'tarilishi kerak?

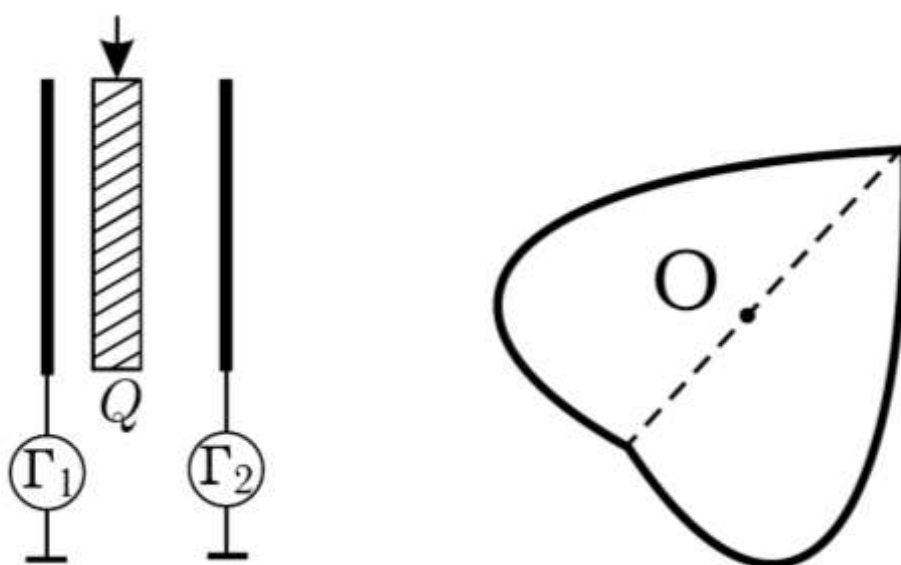
4.42. Bir uchida qopqoq bilan payvandlangan uzun yupqa devorli truba yopiq uchi bilan suv idishida tik holatda suzadi. Qopqoqga prujina biriktirilgan, uning ikkinchi uchi qo'zg'almas o'rnatiladi (rasmga qarang). Dastlabki holatda suv harorati $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, prujina deformatsiyalanmaydi va trubaning yuqori uchi suv sirti sathida. Atmosfera bosimi $p_0 = 10^5\text{ Pa}$, prujinaning elastiklik koeffitsienti $k = 10^4\text{ N / m}$, trubaning kesimi $S = 0,001\text{ m}^2$. Idishdagi suvni $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ gacha qizdirish natijasida quvurdagi havo hajmi 2,5 barobar oshdi. Quvurning massasini toping. Suvning zichligi $\rho = 10^3\text{ kg/m}^3$, $g = 10\text{ m/s}^2$. $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ da to'yingan bug'i bosimini hisobga olmang.



4.43. Gazli suv silindrik stakanga quyiladi, unda gaz pufakchalari hajmi bo'yicha teng ravishda chiqariladi. Birlik hajmdagi suvda har soniyada μ bir xil pufakchalar hosil bo'ladi va ularning barchasi doimiy V tezlik bilan yuqoriga ko'tariladi deb hisoblab, pufak konsentratsiyasi $N(x)$ ning stakan tubidan yuqoriga yo'nalgan x koordinataga bog'liqligini toping. stakandan.

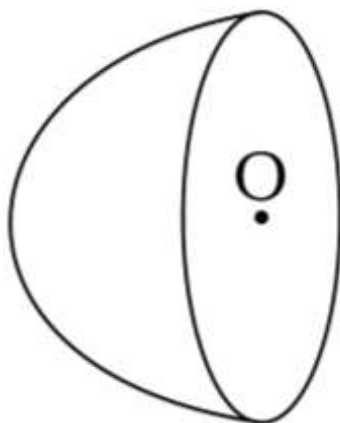
5. ELEKTR VA MAGNETIZM

- 5.1. Ikki konsentrik metall sferalarning radiuslari 4 marta farq qiladi. Radiusi kichikroq sharning zaryadi q ($q > 0$) ga teng. Tashqi sferaga qanday musbat zaryad berilsa, uning potentsiali sferalar orasidagi potentsiallar farqiga teng bo'ladi?
- 5.2. Ikki konsentrik metall sferalarning radiuslari 3 marta farq qiladi. Radiusi kichikroq sferaning zaryadi q ($q > 0$), potentsiali esa nolga teng. Radiusi kattaroq sferaning tashqi va ichki sirtlaridagi zaryadlarni toping.
- 5.3. Kondensator qoplamalari Γ_1 va Γ_2 galvanometrlar orqali erga ulanadi (rasmga qarang). Qoplamalar orasiga zaryadlangan metall plastinka qo'yilsa, galvanometrlardan qanday zaryadlar o'tadi? Plastinaning zaryadi $Q > 0$, qalinligi qoplamalar orasidagi masofadan to'rt marta kichik, birinchi qoplamadan plastinkagacha bo'lgan masofa esa plastinka qalinligiga teng.
- 5.4. Radiusi R bo'lgan metall shar simmetrik tarzda ichki va tashqi radiuslari $2R$ va $3R$ bo'lgan sferik metall qobiq bilan o'ralgan. Shar va qobiq mos ravishda $2q$ va $-q$ elektr zaryadlarga ega. Ular orasidagi bo'shliqda shar markazidan $3R/2$ masofada joylashgan q nuqtaviy zaryad mavjud. Shar va qobiq orasidagi potentsiallar farqini toping.
- 5.5. Ingichka bir xil zaryadlangan halqa diametri bo'ylab 90° ga egilgan (rasmga qarang). Agar halqaning butun zaryadi halqa yarmidan biriga teng taqsimlansa, elektr maydon kuchlanganligi diametrining o'rtasidagi O nuqtada necha marta o'zgaradi?



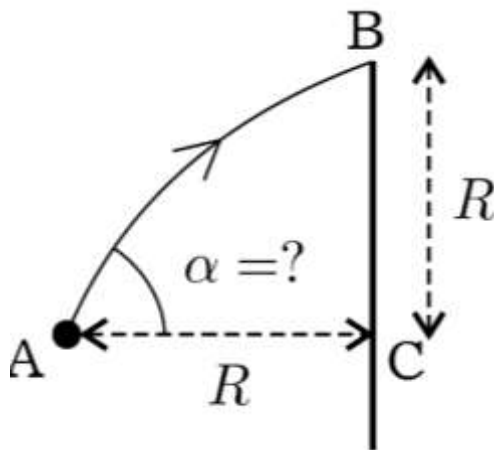
5.3-masalaga

- 5.6. Tekis zaryadlangan yarim sferaning to'liq zaryadini o'zgartirmagan holda uning radiusi ikki marta oshirilsa, uning markazidagi (O nuqtada) elektr maydon kuchi necha marta o'zgaradi? Zaryadning sirt zichligi o'zgarmagandachi?



- 5.7. Maydon kuchlanganligi E_0 bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga q nuqtaviy zaryad kiritilgan. Natijaviy maydon kuchlanganlik E_0 bo'ylab yo'nalgan va modullari $E_0/2$ va $3E_0/2$ ga teng bo'lgan ikki nuqta orasidagi potentsiallar farqini toping.
- 5.8. Maydon kuchlanganligi E_0 bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga q nuqtaviy zaryad kiritilgan. Natijaviy maydon kuchlanganlik E_0 na 45° burchak ostida yo'nalgan va $\sqrt{2}E_0$ ga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnidan hosil bo'lgan aylananing radiusini toping.
- 5.9. Maydon kuchlanganligi E_0 bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga q nuqtaviy zaryad kiritilgan. Natijaviy maydon kuchlanganlik $E_0/2$ ga teng bo'lgan va E_0 vektoriga perpendikulyar yo'nalgan nuqtalarning geometrik o'rnidan hosil bo'lgan aylananing radiusini toping.
- 5.10. Modullari teng, qarama-qarshi ishorali ikkita nuqtaviy zaryadlar maydon kuchlanganligi E_0 bo'lgan bir jinsli elektr bir-biridan $2d$ masofada joylashgan. Agar maydon kuchlanganligi nolga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnini radiusi d bo'lgan aylana hosil qilsa, zaryadlar modullarini toping. Har bir zaryadning qiymati 4 marta kamaysa va ularning E_0 maydonidagi joylashuvi o'zgarishsiz qolsa, maydon nol bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnini qanday bo'ladi?
- 5.11. Maydon kuchlanganligi E_0 bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga radiusi R bo'lgan tekis zaryadlangan sfera kiritildi. Agar hosil bo'lgan natijaviy maydon kuchlanganlik vektorlari va E_0 maydon orasidagi maksimal burchak 30° bo'lsa, sharning zaryadini toping. Sfera E_0 maydoniga kiritilgandan so'ng, undagi zaryad taqsimoti o'zgarmadi deb hisoblang.

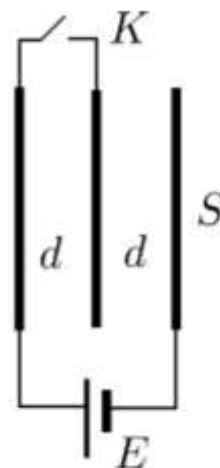
- 5.12. Tekis zaryadlangan cheksiz tekislikdan R masofada joylashgan A to'g'ri ip ham tekis zaryadlangan (rasmga qarang). Ipning birligiga to'g'ri keluvchi zaryad musbat va λ ga teng, tekislikning birlik yuzasiga to'g'ri keluvchi zaryad manfiy va $-\sigma$ ga teng. B nuqta tekislik yaqinida va uning chap tomonida AC perpendikulyaridan R masofada joylashgan. B nuqtadan o'tuvchi kuch chizig'i AC perpendikulyarga qanday α burchak ostida keladi?



- 5.13. Agar sig'imi C bo'lgan, U potentsial farqiga zaryadlangan yassi kondansator ikki marta kichik sig'imli, qoplamalari qisqa tutashtirilgan (plastinkalari yuzasi bir xil) kondensator qoplamalari orasiga kiritilsa, elektr maydon kuchlari qanday ish bajaradi?
- 5.14. S yuzali uchta bir xil metall plastinkalar bir-biridan d masofada parallel joylashgan (d plastinkalarning chiziqli o'lchamlari bilan solishtirganda kichik). O'ng plastinkaning zaryadi Q ($Q > 0$), qolgan ikkitasi zaryadlanmagan. Kalitni ulash orqali batareya ikkita plastinkaga ulandi (rasmga qarang); sistemaning elektr maydon energiyasi o'zgarmadi. Batareyaning EYK va plastinkalarni zaryadlashda batareya tomonidan bajarilgan ishni toping.
- 5.15. S yuzali uchta bir xil metall plastinkalar bir-biridan d masofada parallel joylashgan (d plastinkalarning chiziqli o'lchamlari bilan solishtirganda kichik). Tashqi plastinka EYK E bo'lgan batareyaga ulangan, K kaliti ochiq (rasmga qarang). Kalit yopilgandan keyin qancha issiqlik ajraladi?

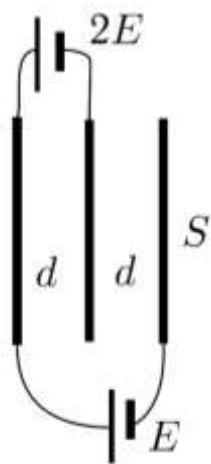


5.14-masalaga

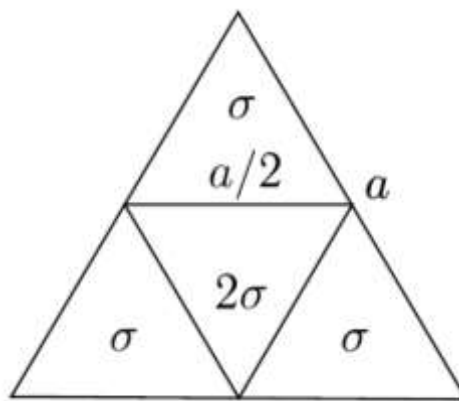


5.15-masalaga

5.16. S yuzali uchta bir xil metall plastinkalar bir-biridan d masofada parallel joylashgan (d plastinkalarning chiziqli o'lchamlari bilan solishtirganda kichik) va EYK E va $2E$ bo'lgan batareyalarga ulangan (rasmga qarang). O'rta plastinka o'ngga $d/2$ ga siljiganida (tashqi plastinkalar qo'zg'alman holatda) tashqi kuch qanday ish qiladi?



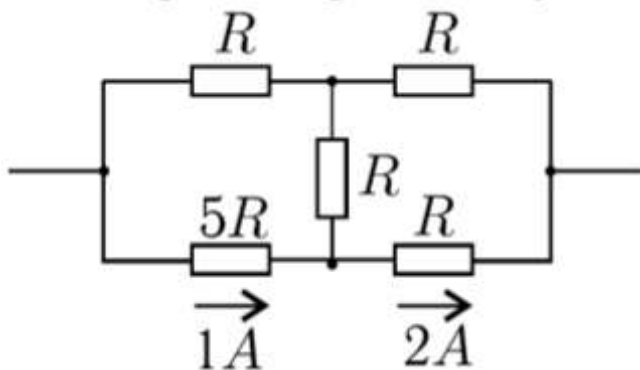
5.16-masalaga



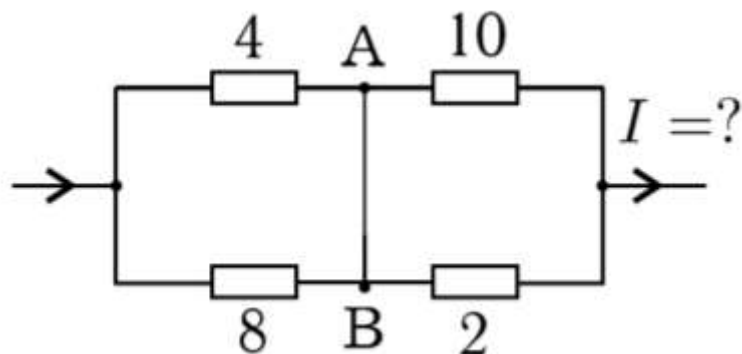
5.18-masalaga

5.19. Radiusi R bo'lgan ikkita yakkaqlangan dielektrik sfera mavjud. Birinchi sferaning birinchi yarmida sirt zichligi 2σ bir tekis taqsimlangan, ikkinchi yarmida esa sirt zichligi $5\sigma/3$. Ikkinchi sharning yarmida zaryad zichligi $\sigma/3$ va yarmida $2\sigma/3$ ga teng. Sferalarning elektrmaydon energiyasi qanchaga farq qiladi?

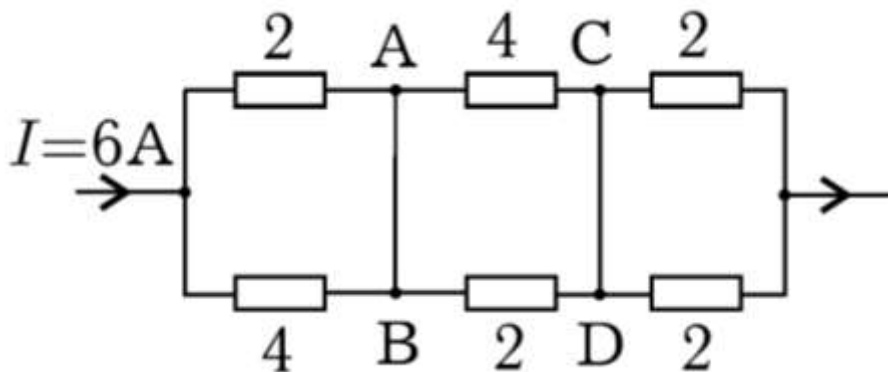
5.20. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida ikkita rezistor orqali o'tadigan toklar beriladi. Qolgan rezistorlar orqali o'tadigan toklarni toping.



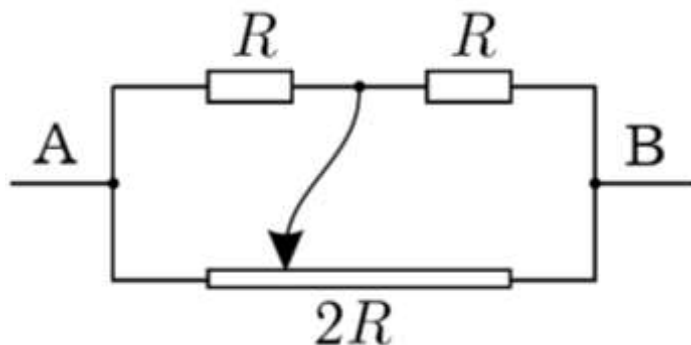
5.21. Yig'ilgan elektr zanjirida rezistorlarning qarshiliklari (rasmga qarang) omlarda berilgan, AB sim qarshiligi juda kichik. Agar AB o'tkazgichdan 3 A tok o'tsa, tashqi zanjirdagi I tokni toping.



5.22. Keltirilgan elektr zanjirida tarmoqlanmagan qismdan 6 A tok o'tadi. Rezistorlarning qarshiliklari omlarda berilgan, AB va CD o'tkazgichlar qarshiliklari juda kichik. AB va CD o'tkazgichlardagi toklarni va AC qismidagi kuchlanishni toping.

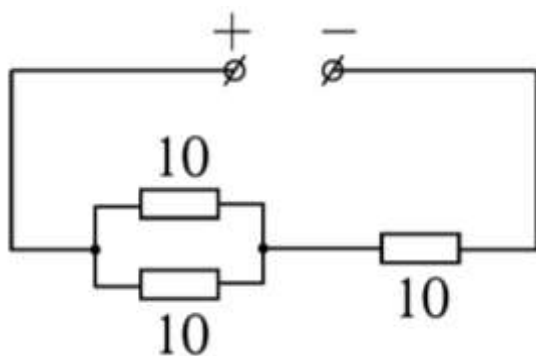


5.23. Elektr zanjirining AB qismi R qarshiligi bir xil bo'lgan ikkita rezistordan va qarshilikgi $2R$ bo'lgan yuqori qarshilikli simdan iborat. Sim bo'ylab surilishi mumkin bo'lgan harakatlanuvchi kontakt ikkita rezistorli qismning o'rta nuqtasiga ulangan (rasmga qarang). Harakatlanuvchi kontaktning holatiga qarab AB qism qarshiligining minimal va maksimal qiymatlarini toping. Tutashtiruvchi simlarning qarshiligini hisobga olmang.

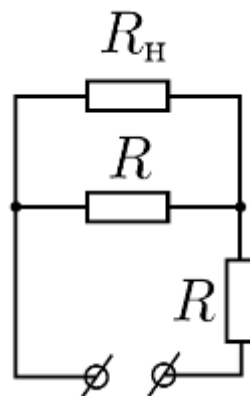


5.24. Zanjir har birining qarshiligi 10 Om bo'lgan uchta bir xil rezistordan yig'iladi va doimiy kuchlanish manbaiga ulanadi (rasmga qarang). Manba kuchlanishini o'zgartirmagan holda qarshiliklardan biri orttirilganda, zanjirning qandaydir qismidagi tok 20 foizga oshdi. Qarshilikni necha Om oshirilgan?

5.25. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida rezistorlarning R qarshiliklari o'rnatiladi, qisqichlardagi kuchlanish doimiy. R_H qarshilikning qanday qiymatida unda maksimal quvvat ajraladi?

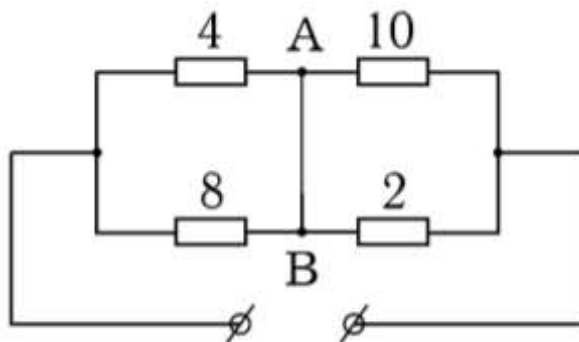


5.24-masalaga

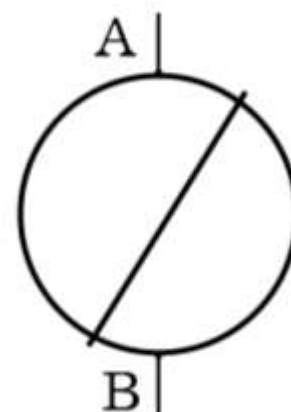


5.25-masalaga

5.26. Yig'ilgan zanjirda rezistorlarning qarshilik qiymatlari (rasmga qarang) Om larda berilgan, AB simningrining qarshiligi juda kichik. AB simdagi tok kuchi 12 A ga yetganda yonib ketadi. Manba kuchlanishining qanday minimal qiymatida AB sim yonib ketadi? Manba kuchlanishi 103V dan 105V gacha oshirilsa, zanjirda ajraladigan quvvat necha marta o'zgaradi?

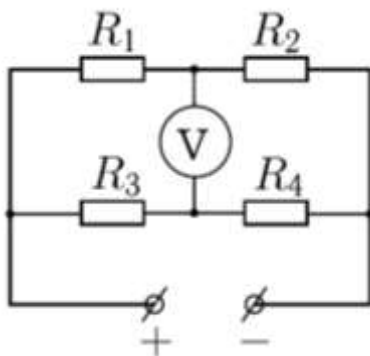


5.27. Qarshiligi 2 Om bo'lgan sim bo'lagidan tayorlangan halqaning AB diametrining qarama-qarshi nuqtalariga 10 V kuchlanish berilgan. Peremichka (aylanani qarama-qarshi diyametral nuqtalarini tutashtirgan sim) halqa bo'ylab o'z markazi atrofida aylanishi mumkin (rasmga qarang), uning qarshiligi juda kichik. Halqaning simi va peremichka bir xil 20 A tokni ko'tara oladi. AB bo'limida peremichkani aylantirish orqali erishish mumkin bo'lgan maksimal quvvat qancha? Bunda peremichka AB diametr bilan qanday burchak hosil qiladi?

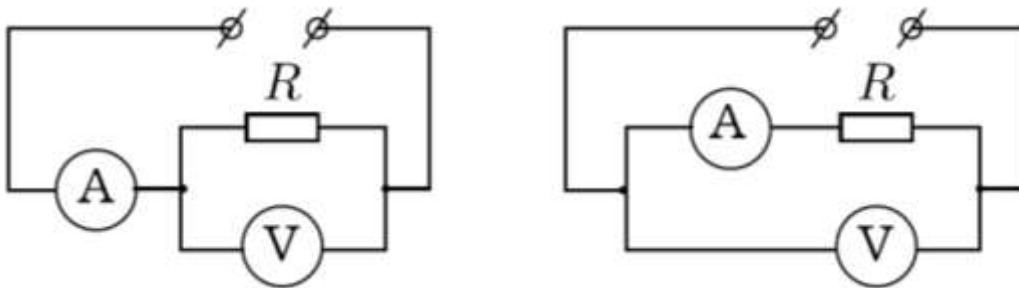


5.28. 18 V kuchlanishli manba va uchta voltmetr mavjud. Ketma-ket ulangan 1- va 2-voltmetrlar manbaga ulanganda voltmetrlar mos ravishda 6 va 12 V kuchlanishni ko'rsatdi. Uchala voltmetr ketma-ket ulanib manbaga ulanganda, 3-voltmetr 7,2 V ni ko'rsatdi. Agar 2- va 3-voltmetrlar parallel, ularga 1-voltmetr ketma-ket ulanib, so'ng manbaga ulansa, har bir voltmetrning ko'rsatkichlari qanday bo'ladi?

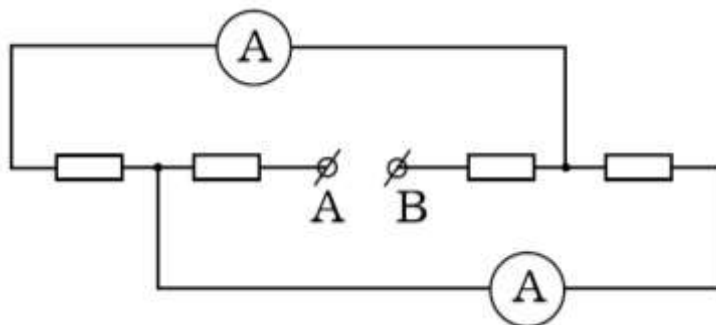
5.29. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida R_1 va R_2 rezistorlarining qarshiliklari tengdir va voltmetr nol kuchlanishni ko'rsatadi (undagi tok nolga teng). R_3 rezistor va voltmetr joylari almashtirilgandan so'ng, R_1 va R_2 rezistorlaridagi toklar o'zgarmadi va voltmetr 5 V kuchlanishni ko'rsata boshladi. R_3 va R_4 qarshiliklar nisbatni va tok manbai kuchlanishini toping.



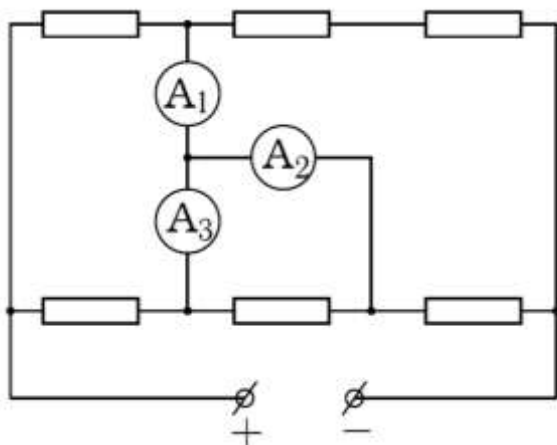
5.30. Rasmlarda R qarshilik va bu qarshilikdagi kuchlanish bilan tokni o'lchash uchun ampermetr va voltmetrni ulashning ikkita varianti ko'rsatilgan. Tok manbaining kuchlanishi o'zgarmagani holda, voltmترلarning ko'rsatkichlari ikki marta, ampermetrlarniki esa 1,5 marta farq qildi. Ampermetr va voltmetrning ichki qarshiliklarini toping.



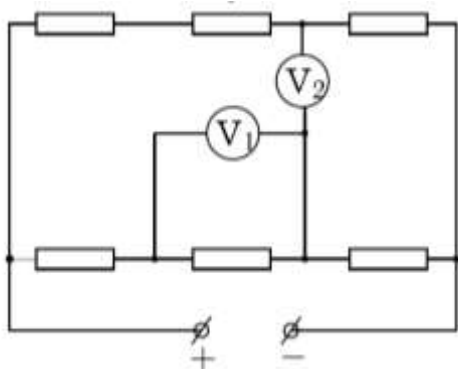
5.31. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida ikkita qarshilik 30 Om dan va ikkitasi 60 Om dan qarshilikka ega; ampermetrlarning qarshiliklari juda kichik. Doimiy kuchlanish manbaiga (A va B nuqtalarga) ulaganda, ampermetrlarning ko'rsatkichlari 1 A ga farq qildi. Manba kuchlanishi qanday?



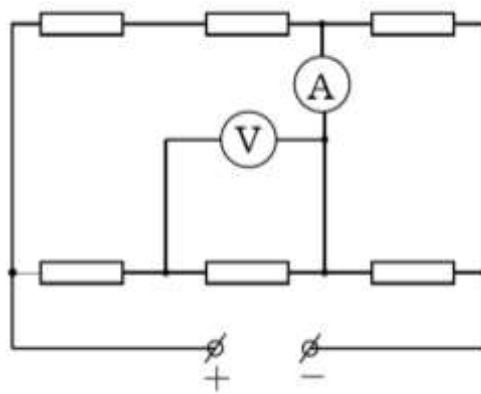
5.32. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida rezistorlarning qarshiliklari bir xil va $1\text{ k}\Omega$ ga teng, ampermetrlarning qarshiliklari nolga teng, qisqichlardagi kuchlanish 140 V . Ampermetrlarning ko'rsatkichlarini toping.



5.33. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida rezistorlarning qarshiliklari teng va voltmترلarning qarshiliklari bilan solishtirganda kichik, qisqichlardagi kuchlanish 120 V . Voltmetrlarning ko'rsatkichlarini toping.



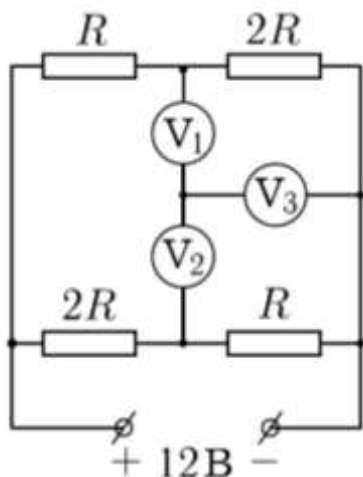
5.33-masalaga



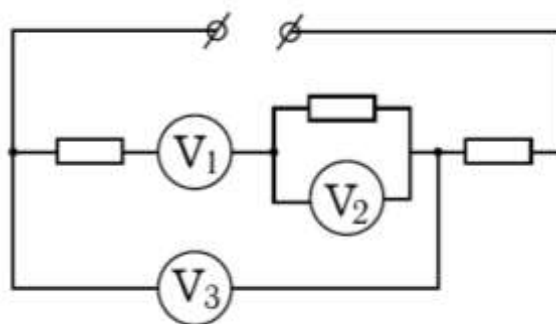
5.34-masalaga

5.35. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida ulangan voltmترلar bir xil va ularning qarshiliklari zanjirning qolgan elementlari qarshiliklaridan ancha katta bo'lsa, voltmترلar ko'rsatkichlarini toping. Qisqichlardagi kuchlanish 12 V .

5.36. Uchta bir xil rezistor va uchta bir xil voltmetrdan yig'ilgan sxema (rasmga qarang) doimiy kuchlanish manbaiga ulangan. 1 va 2 voltmترلarning ko'rsatkichlari ikki marta farq qildi va 3 voltmetr 5 V kuchlanishni ko'rsatdi. Manba kuchlanishi qanday?



5.35-masalaga

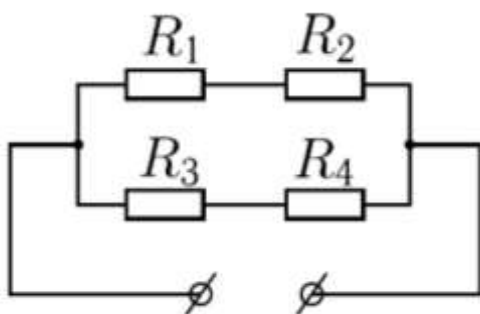


5.36-masalaga

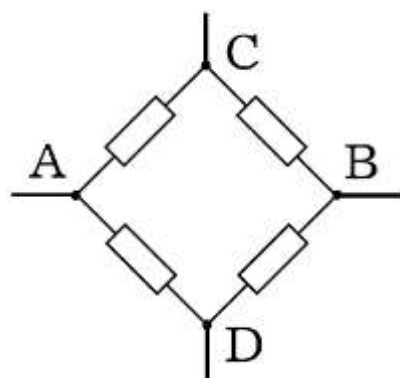
5.37. Qisqa tutashuv toki $6A$ bo'lgan batareya qarshiligi $R = 5 \text{ Om}$ bo'lgan rezistorga ulanganda, $1 A$ tok beradi. Ushbu batareya orqali tashqi zanjirda qanday eng katta quvvat olish mumkin?

5.38. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida $R_1 = R_3$ va $R_2 = R_4$. Zanjir tarmoqqa ulanganda, unda P quvvat ajraladii va R_1, R_3 qarshiliklarida R_2, R_4 ga qaraganda 2 ko'p quvvat ajraladi. R_1 va R_4 qarshiliklar joylari almashtirilsa, zanjirda qanday quvvat ajraladi?

5.39. Rasmda ko'rsatilgan sxema qiymatlari noma'lum bo'lgan rezistorlardan iborat. Tashqi tarmoqqa A va C nuqtalar yoki B va D nuqtalar orqali ulanganda zanjirda bir xil P quvvat ajralib chiqadi. Tashqi tarmoqqa B va C nuqtalar yoki A va D nuqtalar orqali ulanganda esa zanjirda $2P$ quvvat ajraladii. Tarmoqa C va D nuqtalar orqali ulanganda qancha quvvat ajraladi?



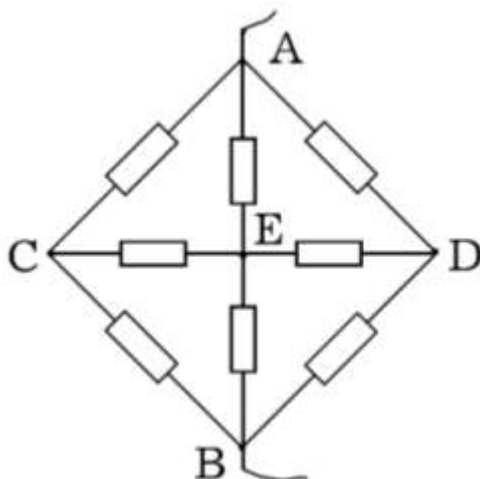
5.38-masalaga



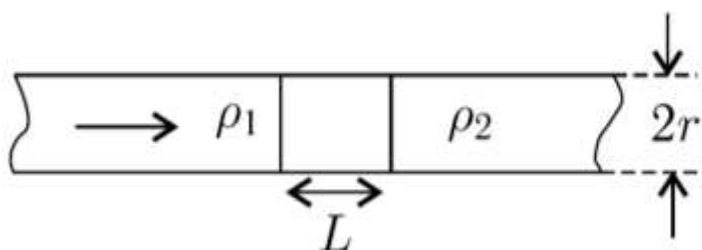
5.39-masalaga

5.40. 39-sonli masala uchun rasmda ko'rsatilgan sxema qiymatlari noma'lum bo'lgan rezistorlardan iborat. Kuchlanish manbayiga navbatma-navbat A va B , C va D , B va C nuqtalar orqali ulanganda, P quvvati ajraldi. A va C yoki B va D nuqtalari orqali shu manbaga ulanganda, $2P$ quvvat ajraldi. Zanjir A va D nuqtalari orqali manbaga qanday quvvat ajraladi?

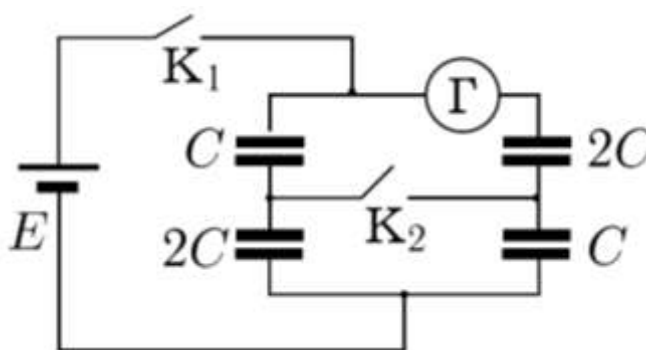
- 5.41. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida barcha rezistorlar bir xil qarshilikka ega, kuchlanish manbai A va B nuqtalariga ulanadi. Rezistorlar orqali o'tadigan toklar ruxsat etilgan maksimal qiymatga yaqin. Qandaydir vaqt momentida qarshilik AE yonib ketadi. Zanjirda ajraladigan quvvat necha marta kamayadi? Biroz vaqt o'tgach, AE dan keyin AD rezistori yonib ketadi. Keyingi yonib ketadigan rezistor qaysi? Agar ikkinchi bo'lib BD rezistor yonib ketsa, keyingi yonib ketadigan qaysi biri bo'ladi?



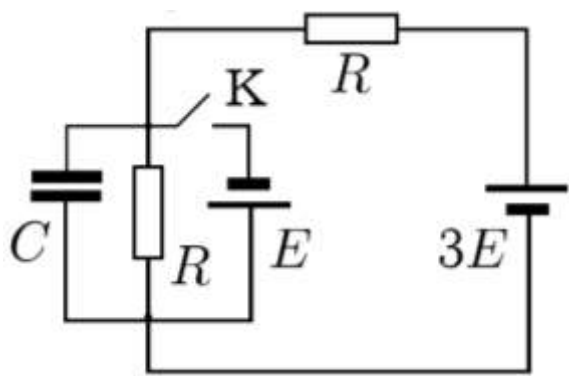
- 5.42. Radiusi r bo'lgan silindrsimon o'tkazgich solishtirma qarshiliklari ρ_1 va ρ_2 bo'lgan ikkita bir hil bo'lakdan va ularni bog'laydigan L uzunlikdagi bir jinsli bo'lmagan qismdan iborat (rasmga qarang). Solishtirma qarshiligi ρ_1 bo'lgan o'tkazgichning uzunlik birligiga to'g'ri keladigan kuchlanish U_1 ga teng bo'lsa va bir jinsli bo'lmagan qismning solishtirma qarshiligi chiziqli ravishda ρ_1 dan ρ_2 gacha o'zgarsa, bir jinsli bo'lmagan kesimda qanday issiqlik quvvati ajralib chiqadi?



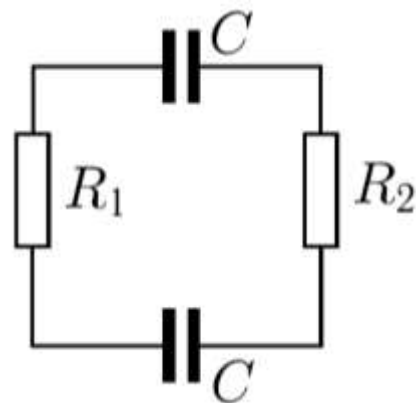
- 5.43. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida kondensatorlar dastlab zaryadlanmagan va K_1 va K_2 kalitlar ochiq. K_1 kalit yopilgandan keyin galvanometrda qanday zaryad o'tadi? Agar K_1 kalit ochilib, keyin K_2 kalit yopilsa, bu galvanometr orqali qanday zaryad o'tadi?



5.44. Rasmda ko'rsatilgan zanjirdagi K kalitining yopilishi natijasida kondansator yuqori qoplamasining zaryadi o'zgarishini toping. Batareyalarning ichki qarshiliklari nolga teng deb hisoblang.

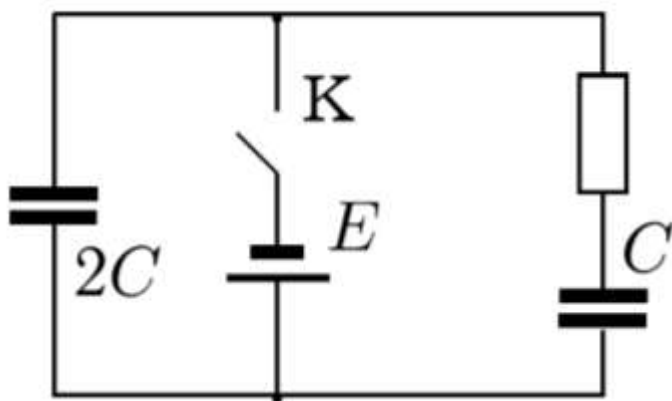


5.44-masalaga

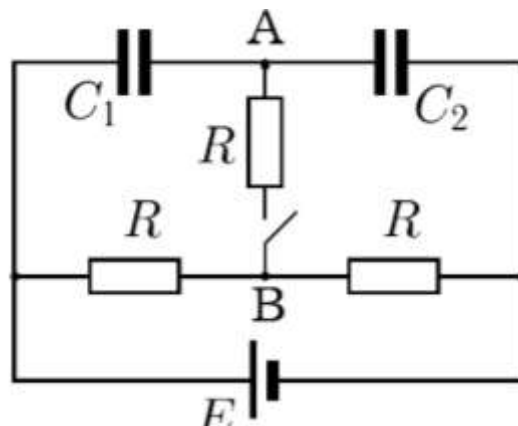


5.45-masalaga

5.46. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida kondansatorlarning sig'implari va batareyaning EYK ma'lum. Dastlab, kondansatorler zaryadlanmagan va K kalit ochiq. K kalit yopilgandan keyin zanjirda qancha issiqlik ajralib chiqadi? Ushbu miqdorning qancha qismi akkumulyator ichida chiqariladi? Batareyaning ichki qarshiligi qarshilik qarshiligidan ancha kichik ekanligini hisobga oling.



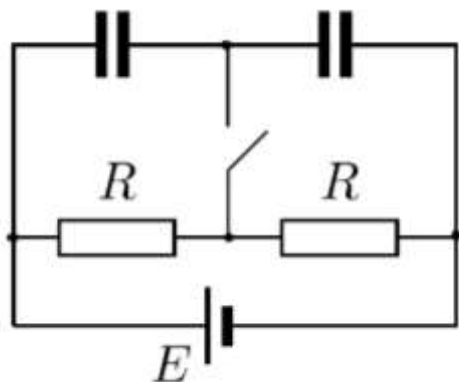
5.46-masalaga



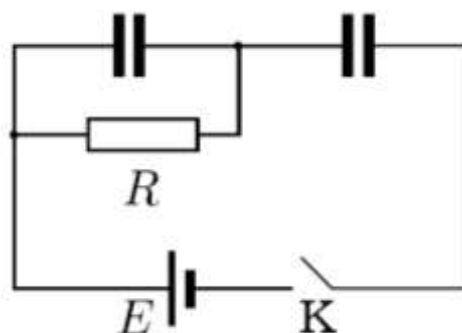
5.47-masalaga

5.48. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida $R = 6 \text{ Om}$, $E = 12 \text{ V}$, bir kondensatorning sig'imi ikkinchisining sig'imidan ikki marta ko'p. Batareyaning ichki qarshiligiga e'tibor bermasdan, kalitni yopgan momentda batareyadan o'tadigan tokni toping.

5.49. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida batareyaning E va K si E , rezistor qarshiligi R , kondansatorlarning sig'implari bir xil, batareyaning ichki qarshiligi nolga teng. Dastlab, kondansatorlar zaryadsiz, K kalit ochiq. Kalit yopilgan momentda rezistor orqali o'tadigan tokni, shuningdek, kondensatorlardan biridagi kuchlanish $3E/4$ ga teng bo'lgan paytda rezistor va batareyadan o'tadigan toklarni toping.



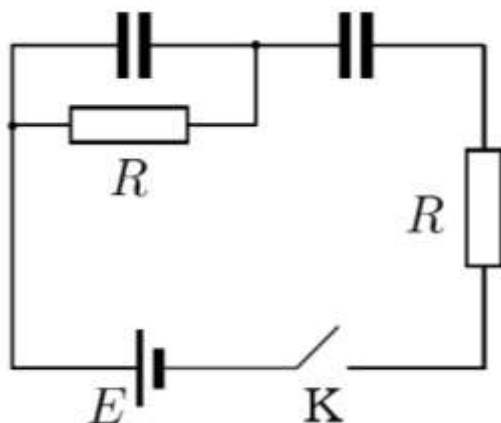
5.48-masalaga



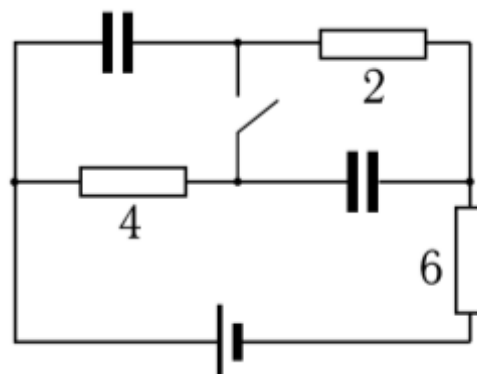
5.49-masalaga

5.50. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida rezistorlar bir xil qarshilikka ega R , batareyaning E va K si E ga teng va uning ichki qarshiligi nolga teng. Dastlab, kondansatorlar zaryadsiz, K kaliti ochiq. Kalit yopilgandan so'ng, kondensatorlardan biridagi kuchlanish dastlab ortadi, qandaydir vaqt momentida maksimal U qiymatiga erishadi va keyin kamayadi. Bu vaqt momentida ikkinchi kondansatordagi kuchlanish va akkumulyatordan o'tadigan tok qanday?

5.51. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida qarshilik qiymatlari omlarda ko'rsatilgan, batareyaning E va K si 12 V , uning ichki qarshiligi nolga teng. Kalit yopilishidan oldin, sxema statsionar holatda bo'ladi. Kalit yopilgan vaqt momentida batareya va peremichka orqali o'tadigan toklarni toping.

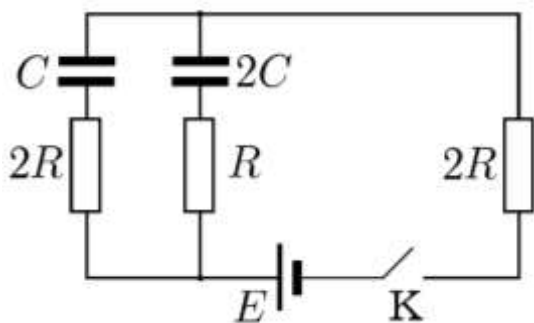


5.50-masalaga

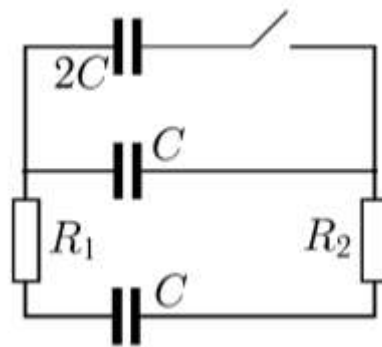


5.51-masalaga

5.52. Rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirida kondensatorlarning sig'implari, rezistorlarning qarshiliklari va batareyaning EYK berilgan, batareyaning ichki qarshiligi nolga teng. K kaliti yopilishidan oldin, kondansatorlar zaryadsiz. Kalit yopilgan vaqt momentida rezistorlar orqali qanday toklar o'tadi? Batareya kondensatorlarning butun zaryadlash vaqtida qanday ishni bajaradi? Zaryadlash vaqtida rezistorlarning har birida qancha issiqlik ajraladi?



5.52-masalaga

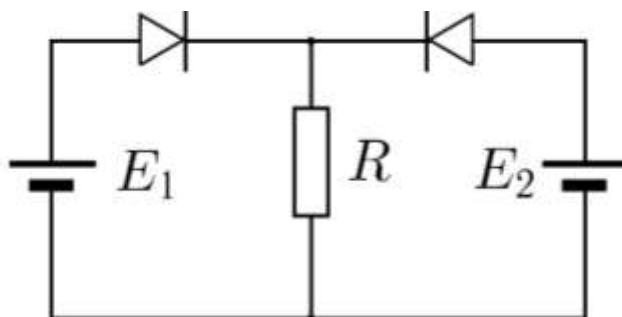


5.53-masalaga

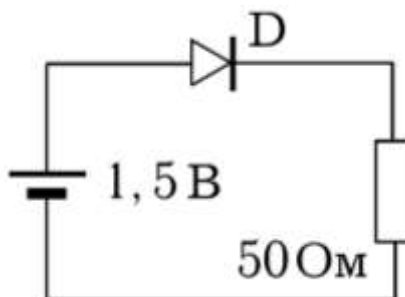
5.54. Oldingi masala rasmda ko'rsatilgan sxemada $R_1 = 2R_2$ kondensatorlarning sig'implari C va 2C ga teng. Yuqori kondansator zaryadlanmagan, pastdagilari esa U potentsial farqigacha zaryadlangan. Kalit yopilgandan keyin rezistorlarning har birida qancha issiqlik ajraladi?

5.55. C sig'imli N ta bir xil kondensatorlar halqada ketma-ket, bir joyda ochiq kalit bilan ulanadi. Kondensator zaryadlari $q_1, q_2, \dots, q_N$ (kondensatordagi zaryad bir yo'nalishda halqani aylanib o'tishda birinchi bo'lib duch keladigan plastinkadagi zaryadni tushunamiz). Kalit yopilgandan keyin ulanish simlarida qancha issiqlik ajraladi?

5.56. Rasmda ko'rsatilgan sxema ikkita bir xil diodlardan iborat, $E_1 = 0,8 \text{ V}$, $E_2 = 1,6 \text{ V}$ bo'lgan ikkita batareya va qarshilik R. Diodlarning to'g'ri tokga qarshiligi 4 Om, teskari tokga cheksiz; batareyalarning ichki qarshiligi nolga teng. R ning qaysi qiymatida rezistorda ajraladigan quvvat maksimal bo'ladi? Bu maksimal quvvat qancha?



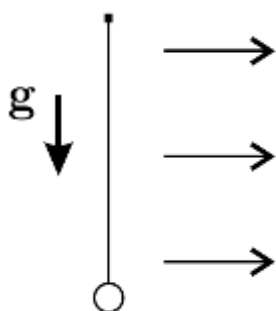
5.57. Agar D diodining VAX i (dioddan o'tuvchi I tokning undagi U kuchlanishga bog'liqligi) $I = 10^{-2} \cdot U^2$ formula bilan tavsiflangan bo'lsa, rasmda ko'rsatilgan zanjirdagi tokni toping. bu erda tok amperlarda, kuchlanish esa voltlarda ifodalanadi. Batareyaning EYK va rezistorning qarshiligi rasmda ko'rsatilgan, batareyaning ichki qarshiligi nolga teng.



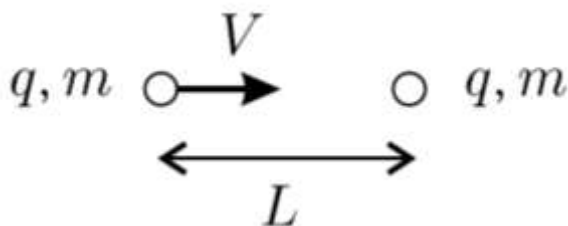
5.58. Massalari va elektr zaryadlari teng bo'lgan teng ikkita shar bir xil og'irlik kuchi maydonida bir vertikalda, bir-biridan h masofada joylashgan. Pastki shar mahkamlangan va yuqoridagi shar erkin tusha boshlaydi. Mahkamlangan shardan h/2 masofada, erkin tushayotgan sharning tezligi nolga aylanadi. Sharning erkin tusha boshlagan vaqt momentidagi tezlanishini va erkin tushishdagi maksimal tezligini toping. Erkin tushish tezlashnishi g.

5.59. Ideal ip bilan belgilangan nuqtaga biriktirilgan, massasi m bo'lgan zaryadlangan shar gorizontali yo'nalgan bir jinsli elektr maydoniga joylashtirilgan. Elektr kuchi tortishish kuchidan ikki marta katta. Shar pastki holatda ushlab turiladi (rasmga qarang), keyin qo'yib yuboriladi. Sharning eng yuqori ko'tarilish momentida ipning gorizont bilan hosil qilgan burchagi qanday? Bu vaqtda ipning taranglik kuchi qanday bo'ladi?

5.60. Har biri bir xil q zaryadga ega bo'lgan m massali ikkita zarra bir-biridan L masofada ushlab turiladi. Zarrachalardan biri bo'shatilgandan so'ng, ikkinchisi bo'shatib yuborilgan zarracha tomon doimiy V tezlik bilan harakatlana boshlaydi. Zarrachalar yaqinlashadigan eng kichik masofani va bu minimal masofaga yaqinlashish vaqtidagi tashqi kuchning ishini toping.

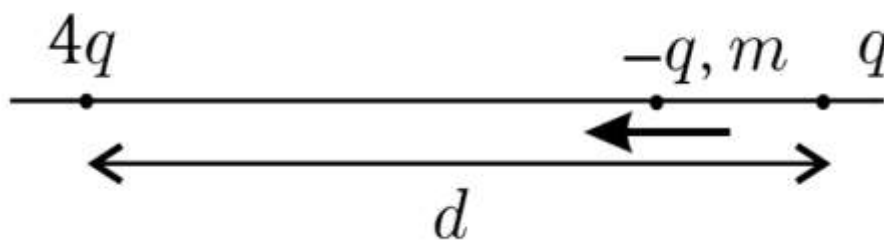


5.59-masalaga



5.60-masalaga

- 5.61. $4q$ va q nuqtaviy zaryadlar bir-biridan d masofada mahkamlangan (rasmga qarang). q zaryaddan $d/6$ masofada joylashgan $-q$ zaryadli va massasi m bo'lgan zarrachaga eng qanday kichik tezlik berilsa, u qo'zg'almas zaryadlardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanib, $4q$ zaryadga etadi?



- 5.62. m massali zaryadli zarracha $q > 0$ momenti p bo'lgan statsionar elektr dipol maydonida R radiusli aylana bo'ylab tekis aylanadi. Zarrachaning aylanish davrini toping.

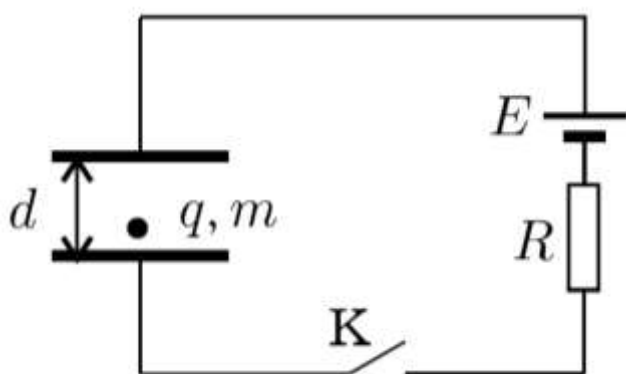
- 5.63. Zaryadsiz chang zarrasini radiusi R bo'lgan tekis zaryadlangan halqaning simmetriya o'qida, halqa markazidan qanday masofada joylashtirilganda, unga ta'sir qiluvchi kulon kuchi maksimal bo'ladi?

Ko'rsatma. Chang zarrasini halqa maydonidan hosil bo'lgan dipol deb hisoblash mumkin. Elektr maydonidagi dipolga ta'sir qiluvchi kuch maydonning bir jinsli emasligi darajasiga bog'liq.

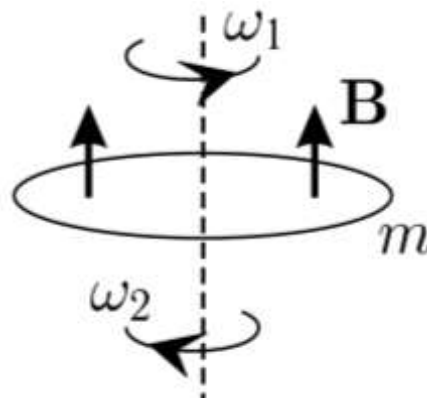
- 5.64. L uzunlikdagi vaznsiz dielektrik sterjen bilan bo'g'langan, massalari bir xil m bo'lgan, bir xil q zaryadlarga ega bo'lgan ikkita sharcha cheksizlikdan qo'zg'almas zaryadlangan, kichik ikkita kichik teshiklar bo'lgan shar tomon, sharning markazidan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanadi (rasmga qarang). Sfera dielektrik, uning zaryadi sirti bo'ylab tekis taqsimlangan, sharning radiusi sterjen uzunligidan 4 marta kichik. Sterjenning dielektrik sindirunchanligi 1 ga teng. Sterjenning markazi sharning markazi biman mos tushgan paytdagi sterjenning taranglik kuchi sterjen shardan cheksiz masofada joylashgandagi taranglik kuchidan ikki marta katta bo'ldi. Sharning zaryadi qancha? Sharlardan biri sharning markazidan o'tayotgan vaqtda sterjenning taranglik kuchi bu kuchning cheksizlikdagi qiymatidan necha marta katta bo'ladi? Shar bo'ylab uchib o'tishlari uchun sharchalarning cheksizlikdagi boshlang'ich tezligi qanday bo'lishi kerak?



- 5.65. Yassi kondansator qoplamalari gorizontol holatda joylashgan va qisqa tutashtirilgan. Qoplamalarning yuzasi S , ular orasidagi masofa d . Qoplamalar orasidagi fazoga huddi shunday yuzali yupqa metall plastinka pastki qoplamadan $d/4$ masofada kiritilgan. Plastinaning massasi m va zaryadi q ga teng. Boshlang'ich paziyatidan $d/4$ masofa yuqoriga ko'tarilishi uchun plastinkaga yuqoriga yo'nalgan qanday minimal boshlang'ich tezlik berish kerak?
- 5.66. Tashqi manba ta'sirida qoplamalari zaryadlari $+Q$ va $-Q$ bo'lgan yassi kondansator qoplamalari markazida elektron va ionlardan iborat yupqa ionlashgan qatlam bir zumda hosil bo'ladi. Ionlarning (elektronlarning) qanday umumiy zaryadida elektron va ion qatlamlarining to'liq ajralishi sodir bo'ladi? Hosil bo'lgan ionlarning zaryadini Q ga teng deb hisoblab, elektron qatlamning musbat zaryadlangan kondensator plastinkasiga yetgan momentidagi kinetik energiyasini toping. Kondensator qoplamalarining yuzasi S , ular orasidagi masofa d . Ionizatsiya jarayonida hosil bo'lgan zaryadlangan zarrachalarning issiqlik harakati va ularning kondensator qoplamalari orasida joylashgan neytral gaz bilan o'zaro ta'sirini hisobga olmang.
- 5.67. Rasmda ko'rsatilgan sxemada a yassi kondensatorning qoplamalari orasiga kiritilgan massasi m va zaryadi q bo'lgan zarracha tinch holatda joylashgan. Kalit yopilgandan keyin t vaqt ichida zarracha tezligi V ga teng bo'ldi. Bu vaqt momentida kondensatorning Q zaryadi qanday? Qoplamalar orasidagi masofa d berilgan; og'irlik kuchining ta'sirini va q zaryadining ta'siri tufayli qoplamalarda zaryadlarning qayta taqsimlanishini hisobga olmang.
- 5.68. Massasi m bo'lgan tekis zaryadlangan ingichka halqa induksiyasi B , simmetriya o'qiga parallel bo'lgan bir jinsli magnit maydonda aylanadi (rasmga qarang). Aylanishning bir yo'nalishida ω_1 burchak tezlikda, teskari yo'nalishda aylanayotganda ω_2 tezlikda halqa uziladi. Halqaning zaryadini toping. Aylanuvchi halqaning hususiy magnit maydonini hisobga olmang.

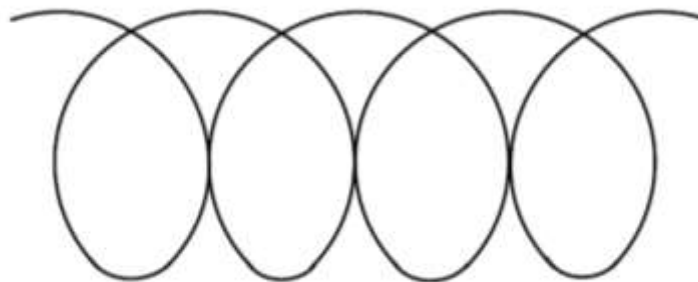


5.67-masalaga



5.68-masalaga

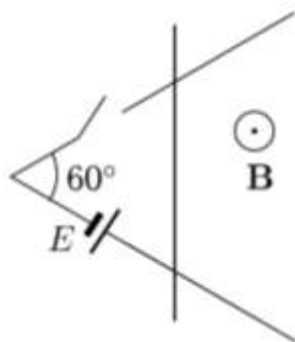
- 5.69. Solishtirma zaryadi q/m bo'lgan, V tezlikka tezlashtirilgan zarracha x o'qi bo'ylab $x > 0$ yarim fazoda uchadi, bu yerda z o'qi bo'ylab yo'nalgan induksiyasi $B(x) = B_0 x/L$ tenglama bilan ifodalangan magnit maydon hosil bo'ladi, B_0 va L ma'lum konstantalardir. Zarracha maydon sohasiga maksimal qancha chuqurlikka kirib boradi?
- 5.70. Induksiyasi B_0 bo'lgan bir jinsli magnit maydon x o'qi bo'ylab yo'nalgan. Elektr maydon kuchlanganligi $E_x = E_0 \cos \omega t$ tenglama bilan vaqt bo'yicha garmonik o'zgaradi va faqat x tashkil etuvchiga ega. m massali $q > 0$ zaryadli zarra maydonlar sohasiga $V_0 \perp Ox$ tezlikda uchib kiradi. Elektr maydonining chastotasi $\omega = qB_0/m$ bo'lsa, zarrachaning kirish nuqtasidan maksimal uzoqlashishini masofasini toping. Og'irlik kuchi ta'sirini hisobga olmang.
- 5.71. Massasi m bo'lgan zaryadlangan zarracha E va induksiya B bo'lgan o'zaro perpendikulyar bir jinsli elektr va magnit maydonlarda joylashgan. Agar zarrachaning boshlang'ich tezligi nolga teng bo'lsa, bu sohalarda harakatlanayotganda davriy ravishda erishadigan maksimal kinetik energiya qancha? $E \ll cB$ deb hisoblang, bu erda c - yorug'lik tezligi, ya'ni harakat norelativistikdir. Og'irlik kuchi ta'sirini hisobga olmang.
- 5.72. Kuchlanganligi E induksiya B bo'lgan bir jinsli elektr va magnit maydonlar qarama-qarshi yo'nalgan. m massali $q > 0$ zaryadli zarra maydonlar sohasiga B vektorga α burchak ostida ($0 < \alpha < \pi/2$) V_0 tezlik bilan uchib kiradi. Zarra traektoriyasining minimal egrilik radiusini toping. Og'irlik kuchi ta'sirini hisobga olmang.
- 5.73. Relyativistik bo'lmagan zaryadlangan zarracha kuchlanganligi E va induksiyasi B ($E \perp B$) bo'lgan to'g'ri burchak ostida kesishgan elektr va magnit maydonlarda harakat qiladi, shuning uchun u fazoning ba'zi nuqtalaridan ikki marta teng va qarama-qarshi tezliklarda o'tadi. Ushbu nuqtalardan o'tishdagi minimal tezlik qancha? Ko'rsatilgan traektoriya bo'ylab harakatlanadigan zarrachaning eng kichik tezligi qancha?



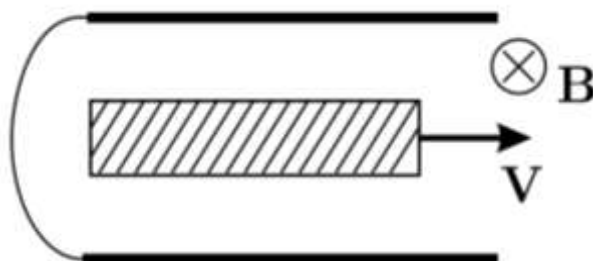
5.74. Zaryad q bo'lgan zarracha kuchlanganligi E va induksiyasi B bo'lgan o'zaro perpendikulyar bir jinsli elektr va magnit maydonlari sohasida harakatlanadi. Zarrachaga $F = -hV$ qarshilik kuchi (h musbat doimiy) ham ta'sir qiladi deb hisoblasak, bu sohada zarrachaning barqaror holatdagi tezligini toping.

5.75. Muntazam uchburchak elektr zanjiri egilgan gorizontal sim, kalit, batareya va uzunligi l_0 va massasi m bo'lgan peremichkadan iborat bo'lib, simli materialdan yasalgan (rasmga qarang). Peremichka simmetrik tarzda joylashgan, uning kontakt oralig'i $l_0/2$ ga teng. Elektr zanjiri induksiyasi B bo'lgan bir jinsli vertikal magnit maydonida joylashgan. $t = 0$ vaqtida kalit yopiladi va peremichka egilgan sim bo'ylab ishqalanishsiz siljiy boshlaydi. Sim va heremichka uzunlik birligining qarshiligi R_1 ga, batareyaning EYK E ga teng va uning ichki qarshiligi nolga teng deb hisoblab, zanjir uziladigan t vaqtini toping. Induksiya EYK va o'z induksiyaning EUK ni hisobga olmang.

5.76. Kondensator qoplamalari sim orqali tutashtirilgan va induksiyasi B bo'lgan bir jinsli magnit maydoniga paralel joylashtiriladi (rasmga qarang). Metall plastinka kondansator orqali B ga perpendikulyar V tezlikda uchib o'tadi, uning qalinligi plitalar orasidagi masofadan 3 marta kam. Qrralardagi effektlarni e'tiborsiz qoldirib, plastinka kondansatorni to'liq "yopib qo'ygan" momentda qoplamalarda induksiyalangan zaryadlarning zichligini toping.

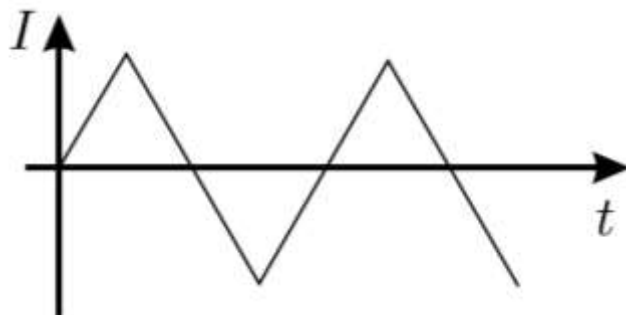


5.75-masalaga

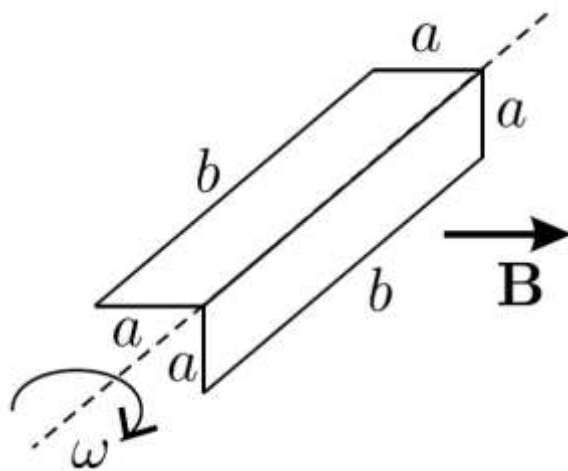


5.76-masalaga

5.77. O'tkazgichda tok vaqt o'tishi bilan arra tish qonuniga ko'ra o'zgarib turadi (rasmga qarang), uning yonida o'tkazgich halqa mavjud. Konturdagi induksion tokning vaqtga bog'liqligining grafigini sifat jihatdan tuzing. Agar siz ideal diodni qo'shsangiz, bu grafik qanday o'zgaradi: a) sim zanjiriga; b) halqa zanjiriga? Ideal diod bir yo'nalishda tokka qarshilik ko'rsatmaydi va teskari yo'nalishda tok o'tkazamaydi.

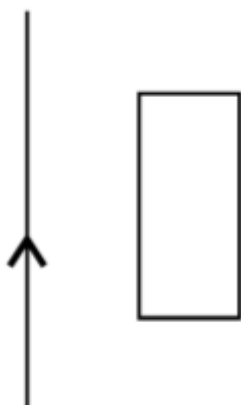


- 5.78. Induksiya B bo'lgan bir jinsli magnit maydonida to'g'ri burchak ostida egilgan simli ramka egilish nuqtalari orqali o'tuvchi o'q atrofida ω burchak tezlik bilan aylanadi (rasmga qarang). B vektor aylanish o'qiga perpendikulyar. Ramka qarshiligi R ga teng va uning o'lchamlari rasmda ko'rsatilgan. Ramkaning induktivligini e'tiborsiz qoldirib, undagi induksiyon tokning maksimal qiymatini toping. Ramkaning qanday vaziyatida induksion tok maksimal qiymatiga erishiladi?

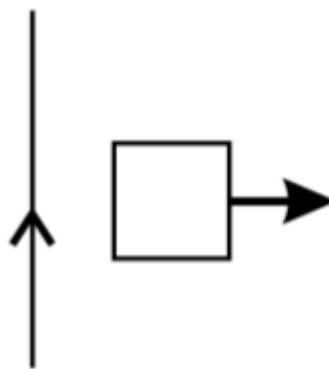


- 5.79. O'zgaras tok oqayotgan to'g'ri sim va to'rtburchak shaklidagi o'tkazgich ramka bir tekislikda joylashgan. Ramkaning ikki tomoni simga parallel (rasmga qarang). Agar ramka simdan uzoqroq bo'lgan tomoni atrofida 180° ga aylantirilsa, u holda ramkadan q_1 zaryadi o'tadi. Agar ramka, burilmasdan, boshlang'ich holatidan uzoqlashtirib, uzoq tomonning o'rnini yaqin tomoni egallasa, ramkadan o'tgan zaryad q_2 bo'ladi. Agar ramka dastlabki holatidan simga parallel bo'lgan va ramkaning markazidan o'tadigan o'q atrofida 90° ga aylantirilsa, ramkadan qanday zaryad o'tadi?

- 5.80. Simli ramka tok oqayotgan cheksiz simdan doimiy tezlikda uzoqlashtirilganda (rasmga qarang), ramkada ma'lum miqdorda issiqlik ajraladi. Ramka ikki katta tezlikda uzoqlashtirilsa, ajralgan issiqlik necha marta o'zgaradi? Simdagi tok o'zgaras saqlanadi deb hisoblang. Ramkaning induktivligini hisobga olmang.

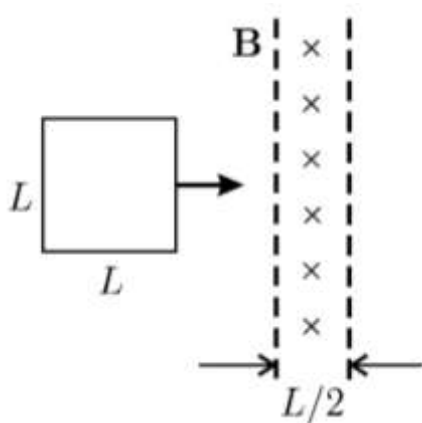


5.79-masalaga

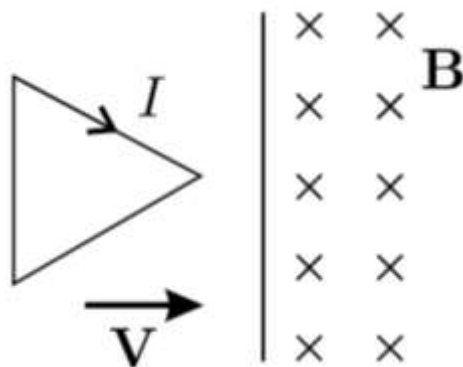


5.80-masalaga

- 5.81. O'tkazgich ramkani kesib o'tuvchi magnit oqimi $\Phi(t) = \Phi_0(1 + t/\tau)$ qonuniga ko'ra Φ_0 dan $2\Phi_0$ gacha ko'tarilganda, unda ma'lum miqdorda issiqlik ajraldi. Agar τ parametri ikki marta oshirilsa va oqim o'zgarishi chegaralari o'zgarmas qolsa, ramkada ajraladigan issiqlik necha marta o'zgaradi? Ramkaning induktivligini hisobga olmang.
- 5.82. Radiusi R bo'lgan ingichka simli halqaning tekisligi induksiyasi B bo'lgan bir jinsli magnit maydonining induksiya chiziqlariga perpendikulyar. Halqaning induktivligi L , qarshilik R . Halqa 180° ga tez burilsa, halqada qancha issiqlik ajralib chiqadi? Bu holda halqadan qanday zaryad o'tadi?
- 5.83. To'liq qarshiligi R bo'lgan reostat orqali batareyaga ulangan g'altak simli ramka ichida joylashgan. Reostatning qarshiligi R dan $2R/3$ gacha kamaytirilganda, ramkadan q zaryad o'tdi. Reostatning qarshiligi $2R/3$ dan $R/3$ gacha kamaytirilsa, ramkadan qanday zaryad o'tadi? G'altakning, batareya va simlarining qarshiligini hisobga olmang.
- 5.84. Tomoni L bo'lgan kvadrat shaklidagi simli ramka qalinligi $L/2$ bo'lgan sohada hosil qilingan induksiyasi B bo'lgan, ramka tekisligiga perpendikulyar yo'nalgan bir jinsli magnit maydon sohasidan o'tadi (rasmga qarang). Ramkaning massasi m , qarshiligi R . Ramka bu sohadan o'tib ketishi uchun qanday minimal tezlikda kirishi kerak? Ramkaning induktivligini hisobga olmang, ramkaning yo'nalishini o'zgarmagan holda ko'rib chiqing.
- 5.85. Massasi m , tomoni a bo'lgan muntazam uchburchak shaklidagi simli ramka, V tezlikda harakatlanib, induksiyasi B , ramka tekisligiga perpendikulyar bir jinsli magnit maydon sohasiga uchib kiradi (2-rasmga qarang). Ramkada I tok doimiy saqlanadi (tok yo'nalishi rasmda ko'rsatilgan). Ramka maydon sohasiga to'liq kirib bo'lgandan so'ng, uning tezligi qanday bo'ladi?



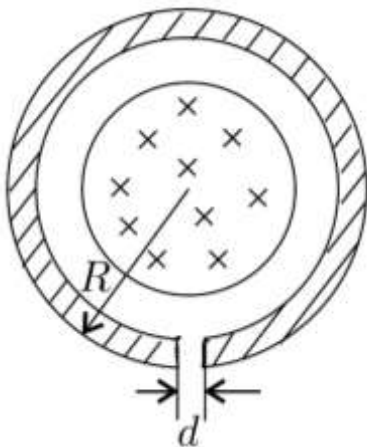
5.84-masalaga



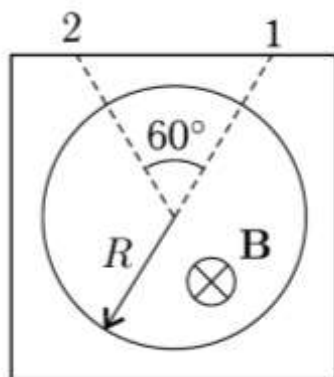
5.85-masalaga

5.86. X o'qi bo'ylab V_0 tezlik bilan harakatlanuvchi kvadrat shalkidagi simli ramka z o'qi bo'ylab yo'naltirilgan bir jinsli bo'lmagan magnit maydon egallagan $x > 0$ yarim fazoga uchadi $B_z(x) = B_0(1 + \alpha x)$, $\alpha > 0$. Ramkaning ikki tomoni x o'qiga parallel va ramkaning tekisligi z o'qiga perpendikulyar holatini saqlaydi. Agar ramkaning massasi m va b tomoni berilgan bo'lsa va magnit maydon ramkaning butun tekisligini kesib o'tgan vaqtga qadar (ramka maydonga to'liq kirguncha) qancha issiqlik miqdori ajralgan bo'lsa, harakat paytida unda to'liq to'xtaguncha ham shuncha issiqlik ajralgani ma'lum. Ramka maydon egallagan hududga qancha masofaga kirib boradi? Ramka qarshiligi qanday? Ramka induktivligini hisobga olmang va $\alpha b \ll 1$ deb hisoblang.

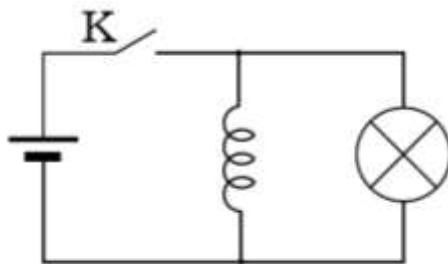
5.87. Radiusi R bo'lgan o'tkazgich halqa uzun solenoidni simmetrik tarzda o'rab oladi. Solenoiddagi magnit maydon induksiyasi vaqt o'tishi bilan chiziqli ravishda o'zgaradi. Halqa d kichik kenglikda kesilgan (rasmga qarang). Halqaning qalinligi R dan ancha kichik va d dan ancha katta deb hisoblab, kesim ichidagi Elektrostatik (Kulon) va uyurmaviy elektr maydonlarning nisbatini toping.



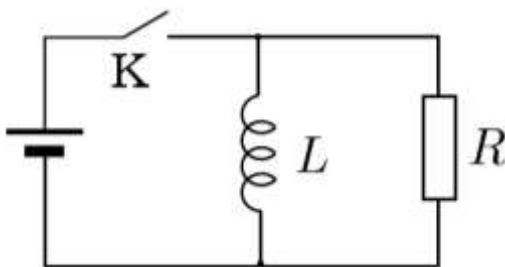
5.88. O'tkazuvchi kvadrat ramka simmetrik ravishda R radiusli solenoidni o'rab oladi. Solenoid ichidagi magnit maydon chizmadan tashqariga yo'naltiriladi va vaqt o'tishi bilan chiziqli ravishda ortadi: $B = \alpha t$. Solenoiddan tashqaridagi magnit maydonni e'tiborsiz qoldirib, kvadrat uchlaridan teng masofada joylashgan 1 va 2 nuqtalar orasidagi ramkadagi zaryadlarning ajralishidan kelib chiqadigan potentsial farqni toping (rasmga qarang).



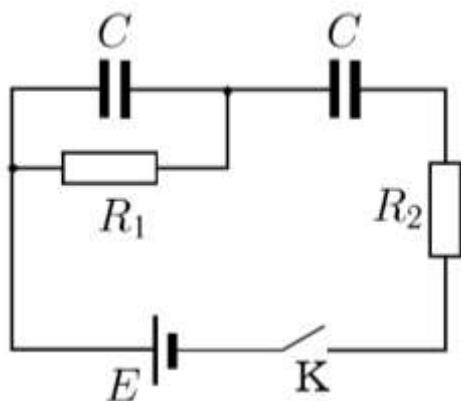
- 5.89. Rasmda ko'rsatilgan sxemada K kalit ulanganda, lampada 50 Vt, g'altakda esa 150 Vt quvvat ajraladi. Kalit uzilgan momentda lampada qanday quvvat ajraladi? Batareyaning qarshiligini hisobga olmang va lampaning qarshiligini cho'g'lanishga bog'liq emas deb hisoblang.



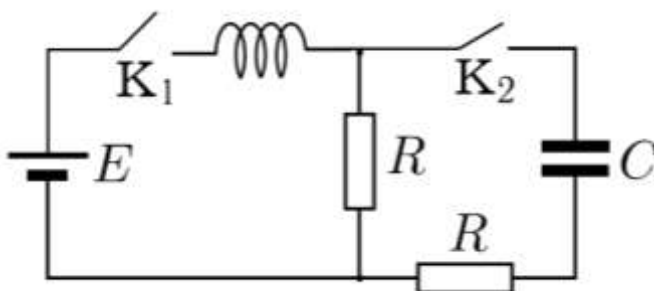
- 5.90. Rasmda ko'rsatilgan sxemada akkumulyatorga induktivligi L bo'lgan g'altak va R qarshilikka ega bo'lgan rezistor ulangan bo'lib, K kalitini bir muddat ulanadi. Agar kalit uzilgandan keyin rezistorda kalit yopilgan vaqtga nisbatan besh marta ko'proq issiqlik ajralib chiqsa, kalit qancha vaqt yopilgan? Batareyaning ichki qarshiligi va g'altakning omik qarshiligi e'tiborga olinmaydi.



- 5.91. Rasmda ko'rsatilgan sxemada batareyaning EYK E , kondensatorlarning sig'implari bir xil va C ga teng, batareyaning ichki qarshiligi ahamiyatsiz. Dastlab, kondansatorlar zaryadsiz, K kaliti ochiq. Ikkita chegaraviy holat uchun: $R_1 \gg R_2$ va $R_1 \ll R_2$ kalit yopilgandan keyin rezistorlarning har birida ajraladigan issiqlik miqdorini toping.

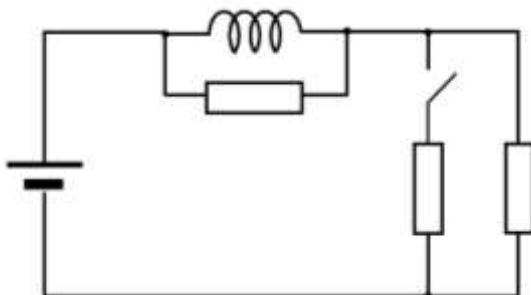


5.91-masalaga

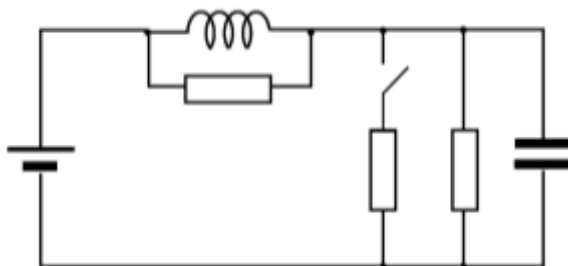


5.92-masalaga

5.93. Rasmda ko'rsatilgan sxemada batareyaning EYK 12 V, barcha rezistorlarning qarshiliklari bir xil va 4 Om ga teng, g'altakning omik qarshiligi va batareyaning ichki qarshiligi nolga teng. Kalit yopilishidan oldin, toklar doimiy, sxema statsionar holatda bo'ladi. Kalit ulangandan so'ng darhol va ulangandan keyin uzoq vaqt o'tgach, barcha rezistorlardagi toklarni aniqlang.

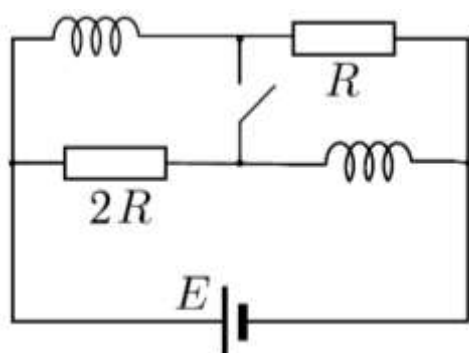


5.94. Rasmda ko'rsatilgan sxemada batareyaning EYK 12 V, barcha rezistorlarning qarshiliklari bir xil va 4 Om ga teng, g'altakning omik qarshiligi va batareyaning ichki qarshiligi nolga teng. Kalit ochilganda, yopilgandan so'ng darhol va yopilgandan keyin uzoq vaqtdan keyin barcha rezistorlardagi toklarni aniqlang.

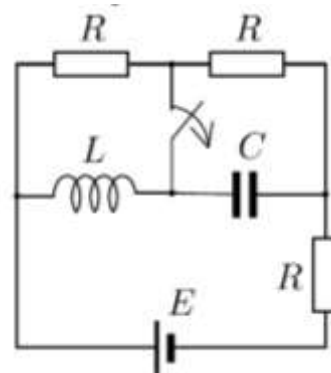


5.95. Rasmda ko'rsatilgan sxemada qarshilik qiymatlari ikki marta farq qiladi, batareyasining EYK E , batareyaning ichki qarshiligi va g'altaklarning omik qarshiligi ahamiyatsiz. Kalit yopilishidan oldin toklar doimiy, sxema statsionar holatda bo'ladi. Kalit yopilgandan so'ng darhol batareyadan o'tadigan tokni va g'altaklardagi kuchlanishlarni toping.

5.96. Rasmda ko'rsatilgan sxemada $R = 2 \text{ Om}$, $C = 10 \mu\text{F}$, $L = 1 \text{ mH}$, $E = 12 \text{ V}$. Batareyaning ichki qarshiligi va g'altakning omik qarshiligi ahamiyatsiz. Peremichka kaliti yopilganda, g'altak va kondensator energiyalari necha marta farq qiladi? Kalitni ochgandan so'ng darhol batareyadan o'tadigan tokni toping. Kalit ochilgandan uzoq vaqtdan keyin kondansatorda saqlanadigan energiyani toping.

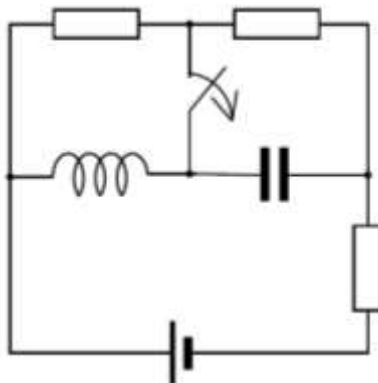


5.95-masalaga

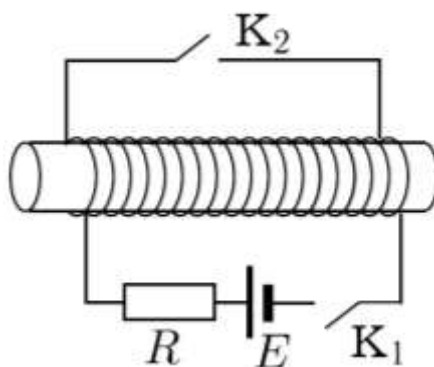


5.96-masalaga

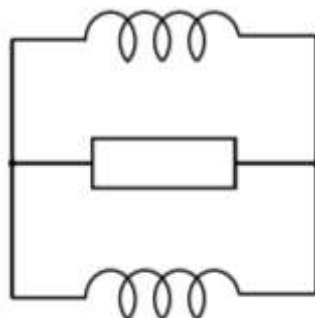
5.97. Rasmda ko'rsatilgan sxemada barcha rezistorlar bir xil, batareyaning EYK 12 V, batareyaning ichki qarshiligi va g'altakning omik qarshiligi ahamiyatsiz. Kalitni uzishdan oldin toklar doimiy, sxema statsionar holatda bo'ladi. Kalitni uzgan momentda g'altakdagi kuchlanish qanday bo'ladi?



5.98. Ikki bir xil g'altak bir o'zakka o'ralgan. Birinchisi K_1 kaliti orqali qarshilik R va EYK E bo'lgan manbaga ulanishi mumkin (rasmga qarang). Ikkinchisi K_2 kalit orqali qisqa tutashtirilishi mumkin. Dastlab kalitlar ochiq. K_1 kaliti yopilgandan keyin bir biroz vaqt o'tgach, R qarshilikdagi tok $0,5E/R$ qiymatiga yetganda, K_2 kalit yopiladi. Shundan keyin g'altaklardagi toklar qanday bo'ladi? K_1 kaliti ochilsa, ikkinchi g'altakdagi tok qancha bo'ladi?



5.99. Rasmda ko'rsatilgan sxemada g'altaklarning induktivliklari bir xil va ularning aktiv qarshiligi nolga teng. Zanjirda doimiy tok aylanadi. G'altaklardan biridagi o'zak tez chiqarib olinadi va uning induktivligini ikki marta kamayadi. Doimiy tok qaror topgandan so'ng, o'zak asta sekinlik bilan g'altak ichiga qayta kiritiladi. Tokning dastlabki energiyasining qanday qismi rezistorda issiqlik shaklida chiqariladi?



5.100. Л neon lampa $R = 1000 \text{ Om}$ qarshilik orqali manbaga ulanadi (1-rasmga qarang), manba kuchlanishi vaqtga bog'liqlashakda ko'rsatilgan qonunga muvofiq o'zgaradi. Lampaning volt-amper xarakteristikasi (ya'ni chiroq orqali o'tadigan tokning undagi kuchlanishga bog'liqligi) 2-rasmga keltirilgan. 3. Lampa kuchlanish V ortishi bilan $V = 120 \text{ V}$ da yonadi (tok o'ta boshlaydi), V ning pasayishi bilan $V = 100 \text{ V}$ da chiroq o'chadi. Lampa orqali o'tadigan tokning vaqtga bog'liqlik grafisini tuzing. U orqali o'tgan to'liq zaryadni toping.

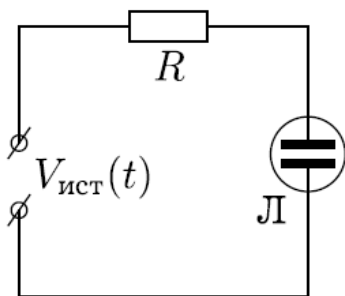


Рис. 1

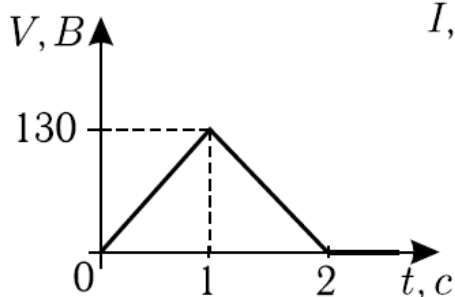


Рис. 2

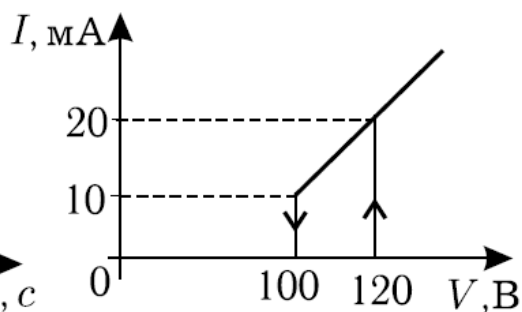


Рис. 3

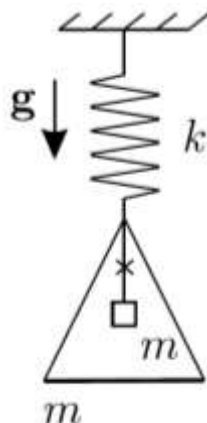
5.101. O'zgaruvchan tok tarmog'iga ulangan lampada ajraladigan o'rtacha quvvatni kamaytirish uchun unga ketma-ket diod ulandi. Diodning to'g'ri tokka qarshiligi lampaning qarshiligidan ancha kam, teskari tokka esa lampaning qarshiligiga teng. Chiroqda ajraladigan o'rtacha quvvat necha marta o'zgargan?

5.102. Plazma qatlami (ionlangan gaz) kuchlanganligi E_0 va qatlamga perpendikulyar bo'lgan bir jinsli elektr maydoniga joylashtirildi. Elektronlarning ionlarga nisbatan siljishi (hosil bo'lgan tebranishlarni so'ngandan keyin) x ga teng bo'lsa, plazma elektronlarining konsentratsiyasi qanday? E_0 maydon yo'qotilgandan so'ng "elektron" qatlamning "ion" qatlamiga nisbatan kichik tebranishlari qanday chastotada sodir bo'ladi? Elektronning zaryadi va massasi ma'lum. Massiv ionlar tebranishlarda ishtirok etmaydi deb hisoblang.

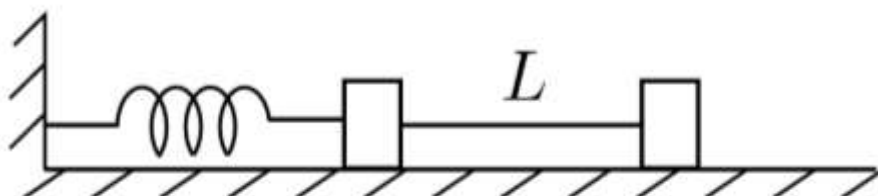
5.103. Plazma shari (ionlangan gaz) kuchlanganligi E_0 bo'lgan bir jinsli elektr maydonga joylashtirildi. Plazma elektronlarining ionlarga nisbatan siljishi natijasida sfera ichidagi elektr maydon kuchlanganligi yo'qoladi. Sferadan tashqarida hosil bo'lgan elektr maydon kuchlanganligining maksimal qiymati qanday? Agar elektronlar konsentratsiyasi N ga teng bo'lsa, "elektron" sferaning "ion" ga nisbatan kichik tebranishlari qanday chastotada sodir bo'lishi mumkin?

6. MEXANIK VA ELEKTR TEBRANISHLAR

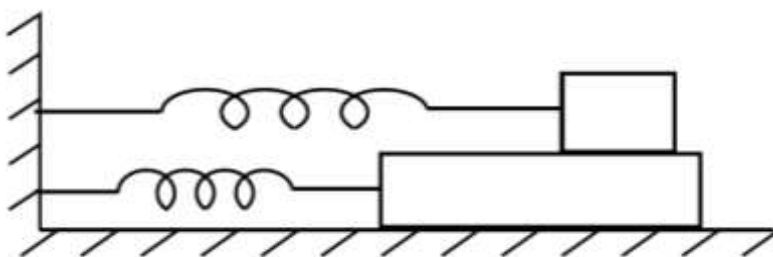
- 6.1. Bikrligi k bo'lgan prujinaga massasi m bo'lgan idish va shunday massali plastilin bo'lagi ipga osilgan (rasmga qarang). Ipni yoqib yuborgandan so'ng, plastilinning idish bilan to'qnashuvi prujina deformatsiyalanmagan paytda sodir bo'ladi. To'qnashuvni absolyut noelastik deb hisoblab, idishga yoppishgan plastilinning birgalikdagi tebranishlarining amplitudasini toping.



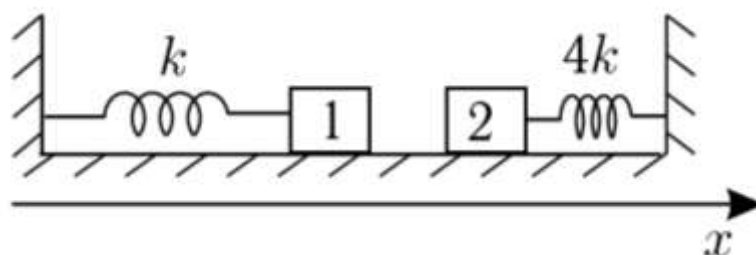
- 6.2. Uzunligi L bo'lgan ideal ip bilan bog'langan teng massali ikkita yuk silliq gorizontol stolga joylashtirilgan. Yuklardan biri devorga vaznsiz prujina bilan biriktirilgan (rasmga qarang). Keyingi harakat jarayonida bu yuklar noelastik to'qnashuvdan keyin to'xtab qolishi uchun yuklarni o'ngga (prujinani cho'zish orqali) qancha masofaga siljitib qo'yib yuborish kerak?



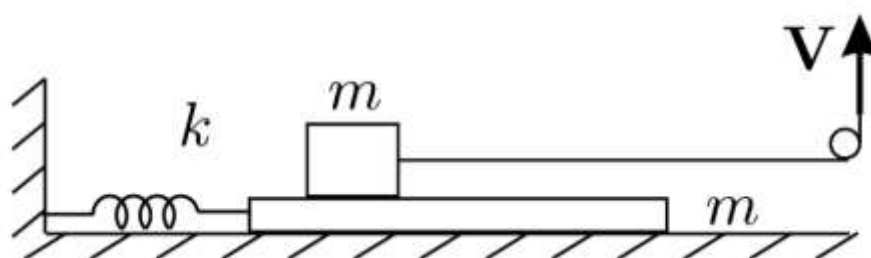
- 6.3. Massasi m bo'lgan brusok silliq gorizontol stol ustida yotgan bir xil massali taxta ustiga qo'yilgan. Jismlar vertikal devorga har biri k bikrlikdagi prujinalar bilan biriktirilgan (rasmga qarang), brusok va taxta orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ . Dastlabki holatda brusokka biriktirilgan prujina $\mu mg/k$ ga cho'zilgan, pastki prujina deformatsiyalanmagan, jismlar harakatsiz ushlab turiladi. Jismlar erkin qo'yib yuborilgandan keyin brusok tebranishlarining amplitudasini, davrini, va brusokka ta'sir etuvchi ishqalanish kuchini toping.



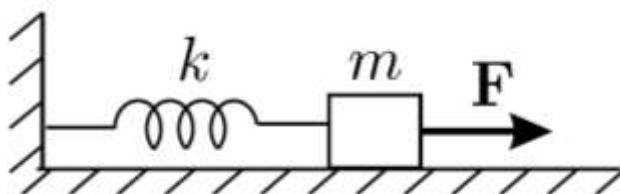
- 6.4. Massalari (m) teng bo'lgan ikkita yuk silliq gorizontal stol ustida joylashgan va elastik koeffitsientlari k va $4k$ bo'lgan prujinalar bilan devorlarga biriktirilgan (rasmga qarang). Yuklar bir vaqtning o'zida x o'qi bo'ylab tebranma harakatga keltiriladi: birinchisi chapga turtib yuboriladi, ikkinchisi esa priujina siqilgan holda qo'yib yuboriladi. Yuklarning maksimal kinetik energiyalari E_0 ga teng. Deformatsiyanmagan prujinalar bilan ular orasidagi masofa $2\sqrt{2E_0/k}$ ga teng bo'lsa, yuklar tebranish jarayonida qanday minimal masofa yaqinlashadi? Tebranish boshlanganidan qancha vaqt o'tib, ular orasidagi masofa minmal bo'ladi?



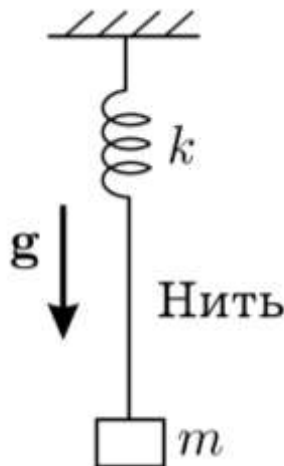
- 6.5. Silliq gorizontal stolda joylashgan m massali yuk devorga bikrligi k bo'lgan prujina orqali bog'langan va A_0 amplituda bilan tebranadi. Prujina maksimal darajada cho'zilgan paytda, jismga devorga yo'nalgan F_0 doimiy kuch $1/2$ davr ta'sir qiladi. F_0 kuchini ta'siri to'xtagandan so'ng yukning maksimal tezligi qanday bo'ladi? F_0 kuchining ta'siri besh marta takrorlanib, to'xtatilgandan so'ng yukning maksimal tezligi qanday bo'ladi?
- 6.6. Silliq stol ustida yotgan va devorga qattiqligi k bo'lgan prujina bilan mahkamlangan m massali taxtaga gorizontal ip bog'langan bir xil m massali brusok qo'yildi (rasmga qarang). Qandaydir vaqt momentida ip doimiy V tezlikda tortila boshlandi. Taxta va brusok orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng deb hisoblab, taxtaning birinchi to'xtash joyigacha ko'chishini toping.



- 6.7. Massasi m bo'lgan jism silliq gorizontal stol ustida yotadi va devorga bikrligi k bo'lgan deformatsiyanmagan prujina bilan biriktiriladi (rasmga qarang). Jismga devordan uzoqlashtiruvchi F doimiy gorizontal kuch qo'yiladi. Jismning boshlang'ich holatidan maksimal siljishi F/k ga teng bo'lishi uchun kuch qancha vaqt ta'sir qilishi kerak?



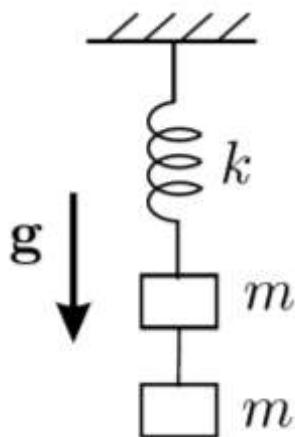
- 6.8. Qattiqligi k (rasmga qarang) bo'lgan ip va prujina yordamida shiftga osilgan m massali yuk muvozanat holatidan $2mg/k$ ga pastga siljiriladi va qo'yib yuboriladi. Yuk birinchi marta yuqoriga ko'tarilishda qanday yo'l yuradi? Yukni prujina bilan to'qnashmasligi uchun ipni etarlicha uzun deb hisoblang.



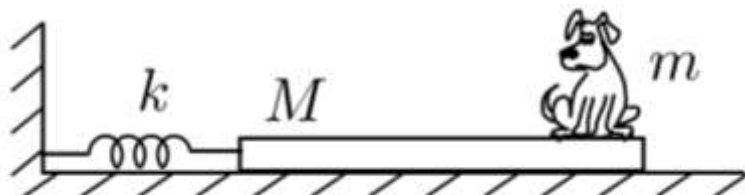
- 6.9. Prujinaga shiftga osilgan shar A amplitudali garmonik tebranishlar bajaradi. Sharning tebranishlarini to'xtatmasdan pastdan elastik aks etuvchi gorizontaal tekislik kirtladi. Sharning tekislikka ketma-ket zarbalari dastlabki garmonik tebranishlar davrining $2/3$ qismiga teng vaqt oralig'ida sodir bo'lishi uchun bu tekislikni muvozanat holatidan qanday masofada joylashtirish kerak?

- 6.10. Vaznsiz ip bilan bog'langan, massalari bir xil bo'lgan ikkita yuk m , bikrligi k bo'lgan prujinaga biriktiriladi va qo'yib yuboriladi (rasmga qarang). Ip bardosh bera oladigan maksimal taranglik kuchi $3mg/2$ ni tashkil qiladi. Prujinaning maksimal cho'zilishini toping.

- 6.11. Massasi m bo'lgan it silliq gorizontaal sirtida yotgan va qattiqligi k bo'lgan prujina bilan devorga biriktirilgan M massali taxtada o'tiradi (rasmga qarang). Qandaydir vaqt momentida it taxtaga nisbatan doimiy V tezlik bilan taxta bo'ylab devor tomon yugura boshlaydi. Prujinaning birinchi marta maksimal qisqarishi vaqtida it devorga qanchaga yaqinlashadi?

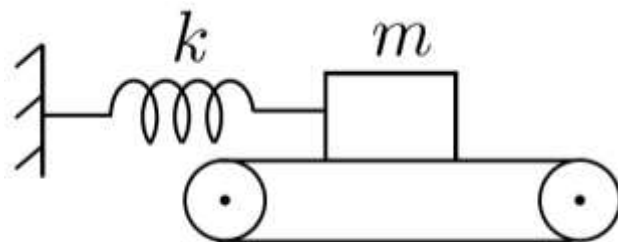


6.10-masalaga

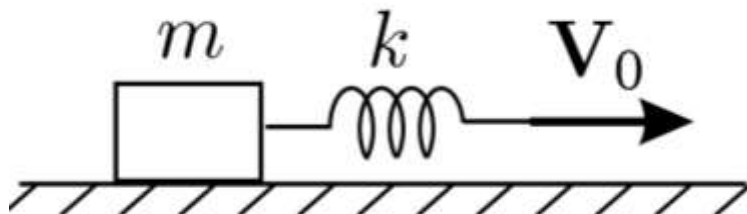


6.11-masalaga

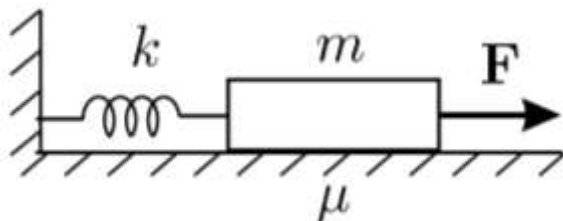
6.12. Devorga qattiqligi k bo'lgan deformatsiyalanmagan prujina bilan biriktirilgan m massali yuk statsionar konveyerda joylashgan (rasmga qarang). Tasma va yuk orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng. Vaqt $t = 0$ bo'lgan paytdan boshlab, lenta tezligi $V = at$ qonuniga muvofiq o'sishni boshlaydi. Yukning hosil bo'ladigan tebranishlarining amplitudasini toping.



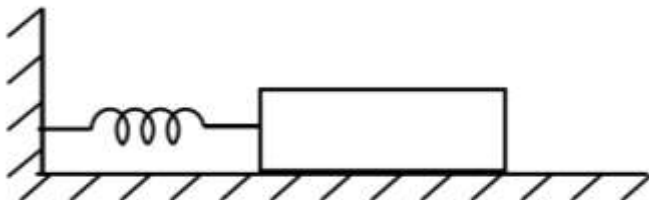
6.13. Gorizontol stolda m massali yuk mavjud bo'lib, unga bikrligi k bo'lgan prujina biriktirilgan (rasmga qarang). Yuk va stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng. Muayyan vaqt momentidan boshlab prujinaning erkin uchi doimiy V_0 tezlikda tortila boshladi. Harakat paytida yukning tezligi va elastik kuch qanday maksimal qiymatlarga etadi?



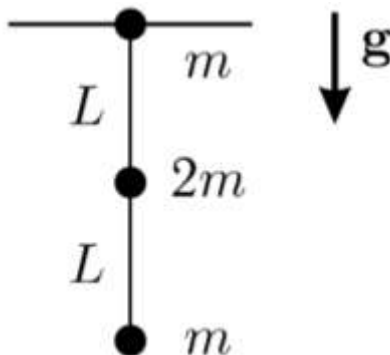
6.14. Massasi m bo'lgan, devorga bikrligi k prujina bilan biriktirilgan jism gorizontol stol ustida yotibdi (rasmga qarang). Jism va stol orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ ga teng, boshlang'ich holatda prujina deformatsiyalanmagan. Jismga devordan uzoqlashtiruvchi F doimiy gorizontol kuch qo'yiladi. Prujinaning ΔL yakuniy (jism to'xtaguncha) cho'zilishining F kuchning absolyut qiymatiga bog'liqligi grafigini chizing.



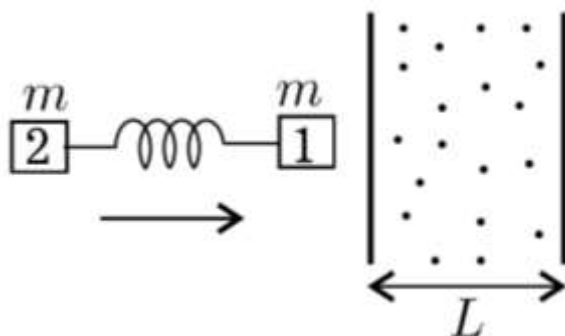
6.15. Devorga prujina bilan biriktirilgan muz bo'lagi silliq gorizontol tekislikda tebranadi (rasmga qarang). Erish tufayli muz massasi ikki marta kamaydi. Tebranishlar amplitudasi qanday o'zgargan? Erish sekin va hosil bo'lgan suv tebranishlarga to'sqinlik qilmaydi deb hisoblang.



6.16. Massalari m , $2m$ va m bo'lgan uchta sharlar har biri L uzunlikdagi ideal iplar bilan bog'langan (rasmga qarang). Yuqori shar gorizontaal spisaga kiydirilgan va u bo'ylab ishqalanishsiz siljishi mumkin. Pastki shar o'zi osilgan ipda amplitudasi α_0 bo'lgan og'ish burchagida ($\alpha_0 < 1$) tebranganda, yuqoridagi ipning vertikal holatini ta'minlash uchun spisadagi sharga qo'yilishi kerak bo'lgan gorizontaal garmonik kuchni toping. Yuqori sharga gorizontaal kuch qo'yilmasa, bu sistemada kichik tebranishlar qanday chastotalarda sodir bo'lishi mumkin?



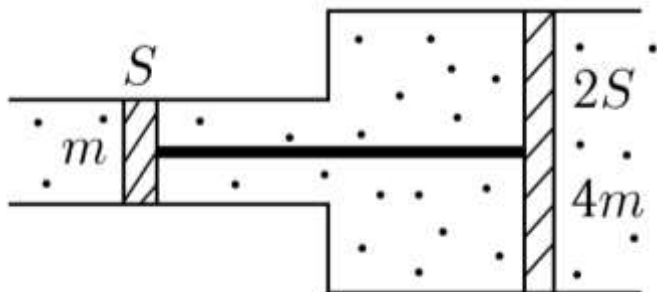
6.17. Massalari teng bo'lgan ikkita yuk ideal prujina bilan bog'langan va gorizontaal stolning silliq qismi bo'ylab ma'lum tezlikda harakatlanadi. Tezlik vektori prujina bo'ylab yo'nalgan va birinchi yuk nosilliq sirtga "urilmaguncha" deformatsiyasiz qoladi (nosilliq polosa orqasida stol yana silliq bo'ladi). Nosilliq polosa yuklarga tezligiga perpendikulyar joylashgan va L kenglikka ega (rasmga qarang). Birinchi yuk va nosilliq sirt orasidagi ishqalanish koeffitsienti μ , ikkinchi yuk stolning butun yuzasi bo'ylab ishqalanishsiz harakat qiladi. Prujina bikrligining qanday qiymatlarida polosani kesib o'tish uchun zarur bo'lgan yuklarning boshlang'ich tezligi minimal bo'ladi? Bu minimal tezlik qiymatini aniqlang?



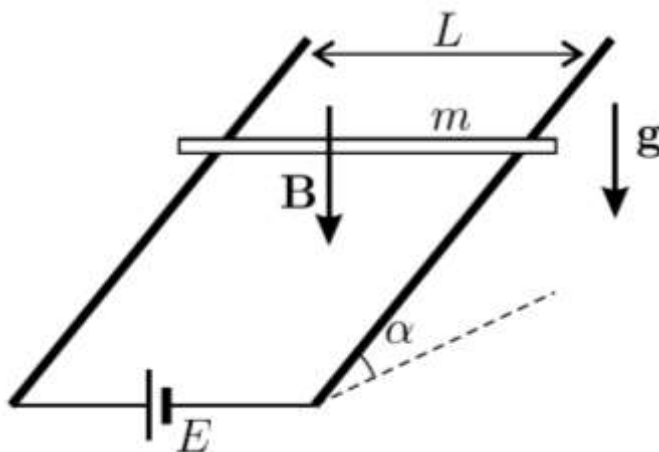
6.18. Nosilliq gorizontaal stol ustida harakatsiz turgan ponaning qiya yog'i bo'ylab yuqori nuqtadan m massali kubcha sirpnadi. Bu sirt gorizontga α burchak hosil qiladi va har biri L uzunlikdagi ikkita qismdan iborat: yuqori qismi, ishqalanish koeffitsienti $\mu = (x/L)tg\alpha$ (x o'qi qiya yog' bo'yab yo'nalgan) qonuniga muvofiq o'zgaradi va pastki qismida $\mu = (x/L - 1)tg\alpha$. Stol tomondan ponaga ta'sir etuvchi va ponaning harakatsizligini ta'minlovchi ishqalanish kuchining vaqtga bog'liqligi grafigini tuzing. Kubchanning boshlang'ich tezligi nolga teng.

Ko'rsatma. Eng oddiy yechim ishqalanish koeffitsienti o'zgaruvchan bo'lgan sirtidagi kubchanning harakati va prujinada yukning tebranishlari orasidagi o'xshashlik asosida olinadi.

- 6.19. Bir-biri bilan germetik tarzda bog'langan va boshqa uchlari atmosferaga ochiq bo'lgan S va $2S$ yuzali ikkita gorizontallarda quvurlarda massalari m va $4m$ bo'lgan ikkita porshen mavjud (rasmga qarang). Uzunligi L bo'lgan vaznsiz qattiq sterjen bilan bog'langan porshenlar oratasida ideal gaz mavjud. Porshenlar quvurlar ichida ishqalanishsiz siljishi mumkin va boshlang'ich holatda ulanish joyidan $L/2$ masofada joylashgan. Porshenlar orasidagi gaz harorati o'zgarmaydi deb xisoblab, quvurlar bo'ylab porshenlarning kichik tebranishlar davrini toping. Atmosfera bosimi P_0 ga teng.

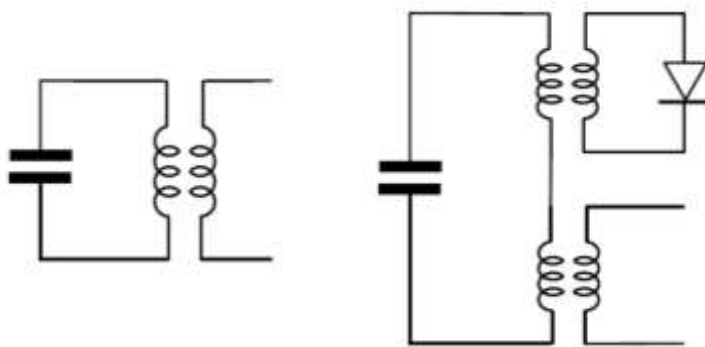


- 6.20. Chiziqli qarshiligi λ bo'lgan ikkita parallel simlar gorizontga α burchak ostida qiya bo'lgan tekislikda bir-biridan L masofada joylashgan va EYK E bo'lgan akkumulyatorga ulangan. Ularga perpendikulyar bo'lgan m massali sterjen simlar bo'ylab ishqalanishsiz siljishi mumkin (rasmga qarang). Konturni induksiyasi B bo'lgan vertikal yo'nalgan bir jinsli magnit maydon kesib o'tadi. Zanjirning gorizontallik qismlarining qarshiligini (shu jumladan batareyaning ichki qarshiligini) e'tiborsiz qoldirib, sterjenning muvozanat holatini toping. Agar sterjen bu holatdan biroz siljirilganda, uning kichik tebranishlar davri qanday bo'ladi? Induksiya hodisalariga e'tibor bermang.

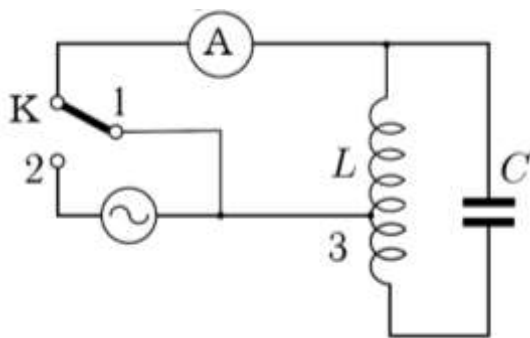


- 6.21. Ideal tebranish konturida kondensatordagi zaryadning amplitudasi 10^{-7} Kl ni tashkil qiladi. Tebranishlar jarayonida 10^{-6} s vaqt oralig'idagi kondensator zaryadi 10^{-7} Kl ga o'zgargan. Zanjirdagi tok amplitudasining minimal qiymati qanday bo'lishi mumkin?
- 6.22. Tebranishlar bo'lmagan zanjirda L induktivlik va C sig'imli kondensatorlarga $t = 0$ vaqt momentida EYK $E(t) = E_0 \cos \frac{2t}{\sqrt{LC}}$ qonuniga muvofiq o'zgaradigan manba ketma-ket ulanadi. Kondensator zaryadi qanday maksimal qiymatga yetadi?

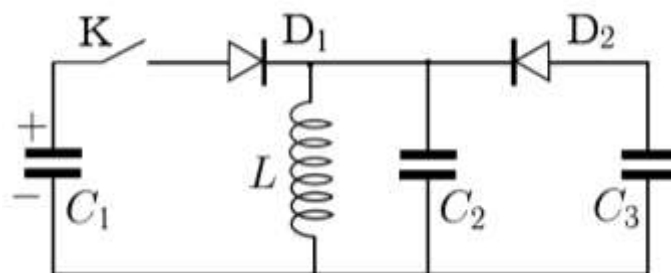
6.23. Ma'lum bir kuchlanishgacha zaryadlangan kondensator ikkilamchi chulg'ami ochiq bo'lgan transformatorga ulanganda (chap rasmga qarang) zanjirda davri T_0 va tok amplitudasi I_0 bo'lgan tebranishlar paydo bo'ladi. Xuddi shu boshlang'ich zaryadga ega bo'lgan kondensatorga ketma-ket ulangan ikkita shunday transformatorning birlamchi chulg'amidagi tokning vaqtga bog'liqligi grafigini chizing. Transformatorlardan birida ikkilamchi chulg'am bu holda ham ochiq, ikkinchisida esa ideal diodga ulangan (o'ng rasmga qarang). Diodning to'g'ri tokka qarshiligi nolga teng, teskari tokka esa cheksiz, transformatorlar orasida o'zaro magnit oqim yo'q.



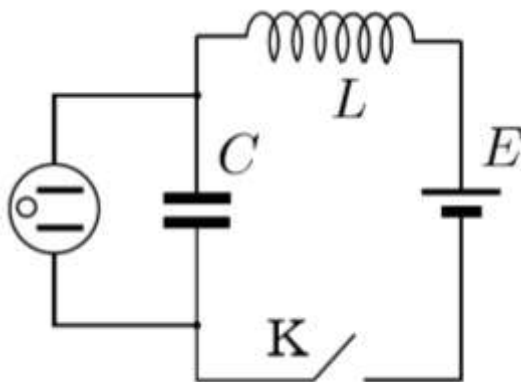
6.24. Rasmda ko'rsatilgan sxemada kondensatorning sig'imi C ga teng, g'altakning induktivligi L , 3 chiqish g'altakning o'rtasidan ulangan, kalit K 1 holatda. Zanjirda tebranishlar mavjud emas. K kalitini 2 holatga o'tkazib, EYK E_0 amplitudali sinusoidal generatoriga ulanadin. Biroz vaqt o'tgach, o'zgaruvchan tok ampermetiri yana nolni ko'rsatadi. Generatorning chastotasini va kondensatoridagi zaryadning amplitudasini toping.



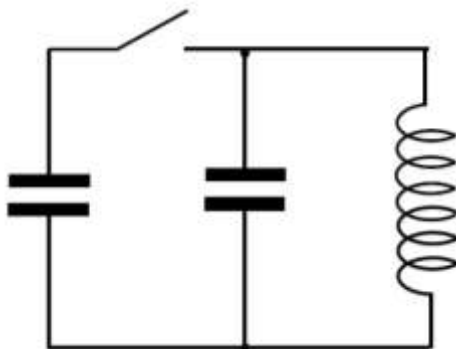
6.25. Rasmda ko'rsatilgan sxemada barcha kondensatorlarning sig'implari bir xil va C ga teng, g'altakning induktivligi L . Diodlarning to'g'ri tokka qarshiligi nol, teskari tokka cheksiz katta. Dastlabki holatda faqat C_1 kondensator q_0 zaryadgacha zaryadlanadi (qutblari rasmda ko'rsatilgan). K kalit yopiladi. C_2 kondensator zaryadining vaqtga bog'liqlik grafigini chizing.



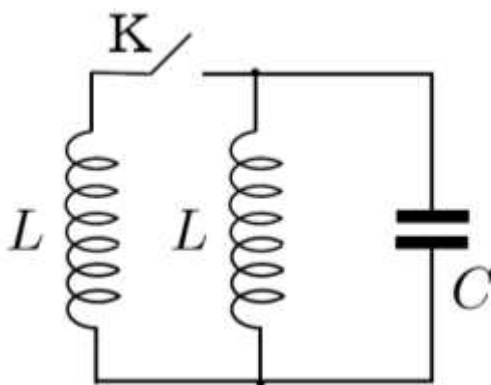
6.26. Sig'imi C bolgan kondensator, induktivligi L bo'lgan g'altak va EYK E bo'lgan manbadan tuzilgan zanjirda kondensatorga parallel ravishda yonish kuchlanishi $3E/2$, o'chish kuchlanish $E/2$ bo'lgan neon lampa ulanadi (rasmga qarang). Lampaning yongandagi qarshiligini nolga teng deb hisoblash mumkin, va o'chirilgan holdagisi cheksiz. $t = 0$ momentda K kaliti yopiladi. Kondensator zaryadining vaqtga bog'liqligi grafigini tuzing va uzoq vaqt davomida akkumulyatordan o'tgan o'rtacha tokni toping. Kalit yopilishidan oldin kondensator zaryadlanmagan.



6.27. Tebranish konturida (rasmga qarang) amplitudali I_0 tok tebranishlari bilan bo'ladi. Zanjirdagi oqim $0.5I_0$ ga teng bo'lgan paytda, kalitni yopgan holda, xuddi shunday zaryadsiz kondensatorga ulangan. Zanjirdagi tok amplitudasi qanday bo'lib qoladi?



6.28. Berilgan tebranish konturida induktivlik L va sig'im C , zanjirida tokning amplitudasi I_0 bilan tebranishlar sodir bo'ladi. Zanjirdagi tok maksimal qiymatga teng bo'lgan paytda, K kalit ulanadi (rasmga qarang). Ikkinchi g'altak ulagandan keyin qancha vaqt ichida kondensatordagi zaryad maksimal qiymatga etadi? Bu maksimal qiymat qancha?



ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

В ряде случаев для краткости решений (ответов) задач, данные которых приведены в численном виде, формулы записаны в смешанном «численно-буквенном» виде. При этом необходимо иметь в виду, что числа в этих формулах могут иметь размерности.

1.1. Спортсмен преодолевает $2N_0$ ступенек.

1.2. Человек преодолеет $N_0 V_2 / (V_1 + V_2)$ ступенек.

1.3. Колонна будет иметь длину $2L$.

Указание. Скорость машины относительно бегущих в исходном направлении спортсменов равна $2V$, где V — скорость спортсменов. Поэтому время разворота колонны составит $L/(2V)$. За это время первый развернувшийся пробежит $L/2$ в обратном направлении, а последний развернувшийся пробежит $L/2$ в исходном направлении. Поскольку перед началом разворотов первого и последнего разделяла дистанция L , длина новой колонны будет $L + L/2 + L/2 = 2L$.

Возможно и более короткое решение. За время разворота колонны первый развернувшийся спортсмен удалится от машины на расстояние $4V \cdot L/(2V) = 2L$. Это и будет длина развернувшейся колонны.

1.4. Пусть V — скорость, с которой наблюдатель движется по шоссе. Тогда его скорость относительно любого бегуна равна $(V - 20)$ км/ч, а скорость любого велосипедиста относительно наблюдателя составляет $(40 - V)$ км/ч. Бегунов наблюдатель догоняет через промежутки времени

$$\Delta t_1 = \frac{0,02}{V - 20},$$

а велосипедисты догоняют наблюдателя через

$$\Delta t_2 = \frac{0,03}{40 - V}.$$

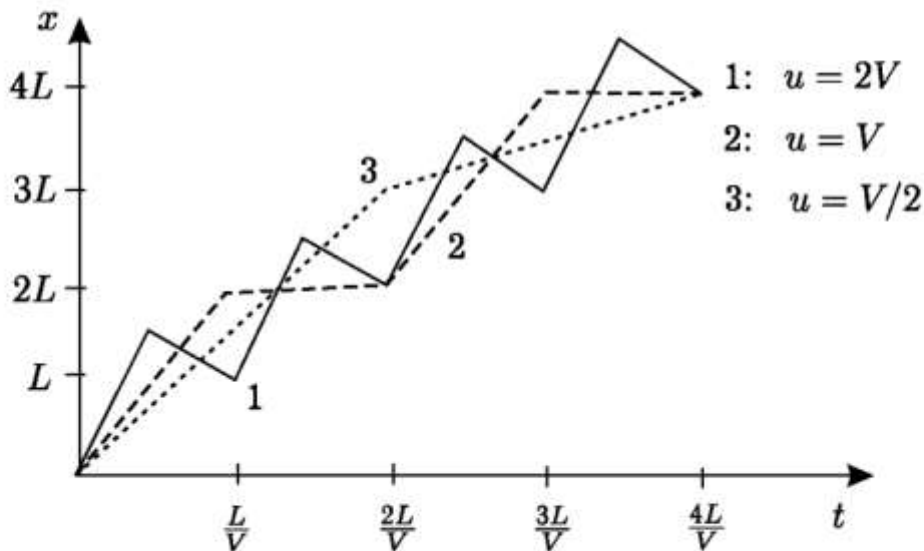
По условию задачи, промежутки времени Δt_1 и Δt_2 должны быть равными:

$$\frac{0,02}{V - 20} = \frac{0,03}{40 - V},$$

откуда $V = 28$ км/ч.

1.5. Велосипедисты проезжают мимо бегуна через 5 с. Велосипедист догонит следующего бегуна через 2,5 с.

1.6. Искомый график см. на рисунке. При построении графика предполагалось, что в момент времени $t = 0$ шарик и левая стенка тележки имеют координату $x = 0$.



К задаче 1.6

1.7. Расстояние между пунктами А и В составляет 21 км. Отношение скоростей равно $V_A/V_B = 3/4$.

1.8. Ключом к решению задачи является понимание того факта, что суммарный путь, пройденный велосипедистами с момента их выезда до первой встречи (расстояние АВ), в два раза меньше суммарного пути, пройденного между первой и второй встречами. В силу постоянства скоростей велосипедистов каждый из них от момента старта до первой встречи проходит вдвое меньший путь, чем он же от первой встречи до второй. Поэтому, обозначая точки первой и второй встреч соответственно через С и D, можно записать уравнение, связывающее пути, пройденные, например, первым велосипедистом

$$2AC = CB + BD = AB - AC + BD.$$

Подставляя сюда значение AC, равное 8 км, получаем

$$BD = 24 - AB.$$

Это равенство следует дополнить очевидным ограничением

$$0 < BD < AB.$$

Из записанных условий находим двойное неравенство, которому должно удовлетворять расстояние АВ между пунктами:

$$12 < AB < 24.$$

Используя формулу, связывающую BD и AB, получаем возможный интервал расстояний от точки второй встречи до пункта B:

$$0 < BD < 12 \text{ км.}$$

1.9. Автомобили достигнут пунктов назначения одновременно через время $t = 2S/(V_1 + V_2)$.

1.10. Велосипедисты встретятся через 2 мин.

1.11. В процессе движения расстояние между частицами достигает максимального значения $L_{\max} = R\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - \pi + 2} \approx 1,15R$.

1.12. Наименьшее время равно $1,5R/V$.

1.13. Скорость более медленного автомобиля составляет $3/4$ от скорости более быстрого.

Указание. Скорость удаления автомобилей при движении по взаимно перпендикулярным шоссе будет постоянной только при совпадении скорости удаления с относительной скоростью. Последнее достигается в том случае, когда вектор относительной скорости направлен вдоль прямой, соединяющей автомобили.

1.14. В первом случае, при движении автомобилей по одному шоссе, максимальная скорость сближения равна сумме скоростей автомобилей $U_{\text{I max}} = V_1 + V_2$. Во втором случае, при движении по взаимно перпендикулярным шоссе, минимальная скорость сближения $U_{\text{II min}}$ имеет место в ситуации, когда более быстрый автомобиль, например второй, проходит перекресток, а более медленный, пусть первый, еще приближается к перекрестку. При этом $U_{\text{II min}} = V_1$. Таким образом, отношение $U_{\text{I max}}/U_{\text{II min}} = (V_1 + V_2)/V_1$ и может быть сколь угодно большим при $V_1 \ll V_2$.

1.15. Более быстрый автомобиль будет находиться на расстояниях 80 м и 280 м.

1.16. Скорость куска льда в поперечном к шоссе направлении равна $V \sin \alpha \cos \alpha$.

Указание. Вектор скорости куска льда направлен перпендикулярно ношу бульдозера.

1.17. От пуска до поражения цели прошло время $0,5(\sqrt{5} - 1)L/V$. Скорость ракеты в момент движения в вертикальном направлении равнялась $0,5(\sqrt{5} + 1)V$. Максимальная относительная скорость ракеты и самолета равнялась $V\sqrt{(5 + \sqrt{5})/2}$.

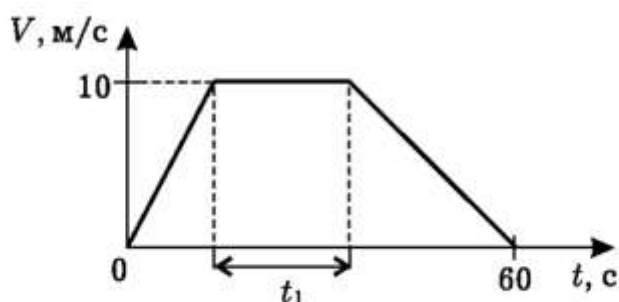
1.18. Прохождение электричек мимо друг друга займет 5,25 с.

1.19. Обозначив начальную скорость и ускорение автомобиля через V_0 и a , составим два уравнения:

$$V_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 51 \text{ м}, \quad (V_0 - at_1) t_2 - \frac{at_2^2}{2} = 24 \text{ м},$$

где t_1 и t_2 — соответственно 3 с и 2 с. Из данной системы уравнений находим $V_0 = 20 \text{ м/с}$ и $a = 2 \text{ м/с}^2$. Полный путь автомобиля до остановки равен $V_0^2/(2a) = 100 \text{ м}$, а искомое расстояние составляет $100 - (51 + 24) = 25 \text{ м}$.

1.20. Человек вышел из вагона на расстоянии 27,5 м от хвоста поезда.



К задаче 1.21

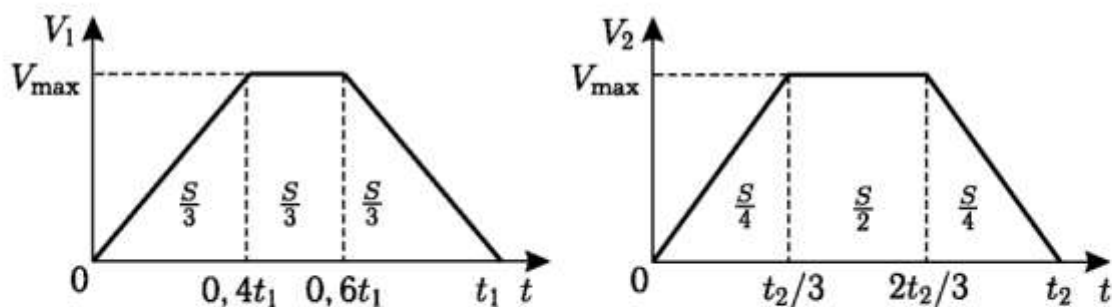
1.21. Проще всего дать графическое решение задачи. Построим возможный график зависимости скорости автобуса от времени. При построении учтено, что максимальная скорость равна 10 м/с (36 км/ч), а полное время движения между остановками равно 60 с. Неизвестный отрезок времени t_1 , на котором автобус равномерно движется со своей максимальной скоростью, может быть легко найден из площади трапеции:

$$S = 400 \text{ м} = 10 \left(\frac{t_1 + 60}{2} \right),$$

откуда $t_1 = 20 \text{ с}$ и путь S_1 , пройденный на скорости 36 км/ч, равен 200 м.

1.22. Наибольшую скорость имел первый поезд, она равнялась 80 км/ч.

1.23. Задачу легко решить, если построить графики зависимостей скоростей $V_{1,2}(t)$ для первой и второй электричек (см. рисунки).



К задаче 1.23

Получившиеся равнобедренные трапеции имеют равные площади (электрички проходят одинаковые расстояния S) и равные высоты (одинаковы максимальные скорости электричек). Кроме того, на рисунках указаны площади двух треугольников и прямоугольника, из которых составляется каждая трапеция. Для первой трапеции площади треугольников и прямоугольника равны по условию, откуда, как следствие, получаются моменты $0,4t_1$ и $0,6t_1$, в которые меняется характер движения первой электрички.

Из равенства путей (и площадей трапеций) получаем первое уравнение:

$$\frac{1}{2}V_{\max}(t_1 + 0,2t_1) = \frac{1}{2}V_{\max}(t_2 + \frac{1}{3}t_2). \quad (1)$$

Второе уравнение получается из соотношения между временами движения электричек (в минутах):

$$t_1 = t_2 + 2. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) можно найти, например, время движения первой электрички:

$$t_1 = 20 \text{ мин} = \frac{1}{3} \text{ часа},$$

откуда

$$S = \frac{1}{2}V_{\max}(t_1 + 0,2t_1) = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot \left(\frac{6}{15}\right) = 14 \text{ км}.$$

1.24. Обозначив начальную скорость и ускорение соответственно как V_0 и a , для двух последовательных отрезков пути имеем, что

$$S_1 = V_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2},$$

$$S_2 = (V_0 + at_1) t_2 + \frac{at_2^2}{2}.$$

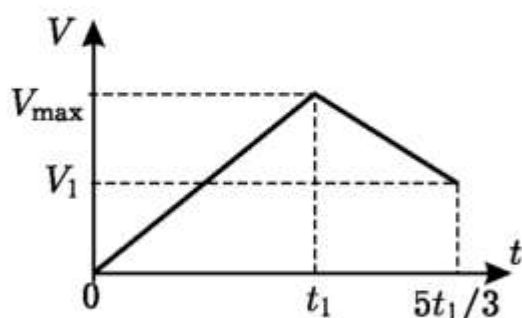
Поделив первое соотношение на t_1 , а второе на t_2 , после вычислений исключаем V_0 :

$$\frac{S_2}{S_2} - \frac{S_1}{t_1} = at_1 + \frac{at_2}{2} - \frac{at_1}{2}.$$

Из этого уравнения легко находится ускорение:

$$a = \frac{2(S_2 t_1 - S_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}.$$

1.25. Задачу легко решить, построив график зависимости скорости тела от времени. Поскольку пути, пройденные на участках разгона и торможения одинаковы, одинаковы и площади под графиком на этих участках (площадь треугольника равна площади трапеции). Выразим средние скорости $V_{1\text{cp}}$ и $V_{2\text{cp}}$ на участках разгона и торможения через максимальную скорость V_{max}



К задаче 1.25

и конечную V_1 : $V_{1\text{cp}} = V_{\text{max}}/2$, $V_{2\text{cp}} = (V_{\text{max}} + V_1)/2$. Поскольку средние скорости, по условию, отличаются в 1,5 раза, можно V_1 выразить через V_{max} : $V_1 = V_{\text{max}}/2$. Так как пути разгона и торможения одинаковы, а средние скорости отличаются в 1,5 раза, то во столько же раз отличаются

отрезки времен, когда идёт разгон и торможение (это отражено и на графике). Выражая величины ускорений a_1 и a_2 на участках разгона и торможения, находим их отношение:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{V_{\text{max}}}{t_1} \left(\frac{V_{\text{max}} - V_1}{2/3 t_1} \right)^{-1} = \frac{4}{3}.$$

1.26. Ускорение разгона в 2 раза больше ускорения торможения, а время разгона в 2 раза меньше.

1.27. Очевидно, что частица останавливается в конце четвертой секунды. Следовательно, средняя скорость за все время движения составляет 10 м/с, а пройденный путь равен 40 м.

1.28. $t_2 = \frac{3}{2}t_1 + \frac{2V_0}{a_0}.$

1.29. $V_x = 4\pi$ м/с.

1.30. Представим проекцию ускорения a_x в виде отношения приращения проекции скорости ΔV_x к соответствующему интервалу времени Δt : $a_x = \Delta V_x / \Delta t$. Умножив и поделив правую часть этого соотношения на Δx , получим для a_x выражение вида

$$a_x = V_x \frac{\Delta V_x}{\Delta x}.$$

Взяв значения V_x и $\Delta V_x / \Delta x$ из графика, данного в условии задачи, находим: $a_x(0) = 0$, $a_x(5) = 5$ м/с², $a_x(10) = -5$ м/с², $a_x(15) = 0$. Заметим, что в точках $x = 0$ и $x = 15$ м производная $\Delta V_x / \Delta x$ не определена (функция $V_x(x)$ имеет излом). Однако, из-за обращения в нуль скорости V_x значения ускорения в этих точках также равны нулю.

1.31. Частица будет иметь скорость $\sqrt{356} \text{ м/с} \approx 18,9 \text{ м/с}$.

1.32. Частица вернется через 8 с.

Указание. Данная в условии связь координаты и скорости соответствует движению с постоянным ускорением. Сопоставляя эту связь с формулой $V_x^2 - V_{0x}^2 = 2a_x \Delta x$, находим $a_x = -0,25 \text{ м/с}^2$, $V_{0x} = 1 \text{ м/с}$. **1.33.** Пройденный первым телом путь в $7/5$ раза больше, чем пройденный вторым телом.

1.34. Минимальный путь равен $10(\sqrt{2} - 1) \approx 4 \text{ м}$.

1.35. Перемещения доски и бруска относительно стола равны 1 м и 3 м соответственно.

1.36. Максимальное расстояние, на которое первая частица обгонит вторую, равно $\frac{V_0^2}{2(a_2 - a_1)}$. Вторая частица догонит первую через время $\frac{2V_0}{a_2 - a_1}$.

Указание. В момент времени t_1 , когда первая частица удалится от второй на максимальное расстояние, скорости частиц станут равными, т. е. $V_0 + a_1 t_1 = a_2 t_1$. Выражая отсюда t_1 , находим максимальное расстояние по формуле

$$S_{\max} = V_0 t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2} - \frac{a_2 t_1^2}{2}.$$

Время t_2 , через которое вторая частица догонит первую, находим из условия

$$V_0 t_2 + \frac{a_1 t_2^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2}.$$

1.37. Частицы смогут оказаться в одной точке, если скорость второй частицы не меньше, чем $V_0(\sqrt{2} - 1)$.

Указание. Один из способов решения — приравнять координаты частиц в момент времени t и наложить условие совпадения корней получившегося квадратного уравнения для t .

1.38. Частицы окажутся на минимальном расстоянии $L/2$ в момент времени $L/(2V_0)$.

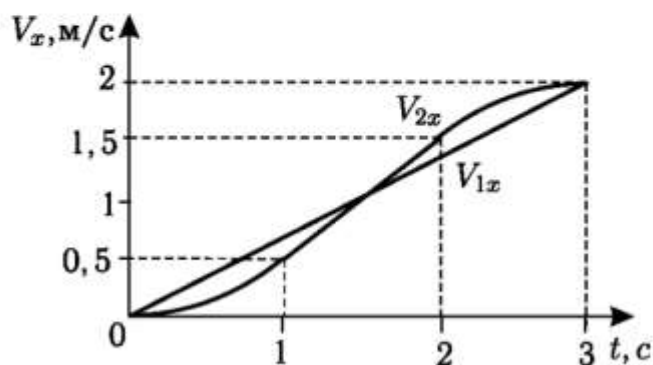
1.39. Частицы разойдутся на максимальное расстояние $2V_0^2/(3a)$.

1.40. $\tau = \sqrt{2} \frac{V_0}{a}$, столкновение происходит в момент времени $t = \tau + \frac{V_0}{a} = (1 + \sqrt{2}) \frac{V_0}{a}$.

Указание. Наиболее позднее столкновение произойдет в точке, где вторая частица максимально смещена в отрицательном направлении оси x .

1.41. Наименьшее начальное расстояние равно 8 м.

1.42. Для решения задачи целесообразно построить графики зависимости скоростей частиц от времени. При этом воспользуемся тем, что нахождение зависимости скорости $V_x(t)$ по графику $a_x(t)$ аналогично задаче отыскания зависимости $x(t)$ по графику $V_x(t)$. Построение начнем со второй частицы, график $a_x(t)$ для которой приведён в условии задачи. График $V_{2x}(t)$ состоит из участков двух парабол (на первой и третьей секундах), которые одинаковы, но перевернуты, и отрезка прямой (на второй секунде). Ход этого графика легко понять, если, пользуясь ука-



К задаче 1.42

занной выше аналогией, представлять его как график $x(t)$, построенный по графику $V_x(t)$, который копирует данный в условии график $a_x(t)$.

Значение скорости V_{2x} в любой момент времени находится как площадь под соответствующим участком графика $a_x(t)$: например, в момент $t = 1$ с скорость $V_{2x} = 0,5$ м/с, в момент $t = 2$ с скорость $V_{2x} = 1,5$ м/с, в момент $t = 3$ с скорость $V_{2x} = 2$ м/с. Легко построить и график $V_{1x}(t)$. Это прямая (т. к. $a_1 = \text{const}$), проведенная из начала координат в конечную точку графика $V_{2x}(t)$ (см. рис.). По наклону этого графика находим, что

$$a_{1x} = \frac{2}{3} \text{ м/с}^2.$$

Для нахождения путей частиц используем то, что они движутся только в положительном направлении оси x , и за любой промежуток времени пройденный каждой частицей путь равен площади под соответствующим участком графика ее скорости $V_x(t)$. Таким образом, легко видеть, что пути, пройденные за вторую секунду, одинаковы для обеих частиц. Этот путь равен площади трапеции под любым из графиков:

$$S = \frac{1}{2} (0,5 + 1,5) \cdot 1 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \right) \cdot 1 = 1 \text{ м.}$$

Путь, пройденный частицами за три секунды, также одинаков, что легко видеть из хода графиков. Его следует найти для первой частицы (площадь треугольника), таким же будет и путь второй частицы:

$$S_{\text{общ}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ м.}$$

1.43. Построим график $V_x(t)$ для второй частицы (см. рис.). Из графика видно, что скорость этой частицы при $t \geq 3\tau$ равна $a_0\tau$. Поскольку при $t \geq \tau$ расстояние между частицами не меняется, то $a_0\tau = V$. Используя график $V_x(t)$, выразим координату x_2 второй частицы в момент $t = 3\tau$ через a_0 и τ :

$$x_2 = L - \frac{a_0\tau^2}{2}.$$

В этот же момент координата x_1 первой частицы равна $3V\tau$. Учитывая, что с момента $t = 3\tau$ расстояние между частицами постоянно и равно $L/2$, приходим к уравнению

$$L - \frac{a_0\tau^2}{2} - 3V\tau = \frac{L}{2}.$$

Подставляя в это уравнение соотношение $a_0\tau = V$, находим

$$\tau = \frac{L}{7V}, \quad a_0 = \frac{7V^2}{L}.$$

1.44. Наименьшая скорость равна $(\sqrt{22} - 4) a\tau$.

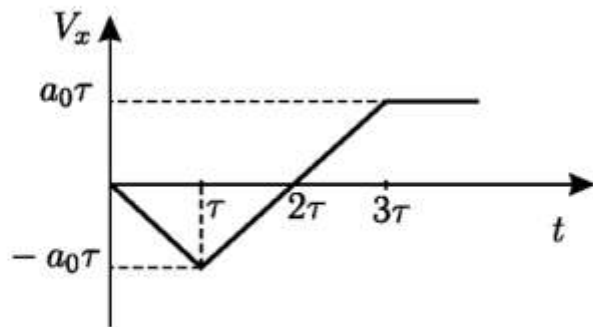
1.45. Из условия задачи ясно, что от точки бросания до верхней точки камень проходит 10 м (и 30 м пролетает вниз от высшей точки до земли). Следовательно, времена подъёма t_1 и t_2 находятся из соотношений:

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2}, \quad h_2 = \frac{gt_2^2}{2},$$

где $h_1 = 10$ м и $h_2 = 30$ м. Таким образом, полное время полёта камня равно:

$$t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \approx 3,9 \text{ с.}$$

1.46. Тело находилось на высоте $3H/4$.



К задаче 1.43

1.47. Максимальная высота подъёма мяча над землей равна 11,25 м.

1.48. Поскольку в конце первой и третьей секунд скорость летящего по вертикали тела оказалась одинаковой по модулю, в эти два момента тело было на одной высоте от земли (это ясно хотя бы из закона сохранения энергии). Следовательно, полёт до верхней точки траектории от момента бросания занимает 2 секунды (1 секунда до указанной в условии высоты плюс еще 1 секунда до высшей точки). Тогда максимальная высота подъёма $h_{\max}$ равна

$$h_{\max} = g \frac{2^2}{2} \approx 20 \text{ м},$$

где ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

1.49. $V_0 = g\sqrt{3}/(\sqrt{3} + 1) \approx 6,2 \text{ м/с}$, где ускорение свободного падения $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$

1.50. Понятно, что тело было брошено вверх из точки, находящейся на некоторой высоте над землей. Обозначим через h и t соответственно начальную высоту тела над землей и время его подъёма от начальной до наивысшей точки. Учитывая, что максимальная высота подъёма тела над землей равна $h + gt^2/2$, где g — ускорение свободного падения, а время падения с этой высоты до земли составляет $(4 - t)$ с, получаем уравнение

$$h + \frac{gt^2}{2} = \frac{g(4 - t)^2}{2}.$$

Второе уравнение составим, исходя из условия, что за первые 3 с полёта тело пролетело половину своего полного пути:

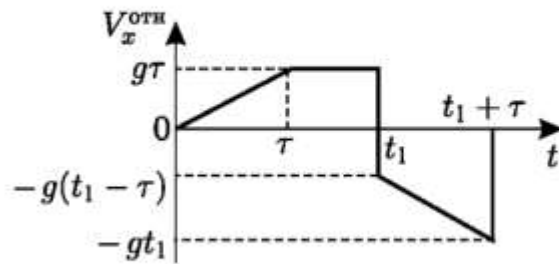
$$\frac{gt^2}{2} + \frac{g(3 - t)^2}{2} = \frac{1}{2} (h + gt^2).$$

Из системы двух уравнений находим начальную высоту $h = 4g \approx 40 \text{ м}$ и время подъёма тела от начальной до наивысшей точки $t = 1 \text{ с}$. Максимальная высота тела над землей равна $h_{\max} = h + gt^2/2 \approx 45 \text{ м}$.

1.51. При $V_0 > \sqrt{2gH}$ запаздывание должно равняться нулю, а максимальное расстояние между телами равно $V_0\sqrt{2H/g}$. При $V_0 < \sqrt{2gH}$ запаздывание должно равняться $\sqrt{2H/g} - V_0/g$, а максимальное расстояние между телами равно $H + V_0^2/(2g)$.

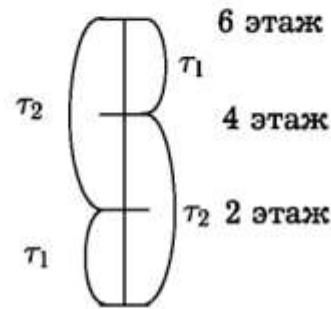
Указание. Расстояние между телами достигает максимума в момент, когда тело, падающее без начальной скорости, коснется земли.

1.52. График зависимости относительной скорости $V_{x\text{отн}}$ (ось x направлена вниз) от времени представлен на рисунке. Здесь $t_1 = \sqrt{2H/g}$ — момент падения первого тела, где g — ускорение свободного падения.



К задаче 1.52

1.53. Вначале решим задачу, пренебрегая сопротивлением воздуха. Ясно, что мяч, отпущенный с 6-го этажа, упадет на землю первым, поскольку на высотах 4-го и 2-го этажей, где два других мяча только начинают движение, он уже имеет скорость; ускорения же всех мячей одинаковы. Далее, обозначим время падения 1-го мяча с 6-го до 4-го этажа через τ_1 , а с 6-го до 2-го — через τ_2 (см. рис.). Время падения до земли 2-го мяча, отпущенного с 4-го этажа, очевидно, также равно τ_2 , а время падения до земли 3-го мяча, отпущенного со 2-го этажа, равно τ_1 . Считая, что 1-й мяч начал движение с 6-го этажа в момент $t = 0$, находим, что 2-й мяч начал движение в момент $t = \tau_1$ и ударится о землю в момент времени $t = \tau_1 + \tau_2$, а 3-й мяч начал движение в момент $t = \tau_2$ и ударится о землю в момент $t = \tau_2 + \tau_1$. Таким образом, 2-й и 3-й мячи упадут на землю одновременно.



К задаче 1.53

Рассмотрим теперь влияние сопротивления воздуха. Понятно, что первым по-прежнему ударится о землю «запускающий» мяч, отпущенный с 6-го этажа. Одновременность ударов о землю двух других мячей не нарушится. Действительно, хотя промежутки времени τ_1 , τ_2 и возрастут, однако, удары этих мячей о землю по-прежнему произойдут в один момент времени $t = \tau_1 + \tau_2$.

1.54. Очевидно, камень должен быть брошен вверх с некоторой высоты над землей. Действительно, при этом вторую половину пути камень проходит разогнавшись, т.е. имея большую, чем на первой половине, среднюю скорость. Пусть t_1 — время полёта до верхней точки, а t_2 — время падения от этой точки до середины пути. Тогда

$$\frac{gt_1^2}{2} + \frac{gt_2^2}{2} = gt_2t_3 + \frac{gt_3^2}{2},$$

где $t_3 = 1$ с, а g — ускорение свободного падения. Выразим отсюда время t_1 :

$$t_1 = \sqrt{2t_2t_3 + t_3^2 - t_2^2}.$$

Чтобы время полёта было максимально, должна быть максимальна и сумма

$$t_1 + t_2 = t_2 + \sqrt{2t_2t_3 + t_3^2 - t_2^2}.$$

Приравнивая к нулю производную от этого выражения по t_2 , получаем

$$1 + \frac{t_3 - t_2}{\sqrt{2t_2t_3 + t_3^2 - t_2^2}} = 0,$$

откуда, подставляя $t_3 = 1$ с, находим $t_2 = 2$ с. Тогда из выражения для t_1 получаем, что $t_1 = 1$ с, а общее максимальное время равно 4 секундам. Такое время полёта достигается при бросании камня вверх с высоты $h \approx 40$ м с начальной скоростью $v_0 \approx 10$ м/с.

1.55. Ясно, что отношение L_1/L_2 расстояний, пройденных вертикально брошенным телом соответственно за первую и вторую секунды полёта, достигает максимума, примерно равного 4, в том случае, когда время подъёма тела до верхней точки близко к 1,5 с. Действительно, если это время точно равно 1,5 с, то тело имеет минимальную среднюю скорость на второй секунде полёта, так что L_2 минимально. Однако, сделав время подъёма несколько больше 1,5 с, можно выиграть в отношении L_1/L_2 за счет большего роста L_1 в сравнении с L_2 .

Перейдем теперь к строгому решению задачи. Обозначим через t интервал времени в начале второй секунды, затраченный на подъём (в момент $t + 1$ тело достигает верхней точки). Для путей L_1 и L_2 имеем выражения

$$L_1 = g(t + 0,5), \quad L_2 = g(t^2 - t + 0,5),$$

где g — ускорение свободного падения. Для удобства анализа исследуем обратное отношение

$$\frac{L_2}{L_1} = t - \frac{3}{2} + \frac{5}{2(t + 1)},$$

которое представим в виде

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\sqrt{5}}{2} \left[\frac{2(t + 0,5)}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2(t + 0,5)} \right] - 2.$$

Минимальное значение выражения в квадратных скобках равно 2 (согласно неравенству Коши) и достигается при

$t = (\sqrt{5} - 1)/2$ (этот же результат можно получить, исследуя отношение L_2/L_1 на минимум с помощью производной). Таким образом, максимальное значение отношения L_1/L_2 составляет

$$\left(\frac{L_1}{L_2}\right)_{\max} = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \approx 4,24$$

и достигается при времени подъёма $(\sqrt{5} + 1)/2 \approx 1,62$ с, что соответствует начальной скорости $V_0 = g(\sqrt{5} + 1)/2 \approx 15,9$ м/с.

1.56. Обозначим время подъёма тела до верхней точки через t_1 , а время падения от верхней точки до земли через t_2 . Тогда соотношение, указанное в условии задачи, можно записать в виде

$$\frac{gt_1^2}{2} + \frac{g\left(\frac{t_2+t_1}{2} - t_1\right)^2}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{gt_1^2}{2} + \frac{gt_2^2}{2} \right),$$

где g — ускорение свободного падения. Данное соотношение выполняется в двух случаях: при $t_1 = 0$ и $t_1 = t_2/2$. Учитывая, что максимальная высота $H = \frac{gt_2^2}{2}$, а начальная высота $h = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}$, находим для отношения высот H/h два значения: 1 и 4/3.

1.57. Время запаздывания равнялось $2V_0/(3g)$, где g — ускорение свободного падения. Максимальным расстояние между телами было в момент начала движения второго тела и составляло $4V_0^2/(9g)$.

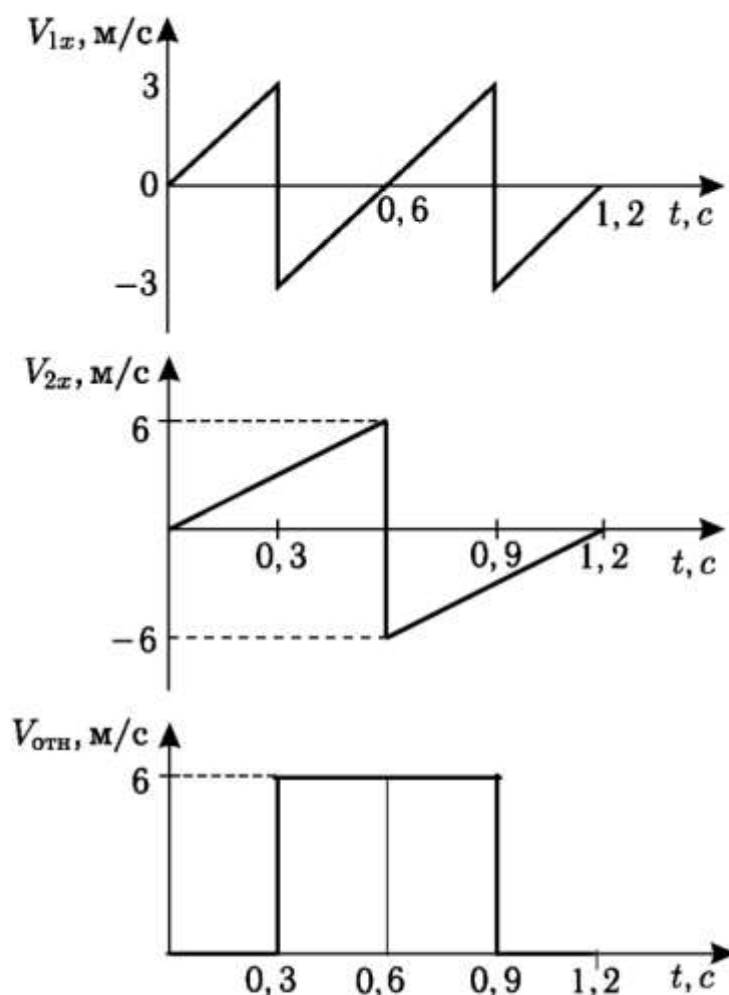
1.58. Первый раз мячи столкнутся на высоте, равной $H \frac{(4\sqrt{2} - 1)}{8} \approx 0,58H$, а второй раз — на высоте $7H/8$.

Указание. Проще всего решать задачу путем построения графиков зависимостей от времени скоростей мячей. По первым двум точкам пересечения графиков можно определить моменты рассматриваемых столкновений. При построении графиков следует учесть, что в результате абсолютно упругого центрального удара двух одинаковых мячей происходит обмен скоростями.

1.59. Для построения искомого графика модуля относительной скорости шариков построим вначале графики проекций скоростей каждого из шариков на ось x , которую направим вертикально вниз (см. рис.). При построении учтено, что времена падения t_1 и t_2 первого и второго шариков (до удара о плиту)

равны $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0,3$ с, $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 0,6$ с, где $h_1 = 0,45$ м и $h_2 = 1,8$ м, а ускорение свободного падения g принято равным 10 м/с². По графикам проекций скоростей $V_{1x}(t)$ и $V_{2x}(t)$

строим график $V_{\text{отн}}(t) = |V_{1x}(t) - V_{2x}(t)|$. Вертикальный участок при $t = 0,6$ с отражает тот факт, что при абсолютно упругом ударе скорость шарика меняет направление, проходя через нулевое значение.



К задаче 1.59

1.60. После большого числа подскоков мяч, упавший с большей высоты, пройдет в $\sqrt{2}$ больший путь.

1.61. Разница путей, пройденных мячами, максимальна в моменты времени $(2n + 1) 2\sqrt{\frac{H}{g}}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

1.62. Легко понять, что минимум кинетической энергии достигается в высшей точке траектории, когда обращается в нуль вертикальная компонента скорости брошенного тела. Поскольку при полёте в поле силы тяжести горизонтальная компонента скорости $V_{\text{гор}}$ сохраняется, можно записать:

$$m \frac{V_{\text{гор}}^2}{2} = \frac{1}{4} m \frac{(V_{\text{гор}}^2 + V_{0\text{верт}}^2)}{2},$$

где $V_{0\text{верт}}$ — начальное значение вертикальной проекции скорости. Отсюда следует, что $V_{\text{гор}} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{0\text{верт}}$. Из условия, что через 1 секунду вертикальная скорость обратилась в нуль, находим

$$0 = V_{0\text{верт}} - g \cdot 1 \text{ с},$$

где g — ускорение свободного падения, откуда

$$V_{0\text{верт}} = g \cdot 1 \text{ с} \approx 10 \text{ м/с}.$$

Учитывая найденную выше связь $V_{\text{гор}}$ и $V_{0\text{верт}}$, а также то, что весь полёт длится 2 секунды, находим дальность L :

$$L = V_{\text{гор}} t_{\text{пол}} \approx \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 12 \text{ м}.$$

1.63. Начальная скорость тела равна $g\sqrt{17}/4$, где g — ускорение свободного падения.

1.64. Приравнявая высоты в моменты времени t_1 и t_2 , находим начальную скорость тела $V_0 = g(t_1 + t_2)/(2 \sin \alpha)$, где g — ускорение свободного падения. Перемещение S за промежуток $t_2 - t_1$ направлено по горизонтали и равно $S = V_0(t_2 - t_1) \cos \alpha = g(t_2^2 - t_1^2)/2 \operatorname{ctg} \alpha$.

1.65. Тело было брошено с высоты 4,8 м. Максимальная высота подъёма тела над землей равнялась 7,7 м.

1.66. Нормальное ускорение a_n можно записать в виде $a_n = \omega V$, где V — модуль скорости тела, а ω — угловая скорость вращения вектора скорости. Отсюда $\omega = a_n/V$ и максимальна в высшей точке траектории, где a_n максимально и равно ускорению свободного падения g , а V — минимальна и равна $V_0 \cos \alpha$. Таким образом, $\omega_{\max} = g/(V_0 \cos \alpha)$.

1.67. Пусть V_0 — начальная скорость камня, α — угол, под которым его бросили, а g — ускорение свободного падения. Тогда время полёта t и дальность полёта L будут даваться выражениями

$$t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g},$$

$$L = (V_0 \cos \alpha) t = \frac{2V_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha.$$

Если α_1 и α_2 — искомые углы (пусть α_1 — меньший из них), то по условию задачи

$$\frac{2V_0 \sin \alpha_1}{g} \sqrt{3} = \frac{2V_0 \sin \alpha_2}{g},$$

$$\frac{2V_0^2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{g} = \frac{2V_0^2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{g}.$$

Проведя сокращения в этих равенствах, найдем, что

$$\sqrt{3} \sin \alpha_1 = \sin \alpha_2, \quad (1)$$

$$\cos \alpha_1 = \sqrt{3} \cos \alpha_2. \quad (2)$$

Из системы уравнений (1)–(2) можно получить значение, например, $\sin \alpha_1$. Поделим равенство (2) на $\sqrt{3}$, возведем в квадрат равенства (1) и (2) и сложим левые и правые части:

$$3 \sin^2 \alpha_1 + \frac{\cos^2 \alpha_1}{3} = 1.$$

Учитывая, что $\cos^2 \alpha_1 = 1 - \sin^2 \alpha_1$, получаем уравнение для $\sin \alpha_1$:

$$3 \sin^2 \alpha_1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha_1 = \frac{2}{3},$$

откуда

$$\sin \alpha_1 = \frac{1}{2}$$

и $\alpha_1 = 30^\circ$. Тогда

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

и $\alpha_2 = 60^\circ$.

1.68. Время полёта при втором броске было 2 с.

1.69. Камень был брошен под углами 15° , 75° .

1.70. Начальная скорость мины

$$V_0 = \frac{10g}{\sqrt{9 \sin^2 75^\circ - 8}} \approx 156 \text{ м/с},$$

где g — ускорение свободного падения.

Указание. В момент, когда удаление мины сменяется приближением (и наоборот), радиус-вектор, проведенный из точки выстрела к мине, перпендикулярен вектору скорости мины.

1.71. Поскольку в обоих случаях тело движется по одинаковым траекториям, а в первом случае движение его происходит в поле силы тяжести, значит траекториями тела являются две одинаковые параболы с вершинами в верхней точке (см. рис. — точка 1). Воспользуемся выражением для нормального ускорения a_n :

$$a_n = \frac{V^2}{R},$$

где V — скорость тела, а R — радиус кривизны траектории.

Рассмотрим первый случай — движение под действием силы тяжести. В точке 1 нормальное ускорение a_{n1} равно ускорению свободного падения g , поскольку в этой точке полное ускорение совпадает с нормальным. В точке 2 нормальное ускорение a_{n2} может быть найдено путем проектирования полного ускорения g на нормаль:

$$a_{n2} = \frac{V_2^2}{R_2} = g \cos 45^\circ = g \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Учитывая, что при движении в поле силы тяжести сохраняется горизонтальная компонента скорости (она равна скорости V_1 в точке 1), находим, что

$$V_2 = \frac{V_1}{\cos 45^\circ} = V_1 \sqrt{2}.$$

Таким образом,

$$a_{n2} = 2 \frac{V_1^2}{R_2} = g \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (1)$$

Рассмотрим теперь второй вариант движения — движение по параболе с постоянной скоростью. В этом случае ускорение тела будет иметь только нормальную составляющую. Обозначим ускорение тела в точках 1 и 2 через a'_1 и a'_2 соответственно. Поскольку в точке 1, по условию, в обоих вариантах движения скорости совпадают, а радиусы кривизны из-за эквивалентности парабол вообще равны для любой пары эквивалентных точек, то

$$a'_1 = \frac{V_1^2}{R_1} = a_{n1} = g.$$

Для точки 2 имеем:

$$a'_2 = \frac{(V_2')^2}{R_2} = \frac{V_1^2}{R_2}. \quad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), находим окончательный результат:

$$a'_2 = g \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

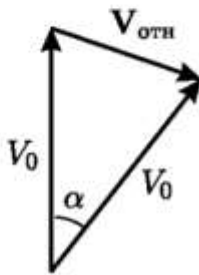
1.72. Осколки начнут попадать в стену через время $2 \sin 15^\circ \sqrt{2L/g}$. Промежуток времени, в течение которого осколки ударяются о стену, равен $2\sqrt{L/g}$. Максимальная высота области поражения стены осколками равна $3L/4$.

1.73. Наименьшая скорость перед столкновением у брошенного с земли камня будет при начальной скорости $\sqrt{\sqrt{2} g H}$.

1.74. Для решения задачи удобно использовать вектор относительной скорости. Пока оба тела находятся в полёте, этот вектор остается постоянным и равным $2V_0 \sin(\alpha/2)$ (см. рис.), где α — угол между векторами скорости брошенных тел в начальный момент. Ясно, что пока оба тела находятся в полёте, расстояние L между ними линейно нарастает со временем. В момент падения наклонно брошенного тела на землю это расстояние достигает значения

$$L = 2V_0 \frac{2V_0 \cos \alpha}{g} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4V_0^2}{g} \left(\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) \sin \frac{\alpha}{2},$$

где g — ускорение свободного падения.



К задаче 1.74

Исследуем данное выражение на максимум. Взяв производную по $\alpha/2$ и приравняв ее к нулю, находим, что L достигает максимального значения

$$L^* = \frac{8V_0^2}{3g\sqrt{6}}$$

при $\alpha = \alpha^*$, где $\sin(\alpha^*/2) = 1/\sqrt{6}$, т. е. при $\alpha^* \approx 48^\circ$. Для полного анализа зада-

чи необходимо проверить, куда движется вертикально брошенное тело в момент падения тела, брошенного под углом α^* к вертикали. Сравнивая время полёта вертикально брошенного тела до высшей точки $t_1 = V_0/g$ с полным временем полёта тела, брошенного под углом α^* , $t_2 = 2(V_0/g) \cos \alpha^* = 4V_0/3g$, находим, что $t_1 < t_2$. Таким образом, вертикально брошенное тело движется вниз, и дальше расстояние между телами будет только убывать.

1.75. Угол между векторами начальных скоростей был равен 90° .

1.76. Осколки полётели под углом 45° .

1.77. Последним, через время $t = 2V_0/(g \cos \alpha)$, упадет осколок, полётевший перпендикулярно склону горы (g — ускорение свободного падения).

1.78. Поскольку в процессе полёта горизонтальная составляющая скорости сохраняется, то в начальный момент горизонтальная составляющая скорости мяча равна V , а вертикальная составляющая скорости — $V \operatorname{tg} \alpha$. Тогда время полёта мяча находим как $t = \frac{V}{g} \operatorname{tg} \alpha$, где g — ускорение свободного падения.

1.79. На расстоянии $\frac{4V_0^2}{g} \sin \alpha$, где g — ускорение свободного падения.

1.80. В системе отсчёта с началом в точке бросания, горизонтальной осью x (направлена «внутри» горы) и вертикальной осью y координаты камня, брошенного вверх, выражаются формулами

$$x = V_0 t \cos \alpha, \quad y = V_0 t \sin \alpha - gt^2/2$$

(α — угол между V_0 и осью x , g — ускорение свободного падения). Отсюда следует, что

$$x^2 + y^2 + gyt^2 + g^2 t^4/4 = V_0^2 t^2.$$

Обозначая дальность полёта вдоль горы через L_1 и выражая координаты точки падения по формулам $x = L_1 \cos 30^\circ$, $y = L_1 \sin 30^\circ$, получим из этого уравнения соотношение вида

$$g^2 t^4/4 + (gL_1 \sin 30^\circ - V_0^2) t^2 + L_1^2 = 0.$$

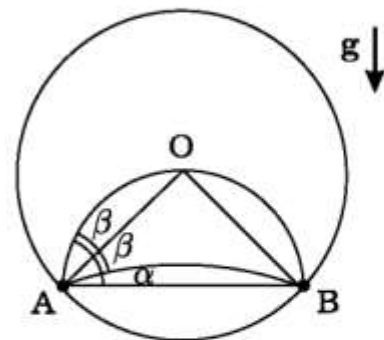
Рассматривая данное уравнение как биквадратное относительно t и учитывая, что для максимальной дальности полёта $L_{1\max}$ два корня этого уравнения должны совпасть, приравниваем дискриминант уравнения к нулю:

$$(gL_{1\max} \sin 30^\circ - V_0^2)^2 - g^2 L_{1\max}^2 = 0,$$

откуда находим $L_{1\max} = V_0^2/[g(1 + \sin 30^\circ)]$. Для тела, брошенного вниз, аналогично получаем $L_{2\max} = V_0^2/[g(1 - \sin 30^\circ)]$. Максимальное расстояние между точками падения равно $L_{1\max} + L_{2\max}$, что для данных задачи составляет примерно 109 м.

1.81. Обозначим через α и β углы, которые скорость шарика, отскочившего от сферы в точке А, образует соответственно с горизонтом и радиусом ОА (см. рис.). Поскольку дальности полёта шарика по горизонтали для обеих парабол одинаковы, имеем равенство

$$\sin 2\alpha = \sin[2(\alpha + 2\beta)].$$



К задаче 1.81

В этом равенстве учтено, что при абсолютно упругом ударе о гладкую поверхность угол падения равен углу отражения. Учтём далее, что из того же равенства следует очевидное соотношение для аргументов синуса: $2(\alpha + 2\beta) = \pi - 2\alpha$, откуда $\alpha + \beta = \pi/4$.

Последнее равенство показывает, что радиусы ОА и ОВ образуют углы 45° с горизонтом, то есть скорости шарика, летящего по верхней параболе, вблизи А и В ориентированы под углом α к вертикали. Учтём теперь, что верхняя парабола проходит через центр сферы. Приравнивая время подъёма от точки В до центра О и время перемещения по горизонтали от В до центральной плоскости, имеем $\frac{R2\sqrt{2}}{2V \cos \alpha} = \frac{R\sqrt{2}}{2V \sin \alpha}$, то есть $2 \sin \alpha = \cos \alpha$. Таким образом, $\sin \alpha = 1/\sqrt{5}$, $\cos \alpha = 2/\sqrt{5}$. Скорость шарика в низших точках траектории можно найти из закона сохранения энергии: $V^2 \cos^2 \alpha = 2gR\sqrt{2}/2$, что даёт значение $V = \frac{\sqrt{gR}}{2} \sqrt[4]{50}$. Минимальная скорость у шарика будет в момент прохождения им точки О: $V_{\min} = V \sin \alpha = \frac{\sqrt{gR}}{\sqrt[4]{8}}$. Радиус кривизны в верхней точке верхней параболы равен $R_1 = \frac{(V \sin \alpha)^2}{g} = \frac{R}{2\sqrt{2}}$. Радиус кривизны в верхней точке нижней параболы равен $R_2 = (V \cos \alpha)^2/g = R\sqrt{2}$.

1.82. $\alpha = 60^\circ$.

1.83. Изменение проекции скорости V_x со временем численно равно площади под графиком $a_x(t)$. Максимальное значение модуля V_x может достигаться только в один из трех моментов: 3 с, 10 с или 12 с. Учитывая, что $V_x(0) = 0$, находим: $V_x(3) = 2$ м/с, $V_x(10) = -4$ м/с и $V_x(12) = -3$ м/с. Таким образом, полная скорость $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ достигает максимального значения 5 м/с в момент времени 10 с.

1.84. Общий путь, пройденный частицей за 4 секунды, можно найти как сумму путей, пройденных за первую, вторую, третью и четвертую секунды. Как видно из графиков проекций скорости, в течение первой секунды частица движется только по оси x , причем равноускоренно. Поэтому путь S_1 , пройденный за первую секунду, равен

$$S_1 = V_{x \text{ ср}} \cdot 1 \text{ м/с} = \frac{1}{2} V_{x \text{ max}} \cdot 1 \text{ м/с} = 0,5 \text{ м}$$

($V_{x \text{ max}} = 1$ м/с). В течение второй секунды частица движется равномерно со скоростью V_2 , равной

$$V_2 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{2} \text{ м/с}.$$

Путь S_2 , пройденный за вторую секунду, равен

$$S_2 = \sqrt{2} \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} = \sqrt{2} \text{ м.}$$

Путь, пройденный за третью секунду, когда частица движется только вдоль оси y , равен

$$S_3 = 1 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ м.}$$

За четвертую секунду частица проходит путь

$$S_4 = 1 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ м.}$$

Общий путь равен

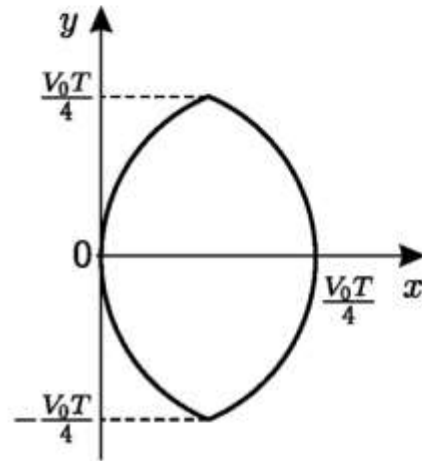
$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \approx 3,9 \text{ м.}$$

1.85. Построим вначале траекторию частицы. Для этого необходимо записать зависимости $x(t)$ и $y(t)$, затем исключить время t и выразить x через y . В результате получим траекторию в виде двух состыкованных парабол (см. рис.): левой — с уравнением

$$x = \frac{2y^2}{V_0 T}$$

и правой — с уравнением

$$x = \frac{V_0 T}{4} - \frac{2y^2}{V_0 T}.$$



К задаче 1.85

По левой параболе частица движется в течение первой и последней четвертей периода T , а по правой — второй и третьей четвертей. В момент времени $t = T/2$, для которого требуется найти радиус кривизны траектории, частица пересекает ось x в точке $V_0 T/4$. В этот момент скорость частицы равна V_0 ($V_x = 0, V_y = -V_0$), а ускорение равно $4V_0/T$ ($a_x = -4V_0/T, a_y = 0$) и является нормальным. Тогда из формулы для нормального ускорения следует, что радиус кривизны траектории в момент времени $t = T/2$ равен $R = V_0 T/4$. Из рисунка видно, что радиус кривизны будет таким же и в начале координат.

1.86. Из рисунка к решению задачи 1.85 ясно, что максимальными радиусы кривизны будут на участках парабол, примыкающих к точкам излома траектории (в самих этих точках радиус не определен). Например, в момент времени $t \approx T/4$ $V_x = V_0, V_y = V_0$, и, следовательно, полная скорость равна $V_0\sqrt{2}$ и направлена под углом 45° к любой из осей. Ускорение частицы

в этот момент равно $4V_0/T$ и направлено вдоль оси x . Проектируя ускорение на направление скорости, находим нормальное ускорение $a_n = a_x \cos 45^\circ = 2\sqrt{2} V_0/T$. Выражая радиус кривизны через a_n и полную скорость, получаем

$$R_{\max} = \frac{V_0 T}{\sqrt{2}}.$$

1.87. Поскольку движение точки происходит с постоянным тангенциальным ускорением, скорости в конце и в начале полуокружности связаны соотношением

$$(2V_0)^2 - V_0^2 = 2a_\tau S,$$

где a_τ — тангенциальное ускорение, а S — пройденный путь ($S = \pi R$). Находя из данного соотношения a_τ , определяем время движения по полуокружности:

$$t = \frac{2V_0 - V_0}{a_\tau} = \frac{2\pi R}{3V_0}.$$

Средние значения проекций искомых величин находятся из формул

$$\begin{aligned} a_{x\text{ ср}} &= \frac{\Delta V_x}{t} = \frac{0 - 0}{t} = 0, \\ a_{y\text{ ср}} &= \frac{\Delta V_y}{t} = \frac{-2V_0 - V_0}{t} = -\frac{9V_0^2}{2\pi R}, \\ V_{x\text{ ср}} &= \frac{\Delta x}{t} = \frac{2R}{t} = \frac{3V_0}{\pi}, \\ V_{y\text{ ср}} &= \frac{\Delta y}{t} = \frac{0 - 0}{t} = 0. \end{aligned}$$

1.88. Для определения полного ускорения шарика найдем нормальное и тангенциальное ускорения. Тангенциальное ускорение a_τ постоянно по величине на участках разгона и торможения и равно 1 м/с^2 . Нормальное ускорение a_n тем больше, чем больше скорость шарика. Его максимальное значение составляет 1 м/с^2 . Полное ускорение шарика $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, очевидно, будет максимальным в моменты времени, бесконечно близкие к промежуткам равномерного движения. В эти моменты тангенциальное ускорение еще остается равным 1 м/с^2 , а нормальное ускорение уже практически достигает максимума (тоже 1 м/с^2). Таким образом, $a_{\max} = \sqrt{2} \text{ м/с}^2$.

1.89. Поскольку на промежутке времени $0 < t < t_0$ частица имеет постоянное тангенциальное ускорение $a_\tau = V_m/t_0$, а на промежутке времени $t_0 < t < 2t_0$ такое же по абсо-

лутной величине, но противоположное по знаку тангенциальное ускорение, график зависимости пути от времени представляет собой две состыкованные параболы (см. рис.). Касательные к параболом в моменты $t = 0$ и $t = 2t_0$ ориентированы горизонтально (скорость в эти моменты равна нулю). Для нахождения времени t_1 , за которое частица проходит первую четверть окружности воспользуемся формулой

$$\frac{1}{4}V_m t_0 = \frac{a_\tau t_1^2}{2}.$$

Учитывая, что $a_\tau = V_m/t_0$, находим t_1 :

$$t_1 = \frac{t_0 \sqrt{2}}{2}.$$

Найдем теперь средние значения проекций a_x и V_x (ось x направлена по диаметру из начальной точки)

за первые t_0 секунд. Поскольку в начале и в конце промежутка $0 < t < t_0$ проекция V_x равна нулю, находим

$$a_{x\text{ср}} = 0.$$

Смещение по оси x за t_0 секунд равно диаметру окружности. Поэтому

$$V_{x\text{ср}} = \frac{V_m t_0}{\pi t_0} = \frac{V_m}{\pi}.$$

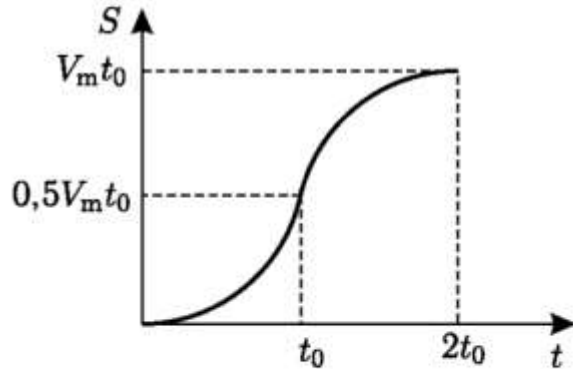
1.90. Первую четверть окружности частица пройдет за время $3t_0/8$, а $a_{x\text{ср}} = -\frac{V_m \sqrt{3}}{2t_0}$, $V_{x\text{ср}} = \frac{9V_m}{8\pi}$.

1.91. Учитывая, что проекции скорости частицы являются производными от соответствующих декартовых координат по времени, т.е. $V_x = x'$, $V_y = y'$, $V_z = z'$, находим

$$V_x = -\omega A \sin \omega t, \quad V_y = \omega A \cos \omega t, \quad V_z = \omega A.$$

По известным проекциям скорости находим ее модуль:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \\ &= \sqrt{(\omega A)^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) + (\omega A)^2} = \omega A \sqrt{2}. \end{aligned}$$



К задаче 1.89

Таким образом, частица движется с постоянной скоростью и, следовательно, путь, пройденный ею за время t_0 , равен $S = Vt_0 = \omega A\sqrt{2}t_0$.

1.92. Найдем компоненты скорости и ускорения точки путем дифференцирования по времени ее координат:

$$\begin{aligned} V_x &= -\omega A \sin \omega t, & V_y &= \omega A \cos \omega t, & V_z &= \omega A(1 - \omega t), \\ a_x &= -\omega^2 A \cos \omega t, & a_y &= -\omega^2 A \sin \omega t, & a_z &= -\omega^2 A. \end{aligned}$$

Из полученных формул находим скорость и ускорение:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \omega A \sqrt{1 + (1 - \omega t)^2}, \\ a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \omega^2 A \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Полное ускорение точки можно выразить также через нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

В момент $t_1 = 1/\omega$ скорость точки V достигает минимума, равного ωA (см. формулу для $V(t)$), а нормальное ускорение a_n — максимума, равного a (поскольку полное ускорение постоянно, а тангенциальное ускорение в этот момент обращается в нуль). Следовательно, в этот момент радиус кривизны траектории точки принимает минимальное значение

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{a} = \frac{(\omega A)^2}{\omega^2 A \sqrt{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}.$$

1.93. Обозначая угол между нитью и вертикалью в произвольный момент через α , из закона сохранения энергии находим выражение для нормального ускорения шарика a_n :

$$a_n = 2g \cos \alpha.$$

Из второго закона Ньютона находим тангенциальное ускорение a_τ :

$$a_\tau = g \sin \alpha.$$

Таким образом, полное ускорение равно

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = g \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}.$$

Легко понять, что минимум полного ускорения будет при $\alpha = \pi/2$, когда $\cos \alpha = 0$ и $a_{\min} = g$.

1.94. Обозначив длину нити через L , найдем из закона сохранения энергии нормальное ускорение a_n :

$$a_n = \frac{V^2}{L} = 2g \left(\cos \alpha - \frac{1}{2} \right).$$

В данном соотношении через α обозначен угол между нитью и вертикалью в произвольный момент времени и учтено, что $\cos 60^\circ = 1/2$. Тангенциальное ускорение шарика в момент, когда нить с вертикалью образует угол α , равно $g \sin \alpha$. При этом полное ускорение шарика a находим по формуле

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = g \sqrt{\sin^2 \alpha + 4 \left(\cos \alpha - \frac{1}{2} \right)^2} = \\ &= g \sqrt{3 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 2}. \end{aligned}$$

Рассматривая подынтегральное выражение как параболическую функцию $\cos \alpha$, находим абсциссу вершины параболы и минимальное значение ускорения a : $\cos \alpha = 2/3$, $a_{\min} = g \sqrt{2/3}$.

1.95. Поскольку интерес представляет только кинематическая часть задачи (динамика здесь очень простая), данная задача отнесена к кинематике. Свяжем подвижную ось x' с доской, направив её вдоль неподвижной оси x (вправо). Начало подвижной оси поместим на левом краю доски. В промежутке времени $0 \leq t \leq \tau$ скорость кубика в подвижной системе координат изменяется от $-V_0$ до нуля. Действительно, ускорение кубика относительно доски (и земли) равно μg , и за время τ кубик как раз перестанет скользить: по условию $V_0 = \mu g \tau$. За промежуток времени τ кубик сдвинется к левому краю на расстояние

$$S_1 = \mu g \tau^2 / 2 = V_0 \tau / 2 = L / 8.$$

Чтобы кубик не соскользнул с левого края, его начальная координата x'_0 должна удовлетворять неравенству

$$x'_0 > L / 8.$$

Рассмотрим теперь промежуток времени $\tau < t < 2\tau$. В момент $t = \tau$ скорость доски мгновенно изменяется от $+V_0$ до $-V_0$. Скорость кубика относительно земли в этот момент равна V_0 . Следовательно, начальная скорость кубика относительно доски на интервале $\tau < t < 2\tau$ будет $2V_0$. Смещение кубика вправо по доске за данный промежуток времени равно

$$S_2 = 2V_0 \tau - \frac{\mu g \tau^2}{2} = \frac{3}{8} L.$$

Чтобы не соскользнуть с правого края, необходимо, чтобы конечная координата кубика x' ($x' = x'_0 - L/8 + 3L/8$) была меньше L :

$$x'_0 - L/8 + 3L/8 < L.$$

В итоге для начальной координаты x'_0 кубика на доске получаем

$$L/8 < x'_0 < 3L/4.$$

1.96. Используя известные формулы для равнопеременного движения, составим уравнения для нахождения начальной скорости и ускорения шайбы: $V_0^2 = 2a \cdot 6$; $V_0 = 2a$. Отсюда находим: $V_0 = 6 \text{ м/с}$, $a = 3 \text{ м/с}^2$. Путь S_1 , пройденный шайбой за время τ ($\tau \leq 2 \text{ с}$), равен $S_1 = V_0\tau - a\tau^2/2$. Поскольку начальная скорость после повторного удара равна $a\tau$, встречный путь S_2 до остановки равен $S_2 = a\tau^2/2$. Расстояние между точкой старта шайбы и точкой ее конечной остановки равно $S_1 - S_2 = V_0\tau - a\tau^2$. Если $\tau > 2 \text{ с}$, то $S_1 - S_2 = 0$. Таким образом, искомый график состоит из участка параболы ($0 \leq \tau < 2 \text{ с}$) и горизонтальной прямой ($\tau > 2 \text{ с}$).

1.97. Время прохождения второй полосы в $(\sqrt{1,5} + 1)$ раз больше.

1.98. Время движения увеличится в $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2(\sqrt{6} - 1)} \approx 1,33$ раз.

1.99. Время соскальзывания бруска во втором случае в $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2(\sqrt{6} - 1)} \approx 1,33$ раз больше, чем в первом.

1.100. Из условия задачи ясно, что средняя скорость при подъёме в 2 раза больше средней скорости на участке спуска. Действительно, оба этапа движения (подъём и спуск) являются равнопеременными, а в этом случае средняя скорость, как известно, равна среднему арифметическому начального и конечного значений:

$$V_{1\text{cp}} = \frac{V + 0}{2} = \frac{V}{2} \quad (\text{подъём}),$$

$$V_{2\text{cp}} = \frac{0 + V/2}{2} = \frac{V}{4} \quad (\text{спуск}).$$

Поскольку пройденные вверх и вниз пути одинаковы, а средние скорости отличаются в 2 раза, время подъёма t_1 будет вдвое меньше времени движения t_2 вниз по доске:

$$t_1 = \frac{t_2}{2}.$$

Поскольку $t_1 + t_2 = 3$ с, то $t_1 = 1$ с.

1.101. Поскольку движение шайбы по наклонной плоскости происходит с постоянным ускорением (вниз — равноускоренное, вверх — равнозамедленное), легко связать пройденный шайбой путь и время ее движения с помощью средней скорости, которая для равнопеременного движения равна среднему арифметическому начального и конечного значений:

$$L = \frac{V}{2} t_1, \quad (1)$$

$$\frac{L}{2} = \frac{V}{2} t_2. \quad (2)$$

В соотношении (1), которое описывает движение вниз, V и t_1 — соответственно конечная скорость шайбы (перед ударом о стенку) и время ее движения; поскольку начальная скорость шайбы равнялась нулю, средняя скорость оказалась равной $V/2$. Соотношение (2) описывает скольжение шайбы вверх до остановки. Здесь учтено, что удар шайбы о стенку абсолютно упругий, и обратный путь, пройденный вверх до остановки, вдвое меньше пути вниз. Поделив левые и правые части равенств (1) и (2), находим связь времен движений вниз и вверх: $t_1 = 2t_2$.

Поскольку изменения скорости при движении вниз и вверх численно равны, то ускорения a_1 и a_2 для этих этапов движения также отличаются вдвое:

$$a_1 = a_2/2. \quad (3)$$

Из второго закона Ньютона можно выразить a_1 и a_2 через коэффициент трения μ и угол α :

$$a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \quad (4)$$

$$a_2 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha). \quad (5)$$

С учетом соотношения (3) из выражений (4) и (5) находим μ :

$$\mu = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \alpha.$$

Замечание. Соотношение (3) между ускорениями легко также получить и с помощью хорошо известной формулы кинематики:

$$V_x^2 - V_0^2 = 2a_x S_x.$$

1.102. Разложим начальную скорость V_0 на две взаимно перпендикулярные составляющие: одну — параллельную ребру клина ($V_0 \cos 60^\circ$), другую — перпендикулярную ребру клина ($V_0 \sin 60^\circ$). В процессе полёта не меняются первая составляющая

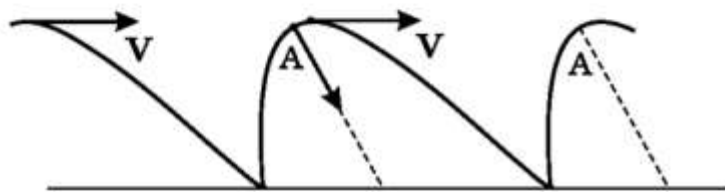
и горизонтальная проекция второй ($V_0 \sin 60^\circ \cos 30^\circ$). Поэтому $V^2 = V_0^2 \cos^2 60^\circ + V_0^2 \sin^2 60^\circ \cos^2 30^\circ$, откуда $V_0 = \frac{4V}{\sqrt{13}}$. За время полёта вертикальная составляющая ($V_0 \sin 60^\circ \sin 30^\circ$) обращается в нуль, следовательно, время полёта

$$t = \frac{V_0 \sin 60^\circ \sin 30^\circ}{g} = \sqrt{\frac{3}{13}} \frac{V}{g},$$

где g — ускорение свободного падения.

1.103. Ускорение груза в указанный момент равно $\frac{V^2}{h} \sin^3 \alpha$.

1.104. Динамическая часть задачи элементарна: ускорение тела как в неподвижной системе отсчёта, так и в инерциальной системе отсчёта, связанной с горкой, равно $g \sin \alpha$ и направлено под углом α к горизонту (вдоль горки). Известно, что при движении с постоянным ускорением ($a = \text{const}$) траекторией тела является парабола, ось симметрии которой параллельна вектору ускорения a .



К задаче 1.104

На рисунке изображена траектория тела в неподвижной системе, состоящая из участков парабол. Представлен случай,

когда $\sqrt{2gh} > V \cos \alpha$, где h — высота горки, и тело при движении проходит вершины парабол, обозначенные на рисунке буквами А. В высших (по отношению к земле) точках парабол скорость тела равна скорости горки V и направлена горизонтально. Отыскивая нормальное ускорение тела в верхней точке (вертикальную проекцию a), находим радиус кривизны траектории $R = V^2 / (g \sin^2 \alpha)$.

1.105. При выполнении неравенства $\sqrt{2gh} > V \cos \alpha$ радиус кривизны будет минимальным в вершинах участков парабол, по которым движется тело в неподвижной системе координат (см. предыдущую задачу). В вершинах парабол скорость тела перпендикулярна плоскости горки (вдоль которой направлено ускорение тела) и равна $V \sin \alpha$. Поскольку в вершинах нормальное ускорение тела равно $g \sin \alpha$, то

$$R_{\min} = \frac{V^2 \sin \alpha}{g}.$$

При выполнении обратного неравенства $\sqrt{2gh} < V \cos \alpha$ траектория тела состоит из участков парабол, не содержащих вершин. В этом случае радиус кривизны минимален в точках, наиболее близких к вершинам, т.е. сразу после отражения от стенки, и равен

$$R_{\min} = \frac{V^2}{g \sin^2 \alpha} [\sin^2 \alpha + (1 - p)^2 \cos^2 \alpha]^{3/2},$$

где $p = \sqrt{2gh} / (V \cos \alpha)$.

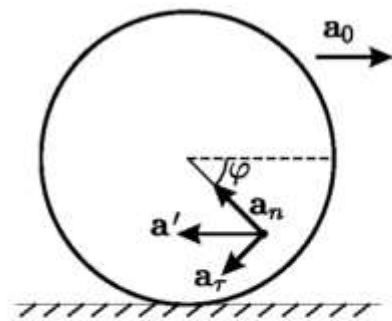
1.106. Минимальная скорость лягушки равна $\sqrt{gH}$, расстояние от точки прыжка до комара должно равняться $\sqrt{5} H$.

1.107. В системе отсчёта, связанной с центром колеса, все точки колеса движутся по окружностям. В отсутствие проскальзывания тангенциальное ускорение точек обода равно ускорению центра колеса относительно земли. Нормальное ускорение точек обода для указанного в условии момента времени также равно по величине ускорению центра. Следовательно, ускорение верхней точки колеса относительно земли в рассматриваемый момент равно векторной сумме направленного вертикально вниз нормального ускорения a_0 и горизонтального ускорения $2a_0$ (складывается из ускорения центра колеса и тангенциального ускорения относительно центра) и составляет по величине $\sqrt{5} a_0$.

1.108. Решение задачи удобно провести, рассматривая движение произвольной точки диска в системе координат, которая сама движется поступательно и начало которой находится в центре диска. Считаем, что диск движется горизонтально. Любая точка диска относительно этой системы движется по окружности с постоянным тангенциальным ускорением. Причём, если ускорение центра диска равно a_0 , то тангенциальное ускорение a_τ точки на диске равно

$$a_\tau = a_0 r / R, \quad (1)$$

где r — радиус окружности, описываемой этой точкой. Соотношение (1) непосредственно следует из условия качения без проскальзывания. Кроме тангенциального, у точек диска будет и нормальное ускорение a_n , направленное к центру диска. Пусть к рассматриваемому моменту диск, начав равноускоренное движение, находится в движении t секунд.



К задаче 1.108

Тогда скорость V точки диска в подвижной системе равна $V = a_\tau t = a_0 r t / R$ и $a_n = V^2 / r = 2a_0 r S / R^2$, где $S = a_0 t^2 / 2$ — путь, пройденный центром диска за время t .

Полное ускорение $\mathbf{a}'$ точки на диске в подвижной системе равно $\mathbf{a}' = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n$. Ускорение $\mathbf{a}$ этой же точки в неподвижной системе выражается суммой $\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{a}_0$. На рисунке показаны векторы ускорений искомой точки и ускорение $\mathbf{a}_0$ центра диска (см. рис.). Из этого рисунка качественно ясно, где нужно искать точку с нулевым ускорением $\mathbf{a}$: правее и ниже центра диска. Введём угол φ между радиусом-вектором искомой точки и горизонтальным направлением. Тогда

$$a_n \sin \varphi = a_\tau \cos \varphi, \quad (2)$$

$$a_n \cos \varphi + a_\tau \sin \varphi = a' = a_0. \quad (3)$$

Соотношение (2) отражает факт горизонтальности $\mathbf{a}'$, а соотношение (3) — равенство модулей ускорений $\mathbf{a}'$ и $\mathbf{a}_0$. Из (2) выражаем $\operatorname{tg} \varphi$:

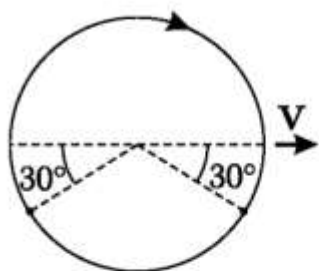
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{R}{a_0 t^2} = \frac{R}{2S}.$$

Перепишем соотношение (3) в виде

$$a_n + a_\tau \operatorname{tg} \varphi = a_0 / \cos \varphi = a_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

и подставим в него выражение для a_n . В итоге получим искомое расстояние точки с нулевым ускорением от центра диска:

$$r = \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + 4S^2}}.$$



К задаче 1.109

1.109. Минимальная скорость жучка $V/2$, максимальная $3V/2$. Смещение жучка в неподвижной системе отсчёта равно $2R\sqrt{1 + \pi^2}$. Максимальный угол между вектором скорости жучка в неподвижной

системе отсчёта и направлением движения ленты равен 30° . Искомые точки расположены как указано на рисунке.

Указание. Угол между вектором скорости жучка в неподвижной системе отсчёта и направлением движения ленты достигает максимального значения в моменты, когда тройка векторов (скорость ленты, скорость жучка относительно ленты и его скорость относительно земли) образует прямоугольный треугольник.

* * *

2.1 В момент $t = 5$ с скорость тела равнялась $2,5$ м/с. В два других момента времени скорость равнялась нулю.

2.2. Дифференцированием находим компоненты скорости: $V_x = -\omega A \sin \omega t$, $V_y = \omega A \cos \omega t$, $V_z = 2\omega A$, а затем ускорения: $a_x = -\omega^2 A \cos \omega t$, $a_y = -\omega^2 A \sin \omega t$, $a_z = 0$. Поскольку модуль скорости $V = \sqrt{5}\omega A$ постоянен, путь S частицы за время t равен $S = \sqrt{5}\omega A t$. Результирующая сила, действующая на частицу, по второму закону Ньютона равна

$$F = ma = m\omega^2 A.$$

$$\mathbf{2.3.} \quad \frac{\sqrt{2} FT^2}{4m\pi^2} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} + \left(\frac{\pi^2}{4}\right)^2}.$$

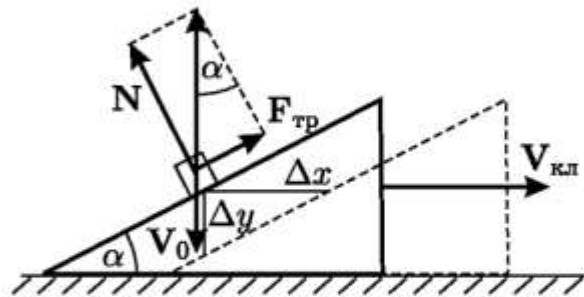
2.4. Наименьшая сила равна $0,5mg(1 - 3\mu) \approx 3,5$ Н.

2.5. Коэффициент трения μ должен удовлетворять условию $\mu \geq \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2 + \cos^2 \alpha}$.

2.6. Импульс системы брусок-клин равен mV_0 и направлен под углом 60° к горизонту вправо (симметрично относительно вертикали по отношению к импульсу бруска). Сила трения равна $0,5mg$.

Указание. Поскольку вектор скорости бруска направлен более круто, чем наклонная грань клина, ясно, что клин движется вправо. Из кинематической связи скоростей бруска и клина следует, что скорость клина равна V_0 . Из равенства нулю суммы действующих на брусок сил можно найти силу трения.

2.7. Из геометрии задачи следует, что смещение бруска на Δy вниз сопровождается смещением клина вправо на $\Delta x = \Delta y \operatorname{ctg} \alpha$ (см. рис.). Поскольку брусок движется вертикально вниз со скоростью V_0 , клин смещается вправо со скоростью $V_{\text{кл}} = V_0 \operatorname{ctg} \alpha$.



К задаче 2.7

Из отсутствия у бруска ускорения следует, что сумма действующих на брусок сил равна нулю, т. е. $N = mg \cos \alpha$ и $F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$ (g — ускорение свободного падения). Поскольку при скольжении $F_{\text{тр}} = \mu N$, находим коэффициент трения $\mu = \operatorname{tg} \alpha$.

2.8. Напишем второй закон Ньютона для кубика в проекции на ось x , перпендикулярную наклонной плоскости клина (g — ускорение свободного падения):

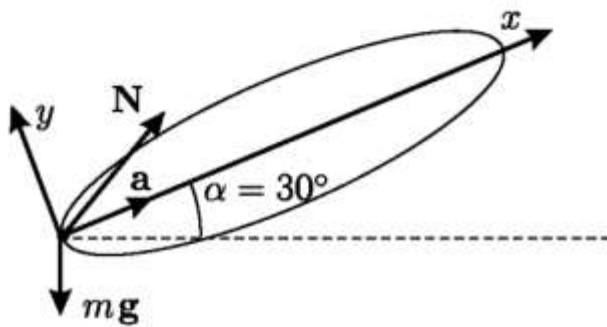
$$ma_x = N - mg \cos \alpha.$$

Учитывая кинематическую связь, т. е. то, что кубик не отрывается от клина в процессе движения, свяжем проекцию ускорения кубика a_x с ускорением клина a_0 :

$$a_x = -a_0 \sin \alpha.$$

Подставляя эту формулу в первое соотношение и используя, что $N = mg/2$, находим ускорение клина:

$$a_0 = g(\sqrt{3} - 1).$$



К задаче 2.9

2.9. Напишем 2-й закон Ньютона для бусинки:

$$ma = mg + N,$$

где N — сила, действующая со стороны кольца, g — ускорение свободного падения. В нижней точке ускорение бусинки направлено к центру кольца, так как тангенциальное ускорение здесь равно нулю. Проектируя векторное уравнение на оси x (направленную по диаметру кольца) и y (перпендикулярную плоскости кольца), см. рис., выражаем компоненты силы N :

$$N_x = m \frac{V^2}{R} + mg \sin \alpha,$$

$$N_y = mg \cos \alpha.$$

Скорость бусинки в нижней точке найдем из закона сохранения энергии (трения нет):

$$V^2 = 2g(2R \sin \alpha) = 4gR \sin \alpha.$$

Подставляя V^2 в выражение для N_x и учитывая, что $\alpha = 30^\circ$, имеем для N :

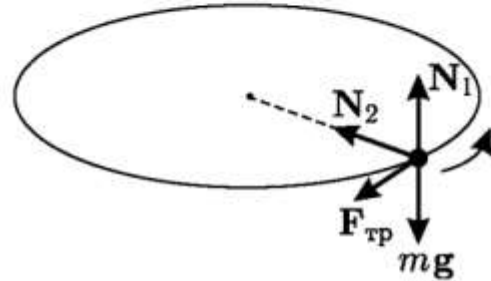
$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = mg \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = mg\sqrt{7}.$$

2.10. Укажем силы, действующие на движущуюся бусинку (см. рис.). Упругая сила со стороны кольца представлена в виде двух векторов N_1 и N_2 . Сила N_1 уравнивает силу тяжести (g — ускорение свободного падения):

$$N_1 = mg,$$

а сила N_2 обеспечивает центростремительное ускорение бусинки:

$$N_2 = \frac{mV^2}{R}.$$



К задаче 2.10

Кроме упругой силы, на бусинку со стороны кольца действует также сила трения скольжения $F_{\text{тр}}$, равная

$$F_{\text{тр}} = \mu \sqrt{N_1^2 + N_2^2}.$$

Поскольку векторы N_1 , N_2 и $F_{\text{тр}}$ взаимно перпендикулярны, то полная сила, действующая на бусинку со стороны кольца, определяется формулой

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{N_1^2 + N_2^2 + F_{\text{тр}}^2} = \sqrt{(1 + \mu^2) (N_1^2 + N_2^2)} = \\ &= m \sqrt{(1 + \mu^2) \left(g^2 + \frac{V^4}{R^2} \right)}. \end{aligned}$$

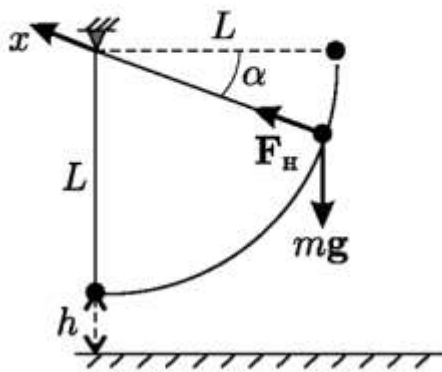
Подставляя в полученное выражение значения скорости $V = V_0$ и $V \approx 0$, находим значения силы F сразу после старта и перед остановкой:

$$F = m \sqrt{(1 + \mu^2) \left(g^2 + \frac{V_0^4}{R^2} \right)}, \quad F \approx mg \sqrt{(1 + \mu^2)}.$$

2.11. Обозначим через h расстояние от неподвижно висащего шарика до пола. Тогда после перерезания нити в исходном положении шарик пролетит расстояние h за время t , которое определится из формулы

$$h = \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

где g — ускорение свободного падения. По условию время полёта шарика после обрыва нити в случае запуска из отклоненного состояния должно быть таким же.



К задаче 2.11

Напишем второй закон Ньютона для шарика на нити, движущегося по окружности:

$$ma = F_n + mg,$$

где m — масса шарика, а F_n — сила натяжения нити. Проектируя это уравнение на ось x , направленную к точке подвеса, находим, что

$$m \frac{V^2}{L} = F_n - mg \sin \alpha. \quad (2)$$

Из закона сохранения энергии (F_n не совершает работу, так как перпендикулярна к скорости) следует, что

$$\frac{mV^2}{2} = mgL \sin \alpha. \quad (3)$$

Исключая V^2 из выражений (2) и (3), находим зависимость силы натяжения от угла:

$$F_n = 3mg \sin \alpha.$$

Поскольку нить выдерживает максимальное натяжение mg , ее разрыв произойдет при угле α , синус которого равен $1/3$ (строго говоря, при незначительном превышении этого значения). Подставляя найденное значение синуса в формулу (3), находим скорость шарика в момент обрыва нити:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2}{3}gL}.$$

Учитывая направление скорости V_1 (по касательной), легко найти ее вертикальную компоненту:

$$V_{1в} = \sqrt{\frac{2}{3}gL} \cdot \cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}gL} \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{4\sqrt{gL}}{3\sqrt{3}}.$$

После разрыва нити шарик пролетит по вертикали до удара об пол расстояние

$$S = L(1 - \sin \alpha) + h = \frac{2}{3}L + h.$$

Движение шарика по вертикали будет описываться формулой

$$S = V_{1в}t + \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Подставляя в формулу (4) выражения для S и V_{lv} , находим, что

$$\frac{2}{3}L + h = \frac{4\sqrt{gL}}{3\sqrt{3}}t + \frac{gt^2}{2}.$$

Учитывая, что время полёта t в формулах (1) и (4) одинаково, получаем для него

$$t = \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Следовательно, высота h равна

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{3}{8}L,$$

а точка подвеса должна находиться над полом на высоте

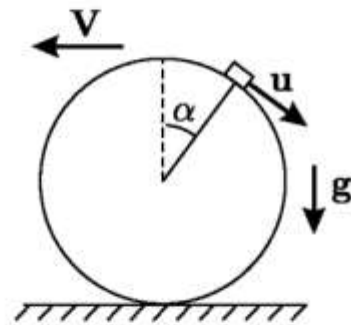
$$h + L = \frac{11}{8}L.$$

2.12. Наиболее изящное решение задачи получается в специально подобранной подвижной (но инерциальной!) системе координат. Заметим, прежде всего, что шар не будет вращаться, так как моменты действующих на него сил равны нулю относительно оси, проходящей перпендикулярно чертежу через центр шара. Таким образом, шар будет двигаться поступательно и ускоренно влево (см. рис.) под действием горизонтальной компоненты силы со стороны тела m . Обозначим скорость шара в момент отрыва через V . Выберем подвижную инерциальную систему координат, которая также движется влево со скоростью V , т.е. со скоростью шара, оторвавшегося от тела. Поскольку система координат инерциальная, то в ней выполняются законы Ньютона и законы сохранения. В этой системе условие отрыва запишется следующим образом:

$$\frac{mu^2}{R} = mg \cos \alpha, \quad (1)$$

где u — скорость тела в подвижной системе отсчета в момент отрыва от шара. Сохранение горизонтальной компоненты импульса системы «шар-тело» приводит к равенству

$$(m + M)V = mu \cos \alpha. \quad (2)$$



К задаче 2.12

В левой части соотношения (2) записан импульс системы «шар-тело» в начальном состоянии, когда тело и шар покоились относительно земли (но двигались со скоростью V относительно подвижной системы координат). В правой части стоит горизонтальная проекция импульса тела в момент отрыва (когда шар в подвижной системе остановился). Закон сохранения механической энергии выражается равенством

$$\frac{(m+M)V^2}{2} + mgR(1 - \cos \alpha) = \frac{mu^2}{2}. \quad (3)$$

Учитывая, что в момент отрыва $\cos \alpha = 3/4$, и исключая радиус R , из соотношений (1) и (3) получаем

$$\frac{(m+M)V^2}{2} = \frac{mu^2}{6}. \quad (4)$$

Отсюда с учетом равенства (2) находим отношение m/M :

$$\frac{m}{M} = \frac{16}{11}.$$

Приведём кратко другой способ решения задачи. Записывая законы сохранения энергии и проекции импульса в неподвижной системе отсчета, выразим скорость шара V в произвольный момент времени до отрыва тела через угол α :

$$V^2 = \frac{2gR(1 - \cos \alpha)m/M}{(1 + m/M)(1 + (1 + m/M)\operatorname{tg}^2 \alpha)}. \quad (5)$$

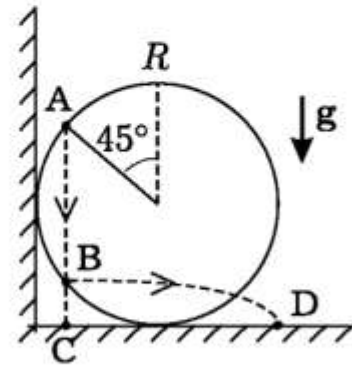
В момент отрыва тела скорость шара и, следовательно, квадрат этой скорости достигают максимального значения, поскольку после отрыва тела шар перестаёт разгоняться силой давления со стороны тела. Поэтому в момент отрыва производная $\frac{d(V^2)}{dt} = 0$. Учитывая, что $\frac{d(V^2)}{dt} = \frac{d(V^2)}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{u}{R} \neq 0$, приходим к условию $\frac{d(V^2)}{d\alpha} = 0$ в момент отрыва. Дифференцируя соотношение (5) по углу α , получаем уравнение для искомого отношения масс m/M :

$$1 + (1 + m/M)\operatorname{tg}^2 \alpha - (1 - \cos \alpha)(1 + m/M)2/\cos^3 \alpha = 0.$$

Подставляя сюда $\cos \alpha = 3/4$ и $\operatorname{tg}^2 \alpha = 7/9$, находим, что $m/M = 16/11$.

2.13. Так как обруч невесом, то после освобождения системы ни со стороны стенки, ни со стороны пола на обруч не будут действовать силы, и груз будет падать с ускорени-

ем свободного падения g . Это легко понять, поскольку, если бы силы возникали, их моменты приводили бы к бесконечно большому угловому ускорению обруча относительно оси, проходящей через точку прикрепления к нему груза. Когда груз долетит, поворачивая обруч, до точки В (см. рис.), произойдет ударное взаимодействие груза через обруч со стенкой и полом. Действующие со стороны стенки и пола ударные силы будут равны по абсолютной величине и пройдут через центр обруча (только в момент удара становится существенным, что нет трения). Поскольку удар абсолютно упругий, значение скорости из-за удара не меняется. Ударные силы не могут изменить и тангенциальную к обручу компоненту скорости груза, нормальная же компонента изменяет свое направление на обратное. В результате после удара скорость груза в точке В будет направлена горизонтально. Дальнейшее его движение можно рассматривать как полёт горизонтально брошенного тела, поскольку сила со стороны пола будет возникать лишь в моменты касания груза с полом. Расчет расстояния от точки А до точки D первого касания груза с полом не представляет сложностей:



К задаче 2.13

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}, \quad AC = R \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right), \quad CD = Vt,$$

$$V = \sqrt{2gR\sqrt{2}}, \quad t = \sqrt{R(2 - \sqrt{2})/g}, \quad AD = R\sqrt{5\sqrt{2} - 2,5}.$$

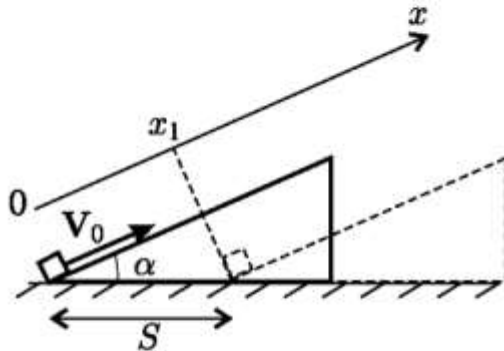
2.14. Кубик коснется горизонтальной поверхности через промежуток времени $t = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Вектор скорости кубика в момент касания будет вертикальным при $V = \sqrt{2gh} \cos \alpha$.

2.15. Кубик пройдет через вершину параболы до удара о горизонтальную поверхность, если его начальная высота h над этой поверхностью удовлетворяет неравенству

$$h > \frac{V^2 \cos^2 \alpha}{2g},$$

где g — ускорение свободного падения. Радиус кривизны в вершине параболы равен $(V^2/g) \sin \alpha$.

2.16. Рассмотрим вначале движение центра масс системы. Поскольку внешние силы действуют только по вертикали, горизонтальная компонента скорости центра масс остаётся постоянной и равной $0,5V_0 \cos \alpha$. К моменту t возвращения кубика в исходную точку на клине смещение S (см. рис.) центра масс будет равно смещению клина (и кубика):



К задаче 2.16

$$S = 0,5V_0 t \cos \alpha. \quad (1)$$

Из второго закона Ньютона для кубика следует, что ускорение кубика a_x вдоль неподвижной оси x , параллельной поверхности клина, равно $-g \sin \alpha$. Поэтому координата x_1 кубика в момент его возврата в точку старта на клине равна

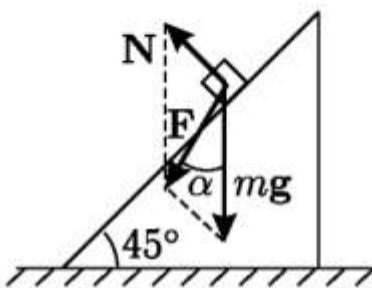
$$x_1 = V_0 t - (g \sin \alpha) t^2 / 2. \quad (2)$$

Из рисунка ясно, что $x_1 = S \cos \alpha$. С учетом этого из выражений (1) и (2) находим, что

$$t = \frac{V_0 (1 + \sin^2 \alpha)}{g \sin \alpha}.$$

2.17. В момент возврата на начальную высоту скорость кубика направлена вертикально вниз и равна $V_0 \sin \alpha$.

2.18. Радиус кривизны в верхней точке равен $\frac{V_0^2 (1 - \sin^4 \alpha)}{8g \sin^2 \alpha}$.



К задаче 2.19

2.19. Записывая второй закон Ньютона для кубика и клина и связывая ускорения этих тел кинематической связью (см. решение задачи 2.8), нетрудно получить выражение для силы нормального давления N , действующей на кубик: $N = mg\sqrt{2}/3$. Удобно найти далее результирующую силу $\mathbf{F} = m\mathbf{g} + \mathbf{N}$. Из рисунка легко определяются её вертикальная и горизонтальная компоненты:

$$F_{\text{верт}} = mg - N \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{3} mg,$$

$$F_{\text{гор}} = \frac{\sqrt{2}}{2} N = \frac{1}{3} mg.$$

Следовательно, сила F и угол α между силой $\mathbf{F}$ и вертикалью определяются выражениями

$$F = \sqrt{F_{\text{верт}}^2 + F_{\text{гор}}^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}mg,$$

$$\sin \alpha = \frac{F_{\text{гор}}}{F} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Поскольку результирующая сила $\mathbf{F}$ постоянна, кубик движется по параболе. Наименьший радиус кривизны траектории будет в вершине параболы, где скорость кубика минимальна, а нормальное ускорение максимально. Действительно, в вершине параболы у кубика остаётся только перпендикулярная к силе $\mathbf{F}$ скорость (которая в процессе движения вообще не меняется), и его нормальное ускорение здесь равно полному ускорению. Найдём перпендикулярную к $\mathbf{F}$ скорость кубика:

$$V_{\perp} = V_0 \sin(45^\circ - \alpha) = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{V_0}{\sqrt{10}}.$$

Тогда минимальный радиус кривизны $\rho_{\min}$ равен

$$\rho_{\min} = \frac{V_{\perp}^2}{a} = \frac{3V_0^2}{10\sqrt{5}g}.$$

2.20. Минимальная скорость кубика равна $\frac{V_0}{2} \sqrt{\frac{3}{7}}$.

2.21. Максимальная конечная скорость клина равна $\sqrt{3gH/5}$ и достигается при начальной скорости кубика $4\sqrt{gH/5}$ (в этом случае скорость кубика относительно клина в момент схода практически равна нулю).

2.22. Из второго закона Ньютона для тела следует, что проекция его ускорения на неподвижную ось, параллельную наклонной плоскости клина, *не зависит* от ускорения клина и равна $g \sin 45^\circ$, где g — ускорение свободного падения. Из условия неотрывности тела от клина следует равенство проекций ускорений тела и клина на неподвижную ось, перпендикулярную наклонной плоскости клина. Обозначив ускорение клина через b , записываем эту проекцию как $b \cos 45^\circ$. Две указанные проекции ускорения тела на взаимно перпендикулярные оси определяют полный вектор ускорения тела. Рассмотрим далее движение тела вдоль вертикальной оси. Вдоль этой оси пройденный путь одинаков при неподвижном и горизонтально движущемся клине. Из условия, что времена движения отличаются вдвое, следует, что ускорение вдоль вертикальной

оси при подвижном клине в 4 раза меньше. Таким образом, $g \sin 45^\circ \cos 45^\circ - b \cos 45^\circ \sin 45^\circ = (1/4)g \sin 45^\circ \cos 45^\circ$. Отсюда находим $b = (3/4)g$. Задачу можно решить и другими способами, например, в неинерциальной системе отсчета, связанной с клином, или отыскивая смещение тела вдоль неподвижной оси, параллельной наклонной плоскости клина.

2.23. Время соскальзывания по неподвижному клину с длиной наклонной грани L равно $[2L/(g \sin 30^\circ)]^{1/2} = 2(L/g)^{1/2}$, где g — ускорение свободного падения. Можно заметить, что это время вдвое больше времени свободного падения тела с высоты $L \sin 30^\circ = L/2$. Таким образом, нужно двигать клин вправо с ускорением $g \operatorname{ctg} 30^\circ = g\sqrt{3}$, чтобы тело падало с ускорением g , едва касаясь клина.

2.24. Радиус кривизны траектории R выражается через скорость V и нормальное ускорение бруска a_n по формуле $R = V^2/a_n$. В момент остановки клина скорость бруска направлена вдоль наклонной грани и равна $2V_0/\cos \alpha$ (что следует из сохранения горизонтальной проекции импульса). Нормальное ускорение бруска равно $a_n = (mg \cos \alpha - N)/m$, где $N = mg \cos \alpha / (1 + \sin^2 \alpha)$ — сила реакции клина, g — ускорение свободного падения. В итоге получаем

$$R = \frac{4V_0^2 (1 + \sin^2 \alpha)}{g \sin^2 \alpha \cos^3 \alpha}.$$

2.25. Радиус кривизны равен $\frac{V_0^2 (1 - \sin \beta)^2}{g \sin \alpha}$ (g — ускорение свободного падения).

2.26. Сила реакции клина равна $mg\sqrt{2}/3$ (g — ускорение свободного падения). Скорость кубика в высшей точке траектории равна $3V_0/4$. Кубик вернется на начальный уровень через время $1,5V_0/g$. Радиус кривизны траектории кубика в высшей точке равен $\frac{81}{32\sqrt{11}} \frac{V_0^2}{g}$.

$$\mathbf{2.27.} \text{ Ускорение ленты } a = \begin{cases} g \sin \alpha - \frac{1}{2} \mu g \cos \alpha, & \mu < \frac{4}{3} \operatorname{tg} \alpha; \\ \frac{1}{3} g \sin \alpha, & \mu > \frac{4}{3} \operatorname{tg} \alpha, \end{cases}$$

где g — ускорение свободного падения.

Указание. Учесть, что груз большей массы по ленте скользить не будет.

2.28. Укажем силы, действующие на грузы (см. рис.). Поскольку клин невесомый, горизонтальные проекции сил N_1

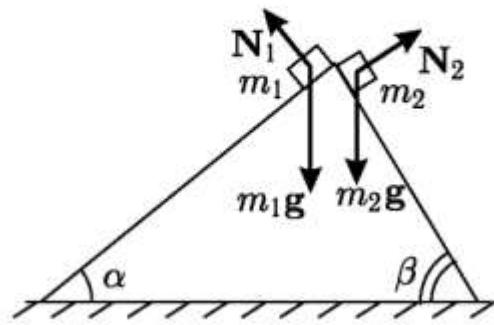
и N_2 , действующих на клин со стороны грузов, должны компенсироваться:

$$N_1 \sin \alpha = N_2 \sin \beta. \quad (1)$$

Напишем для каждого груза второй закон Ньютона:

$$m_1 \mathbf{a}_1 = m_1 \mathbf{g} + \mathbf{N}_1,$$

$$m_2 \mathbf{a}_2 = m_2 \mathbf{g} + \mathbf{N}_2,$$



К задаче 2.28

где g — ускорение свободного падения. Проектируя эти уравнения на вертикальную ось y и учитывая, что $a_{1y} = a_{2y} = a_y$ (иначе грузы достигнут стола не одновременно), получаем

$$m_1 a_y = m_1 g - N_1 \cos \alpha,$$

$$m_2 a_y = m_2 g - N_2 \cos \beta.$$

Исключая отсюда a_y , находим еще одно уравнение связи между силами N_1 и N_2 :

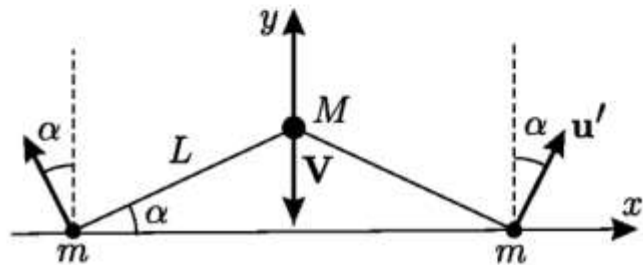
$$\frac{N_1}{m_1} \cos \alpha = \frac{N_2}{m_2} \cos \beta. \quad (2)$$

Из системы уравнений (1), (2) получаем (поделив одно равенство на другое) искомое отношение масс:

$$m_2/m_1 = \tan \alpha / \tan \beta.$$

2.29. «Отставшее» (более тяжелое) тело будет находиться на высоте $h/\sqrt{3}$. Клин сместится на расстояние $h/\sqrt{3}$ вправо.

2.30. Рассмотрим движение заряженных шариков в некоторый момент времени после пережигания нити (см. рис.). Пусть $\mathbf{V}$ и $\mathbf{u}$ — соответственно скорости шарика массой M и правого шарика массой m в неподвижной системе отсчета, а $\mathbf{u}'$ —



К задаче 2.30

скорость правого шарика в движущейся системе отсчета, связанной с центральным шариком M . Тогда

$$u' \sin \alpha = u_x, \quad (1)$$

$$u' \cos \alpha - V = u_y \quad (2)$$

(угол α указан на рисунке). Выразим из соотношений (1) и (2) $\operatorname{tg} \alpha$:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u_x}{u_y + V}. \quad (3)$$

Воспользуемся далее законом сохранения импульса:

$$MV = 2mu_y.$$

Обозначая $2m/M$ через μ и подставляя в формулу (3) вместо V величину μu_y , выразим $\operatorname{tg} \alpha$ через u_x и u_y :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u_x}{u_y(1 + \mu)}. \quad (4)$$

Напишем теперь закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mu^2}{2} + \frac{mu^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = \left(\frac{q^2}{L} - \frac{q^2}{2L \cos \alpha} \right) \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

где L — длина нити, а ϵ_0 — электрическая постоянная. Поскольку $V = \mu u_y$ и $u^2 = u_x^2 + u_y^2$, можно с помощью соотношения (4) выразить V^2 через α и u^2 :

$$V^2 = \frac{\mu^2 u^2}{1 + (1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Подставляя данное выражение в закон сохранения энергии, получаем для u^2 формулу

$$u^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mL} \frac{1 - \frac{1}{2 \cos \alpha}}{1 + \frac{\mu}{1 + (1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}.$$

Для исследования данного выражения на экстремум удобно вместо угла α ввести новую переменную $\eta = 1/\cos \alpha$. Тогда формула для u^2 примет вид

$$u^2 = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 mL(1 + \mu)} \frac{(2 - \eta) \left[1 + (1 + \mu)^2 (\eta^2 - 1) \right]}{1 + (1 + \mu) (\eta^2 - 1)}.$$

В процессе движения шариков аргумент η функции $u^2(\eta)$ сначала убывает от начального значения, равного двум (при $\alpha = 60^\circ$), до единицы (при $\alpha = 0$), а затем снова начинает возрастать. Функция $u^2(\eta)$, в зависимости от значения параметра μ , может либо монотонно нарастать при уменьшении аргумента η , либо иметь максимум на интервале $1 < \eta < 2$ (в этом можно убедиться, строя графики зависимости $u^2(\eta)$ при различных значениях μ).

Чтобы найти значения параметра μ , при которых максимум функции $u^2(\eta)$ достигается при $\eta = 1$ (т. е. когда $\alpha = 0$ и все шарики расположены на одной прямой), продифференцируем $u^2(\eta)$ по η , приравняем производную к нулю и затем, полагая $\eta = 1$, получим уравнение для μ :

$$-1 + 2(1 + \mu)^2 - 2(1 + \mu) = 0. \quad (5)$$

Решая уравнение (5) и выбирая положительный корень, находим

$$\mu = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \approx 0,35.$$

При μ , меньших найденного значения, функция $u^2(\eta)$ также имеет максимум в точке $\eta = 1$, но производная этой функции в данной точке уже не равняется нулю (например, в пределе $\mu \rightarrow 0$ функция $u^2(\eta)$ линейно зависит от η). Таким образом, максимум скорости шариков массой m достигается при $\alpha = 0$ (все шарики расположены на одной прямой) в том случае, когда

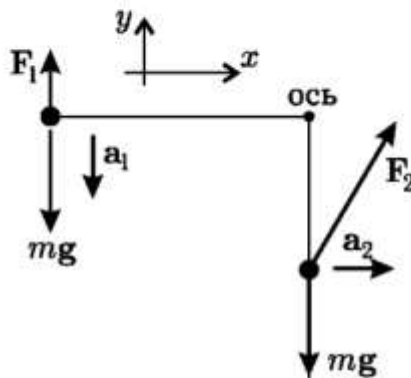
$$0 \leq \frac{2m}{M} \leq \frac{\sqrt{3} - 1}{2}. \quad (6)$$

Примечание. В известном задачнике Савченко (Задачи по физике / Под ред. О. Я. Савченко. 2-е изд. М.: Наука. 1988) рассматривается движение системы трех заряженных шариков с равными массами. Приведённый в задачнике ответ подразумевает, что максимум скорости шариков достигается в тот момент, когда все шарики расположены на одной прямой ($\alpha = 0$ в наших обозначениях). Как ясно из приведенного выше решения, данный ответ является ошибочным, поскольку при $M = m$ неравенство (6) не выполняется и максимум скорости крайних шариков достигается не при $\alpha = 0$. При равных массах шариков в момент, когда все шарики располагаются на одной прямой ($\alpha = 0$), центральный шарик имеет максимальную скорость, а скорости крайних шариков имеют локальный минимум.

2.31. Ускорения ближнего (к оси) и дальнего шариков равны соответственно $g/5$ и $2g/5$, где g — ускорение свободного падения.

2.32. Радиусы окружностей, по которым движутся шарики, отличаются вдвое, поэтому тангенциальное и нормальное, а значит, и полное ускорение шарика, движущегося по окружности большего радиуса, в любой момент времени в два раза больше ускорения другого шарика; векторы полных ускорений шариков всегда противоположны. В интересующий нас момент

времени векторы полных ускорений, очевидно, горизонтальны, откуда для любого шарика следует связь между его нормальным a_n и тангенциальным a_τ ускорениями: $a_n \sin \alpha = a_\tau \cos \alpha$, где α — угол поворота стержня. Находя угловую скорость стержня ω из закона сохранения энергии, определяем нормальные ускорения шариков: $(2/5)g \sin \alpha$ и $(4/5)g \sin \alpha$. Тангенциальные ускорения шариков находим, записывая второй закон Ньютона для каждого шарика в проекции на тангенциальное направление и учитывая, что из-за невесомости стержня тангенциальные упругие силы, действующие на шарики, отличаются вдвое. В итоге для тангенциальных ускорений получаем значения $(1/5)g \cos \alpha$ и $(2/5)g \cos \alpha$. Тангенс угла поворота стержня находим как $\operatorname{tg} \alpha = a_\tau / a_n = 1/\sqrt{2}$, т. е. $\alpha \approx 35^\circ$. Горизонтальная компонента силы в этот момент равна $(3/5)mg \sin \alpha \cos \alpha$.



К задаче 2.33

2.33. Сразу после освобождения скорости шариков близки к нулю и поэтому ускорения шариков являются тангенциальными. Первый шарик (тот, что находился на уровне оси) после освобождения движется по окружности вдвое большего радиуса, чем второй, и поэтому в любой момент его скорость, а значит и тангенциальное ускорение, в два раза больше соответствующих величин для другого шарика.

Таким образом, в начальный момент в два раза отличаются и полные ускорения:

$$a_1 = 2a_2. \quad (1)$$

Указав силы, действующие на шарики (см. рис.), и записывая в проекциях на оси x , y второй закон Ньютона для каждого из шариков, получим ещё три уравнения:

$$ma_1 = mg - F_1, \quad (2)$$

$$ma_2 = F_{2x}, \quad (3)$$

$$0 = F_{2y} - mg. \quad (4)$$

Пятое уравнение получается из условия невесомости стержня. Поскольку масса стержня равна нулю, к нему нельзя приложить вращательный момент конечной величины. Поэтому

$$F_{2x} = 2F_1. \quad (5)$$

Из системы (1)–(5) находим, что

$$F_1 = mg/5, \quad F_{2x} = 2mg/5, \quad F_{2y} = mg.$$

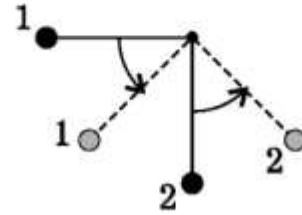
Результирующая сила F_0 , действующая на стержень со стороны шариков, равна

$$F_0 = \sqrt{\left(\frac{2}{5}mg\right)^2 + \left(\frac{6}{5}mg\right)^2} = 2mg\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Поскольку стержень невесом, то с такой же силой и стержень действует на ось.

2.34. Максимальное значение угловой скорости стержня $\sqrt{0,4(\sqrt{5} - 1)g/L}$ достигается при угле поворота, тангенс которого равен 2. Сила, с которой стержень в этот момент действует на ось, равна $2mg(2 - 1/\sqrt{5})$.

2.35. Скорость шариков максимальна при прохождении системой положения равновесия, в котором оба шарика оказываются на одном уровне. В этот момент центр масс шариков, находящийся на середине соединяющей шарiki линии, занимает низшее положение. Записывая закон сохранения механической энергии в виде (потенциальная энергия шариков отсчитывается от начального положения нижнего шарика)



К задаче 2.35

$$2mV_{\max}^2/2 + 2mgL(1 - 1/\sqrt{2}) = mgL,$$

находим максимальную скорость шариков:

$$V_{\max} = [gL(\sqrt{2} - 1)]^{1/2}.$$

Работа, совершенная силой действия стержня на нижний шарик, равна приращению механической энергии этого шарика, т. е.

$$A = mV_{\max}^2/2 + mgL(1 - 1/\sqrt{2}) = mgL/2.$$

2.36. Наименьшая внешняя сила, которая может обеспечить поступательное движение кубика, равна $\mu mg / \sqrt{1 + \mu^2}$. Сила такой величины сдвинет кубик только при условии, что она направлена под определенным углом α к горизонту ($\tan \alpha = \mu$). При этом деформации первой и второй пружин соответственно будут

$$\Delta x_1 = \frac{\mu mg}{k_1 \sqrt{1 + \mu^2}}, \quad \Delta x_2 = \frac{\mu mg}{k_2 \sqrt{1 + \mu^2}}.$$

Потенциальная энергия сжатых пружин равна

$$W_{\text{пот}} = \frac{(\mu mg)^2}{2(1 + \mu^2)} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right),$$

она и определяет минимальную работу внешней силы.

2.37. Отношение масс должно быть меньше $4\sqrt{2} - 5 \approx 0,7$.

2.38. Рассмотрим произвольный момент времени, когда нить образует с горизонтом некоторый угол α . Из второго закона Ньютона для шарика с учетом сохранения энергии находим силу натяжения нити: $F_n = 3mg \sin \alpha$ где m — масса шарика. Брусочек остается неподвижным, следовательно, сила трения компенсирует горизонтальную проекцию силы натяжения: $F_{\text{тр}} = 3mg \sin \alpha \cos \alpha$. Поскольку $F_{\text{тр}} \leq \mu N$, а сила нормального давления N равна $mg(3 \sin^2 \alpha + 1/\gamma)$, то

$$\mu \geq \frac{3\gamma \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 3\gamma \sin^2 \alpha}.$$

Данное соотношение еще не дает решения, поскольку в правую часть входит произвольный угол α . Необходимо найти максимум правой части и уже затем определить μ . Вместо стандартной процедуры взятия производной по α и приравнивания ее к нулю возможен более простой способ — несложным преобразованием сделать максимум правой части самоочевидным:

$$\begin{aligned} \frac{3\gamma \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 3\gamma \sin^2 \alpha} &= \frac{3\gamma}{\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} + 3\gamma \operatorname{tg} \alpha} = \frac{3\gamma}{\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + (3\gamma + 1) \operatorname{tg} \alpha} = \\ &= \frac{3\gamma}{\sqrt{3\gamma + 1} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha \sqrt{3\gamma + 1}} + \operatorname{tg} \alpha \sqrt{3\gamma + 1} \right)}. \end{aligned}$$

Минимальное значение выражения в скобках, где стоит сумма взаимобратных положительных величин, равно 2. Следовательно,

$$\mu \geq \frac{3\gamma}{2\sqrt{3\gamma + 1}}.$$

2.39. Сила давления достигает максимального значения $\frac{mg}{2} \sin \beta (3 \cos \beta - 2)$, где $\cos \beta = \frac{1 + \sqrt{19}}{6}$, т. е. примерно $0,15mg$.

2.40. Сила давления обруча N зависит от угла поворота φ следующим образом:

$$N = \frac{m^2 g}{m + M} (3 \cos \varphi - 2) \sin \varphi, \quad \varphi \leq \arccos(2/3).$$

При $\varphi > \arccos(2/3)$ сила $N = 0$ (обруч не касается стенки).

2.41. Брусек пройдет расстояние $2L/3$.

2.42. Бруски движутся с одинаковыми ускорениями $F/(2m)$, если $F < 2\mu mg$. При $F > 2\mu mg$ ускорение верхнего бруска равно $F/m - \mu g$, а нижнего μg (g — ускорение свободного падения).

Указание. Следует учесть, что из-за невесомости листа силы трения, действующие на него со стороны брусков, равны по величине (и противоположны по направлению) и каждая из них не превышает μmg .

2.43. Доска скользит по столу при $F > 2\mu mg$. Груз скользит по доске при $F > \frac{8}{3}\mu mg$, где g — ускорение свободного падения.

2.44. В отсутствие проскальзывания сила трения равна $3F/2$. Проскальзывание груза начнется при критическом значении силы $F^* = (2/3)\mu mg$, где g — ускорение свободного падения. Ускорение доски при $F > F^*$ равно $2F/m - \mu g$.

2.45. Работа силы равна $A = m(\mu gt)^2$, количество теплоты $Q = m(\mu gt)^2/2$.

Указание. При решении важно учесть, что на доску через блок действует сила $2F$.

2.46. В отсутствие проскальзывания бруска по дощечке, т. е. при $|F_1 - F_2| < 2\mu mg$ (g — ускорение свободного падения), сила трения равна $|F_1 - F_2|/2$. При наличии проскальзывания, т. е. при $|F_1 - F_2| > 2\mu mg$, сила трения равна μmg .

2.47. Работа силы $\mu mg/2$ равна $-m(\mu gt)^2/16$, а силы μmg равна $m(\mu gt)^2/8$.

Указание. Вначале следует убедиться, что брусек не будет проскальзывать по дощечке.

2.48. В системе выделится 0,75 Дж теплоты.

2.49. Максимальное количество теплоты равно

$$Q = \frac{0,5mgL}{1 + 2L/(g\tau^2)}$$

и выделяется при коэффициенте трения

$$\mu = \frac{0,5}{1 + 2L/(g\tau^2)}.$$

2.50. Скольжение кубиков по доске прекратится на расстоянии $L/12$ от ее левого конца.

Указание. До столкновения кубиков доска остается неподвижной, а кубики проходят расстояния $L/6$ и $5L/6$. Из закона сохранения импульса следует, что сразу после соударения скорость «слипшихся» кубиков будет равна меньшей из начальных скоростей. Далее доска будет разгоняться с ускорением μg (μ — коэффициент трения, g — ускорение свободного падения), а бруски тормозиться с тем же по величине ускорением. Скольжение прекратится, когда скорости доски и кубиков относительно земли станут одинаковыми.

2.51. Максимальная скорость, которую набирает доска, равна $V_0/2$. Перемещение тяжелого бруска по доске равно $V_0^2/(4\mu g)$, а легкого $7V_0^2/(8\mu g)$, где g — ускорение свободного падения.

2.52. Промежуток между торцами досок будет равен $L/2$. Коэффициент трения равен $V_0^2/(7gL)$, g — ускорение свободного падения.

2.53. Брусок пройдет четвертую часть второй доски.

2.54. Брусок сместится относительно доски на расстояние $V_0^2/(3\mu g)$, где g — ускорение свободного падения.

2.55. Отношение массы бруска к массе доски должно быть равно $1 - 2/\sqrt{5}$.

2.56. Работа сил сухого трения равна

$$\frac{km_1S(V^2 - V_0^2)}{2[kS + m_1V_0 - (m_1 + m_2)V]}.$$

Указание. При решении задачи следует учесть, что максимальная скорость доски V достигается в момент остановки шайбы на доске. Смещение доски L к этому моменту находится из теоремы об изменении импульса системы «шайба-доска»: $L = [m_1V_0 - (m_1 + m_2)V]/k$.

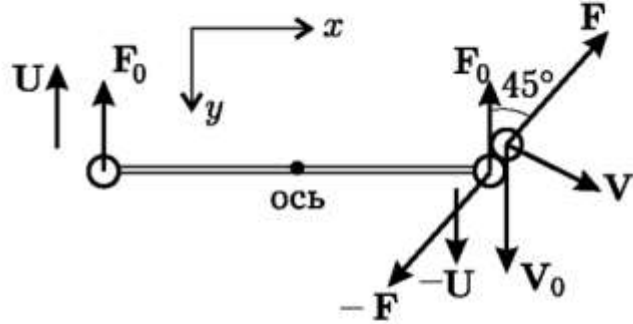
2.57. Воздействие будет максимальным при угле $\arctg(\sqrt{2}/2) \approx 35^\circ$.

2.58. Обозначим скорости шариков сразу после удара следующим образом (см. рис.): U — скорость шариков, скрепленных со стержнем, V — скорость налетевшего шарика. Из закона сохранения энергии (удар абсолютно упругий) следует равенство

$$2U^2 + V^2 = V_0^2. \quad (1)$$

Рассмотрим упругие силы, действующие на шарики в процессе ударного взаимодействия (из-за кратковременности взаимодействия силами тяжести пренебрегаем). Силы взаимодействия

налетающего и правого шариков $\mathbf{F}$ и $-\mathbf{F}$ направлены вдоль линии, проходящей через центры этих шариков (см. рис.). Перпендикулярные к стержню компоненты сил, действующих на шарики со стороны стержня, равны между собой вследствие невесомости стержня (на рисунке обозначены через F_0). Поскольку упругие силы меняются в процессе удара, под F и F_0 понимаем средние за время удара Δt значения этих сил.



К задаче 2.58

Изменения импульсов левого и правого шариков, а также x - и y -компонент импульса налетевшего шарика (оси см. на рис.), записываются через импульсы упругих сил следующим образом (m — масса шарика):

$$mU = F_0 \Delta t, \quad (2)$$

$$mU = \left(F \frac{\sqrt{2}}{2} - F_0 \right) \Delta t, \quad (3)$$

$$mV_x = F \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta t, \quad (4)$$

$$mV_y - mV_0 = -F \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta t. \quad (5)$$

Исключая из выражений (2)–(5) импульсы сил, выражаем компоненты вектора скорости налетевшего шарика:

$$V_x = 2U, \quad V_y = V_0 - 2U.$$

Возводя эти соотношения в квадрат и складывая их, получаем

$$V^2 = V_0^2 + 8U^2 - 4V_0U.$$

Используя равенство (1), отсюда находим

$$V = \frac{\sqrt{17}}{5} V_0.$$

2.59. Веревку надо тянуть с силой $F = \rho \pi R^2 H(g + a_0)$, где g — ускорение свободного падения, a_0 — ускорение ведра в начальный момент времени ($a_0 \geq 0$), а ρ — плотность воды.

2.60. Сразу после уменьшения приложенной силы в два раза грузы под действием силы упругости пружины $F_{\text{упр}} = F$ и си-

лы $F/2$ приобретут ускорение $a = (F_{\text{упр}} - F/2)/(3m) = F/(6m)$. Применяя второй закон Ньютона к любому из грузов, находим, что сила натяжения нити в этот момент равна $2F/3$.

В ходе колебательного движения грузов сила $F_{\text{упр}}$ (и деформация пружины) обращается в нуль в их крайнем левом положении. Ускорение грузов при этом направлено вправо и равно $a = (F/2)/(3m) = F/(6m)$. Применяя 2-ой закон Ньютона к любому из грузов, находим, что сила натяжения нити равна $F/3$.

2.61. Сила упругости равна $mg/\sqrt{3}$. Ускорения первого, второго и третьего шариков соответственно равны $2g/\sqrt{3}$, $4g/(5\sqrt{3})$, $2g/(5\sqrt{3})$.

2.62. Стержень примет вертикальное положение через промежуток времени $\frac{8\pi}{15(\sqrt{15} - \sqrt{3} - 2)} \sqrt{\frac{L}{g}} \approx 4,46 \sqrt{\frac{L}{g}}$.

2.63. Расстояние от вершины угла должно быть равно $\frac{L\sqrt{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{2 + \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$. При этом достигается наибольшее значение ускорения колец, равное $0,5g/\sqrt{2}$.

2.64. Ускорение бусинки, которую освободили, равно $\frac{\sqrt{21}}{5}g$, ускорение другой бусинки равно $3g/5$.

2.65. График зависимости проекции силы трения на горизонтальную ось от времени приведен на рисунке ($t_1 = \sqrt{2L/(g \sin \alpha)}$), где g — ускорение свободного падения.

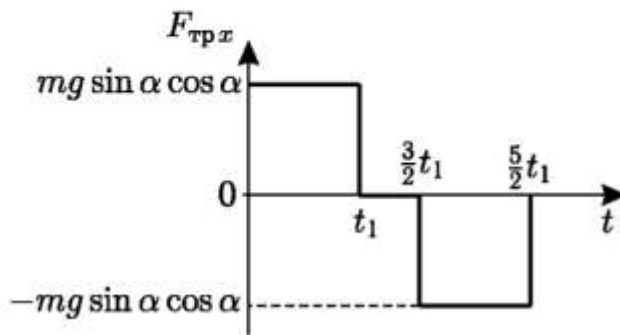
2.66. Зависимость силы трения от времени описывается формулой

$$F_{\text{тр}} = \begin{cases} F_m \cos \frac{\pi t}{2t_0}; & 0 < t < t_0, \\ 0; & t > t_0, \end{cases}$$

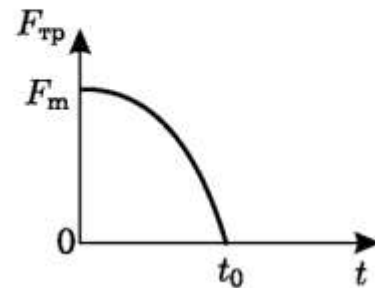
где $F_m = mg \sin \alpha \cos \alpha$, $t_0 = 0,5\pi \sqrt{L/(g \sin \alpha)}$, g — ускорение свободного падения. График приведен на рисунке.

2.67. Масса груза должна быть меньше $2m/3$.

2.68. Обезьяна доберется до блока через время $L/u + u/(4g)$, если $L > 7u^2/(4g)$, и через время $\frac{6u}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{4gL}{9u^2}} - 1 \right)$, если $L < 7u^2/(4g)$.



К задаче 2.65



К задаче 2.66

2.69. Обезьяна доберется до блока через время $L/(3u)$.

2.70. При длине веревки $15u^2/g$, g — ускорение свободного падения.

2.71. Сила, действующая со стороны цепочки на блок, в указанный момент будет равна $\frac{mg}{9} \sqrt{49 + \frac{4}{\pi^2}}$, g — ускорение свободного падения.

2.72. Начальная скорость шайбы равнялась $3\sqrt{\mu g L}$, g — ускорение свободного падения. Шайба ударила о стенки коробки 5 раз.

Указание. Следует учитывать, что ускорение коробки при ее скольжении по столу равно $2\mu g$. Кроме того, из законов сохранения импульса и энергии вытекает, что шайба и коробка при соударении обмениваются скоростями, т.е. относительно земли движутся либо шайба (равномерно), либо коробка (равнозамедленно).

2.73. Жуки встретятся через промежуток времени $L/(2u)$. За это время соломинка сместится на $L/6$.

2.74. Соломинка перестанет двигаться по столу раньше, чем жук пробежит всю ее длину, при $V < \sqrt{2\mu g L}$, g — ускорение свободного падения. Скорость жука на конце соломинки равна V при $V \leq \sqrt{2\mu g L}$ и $V/2 + (\mu g L)/V$ при $V \geq \sqrt{2\mu g L}$. Смещение соломинки равно $V^2/(8\mu g)$ при $V \leq \sqrt{2\mu g L}$ и $(L/2)(1 - \mu g L/V^2)$ при $V \geq \sqrt{2\mu g L}$.

2.75. Скорости жуков относительно стола равны $u\sqrt{3}/2$. Скорость центра кольца равна $u/2$.

2.76. Жуки встретятся через промежуток времени $0,5\pi R/u$. Скорость легкого жука будет $4u/3$. Ускорение легкого жука было $4u^2/(3R)$.

2.77. Скорости жуков относительно стола обратятся в нуль в момент, когда каждый жук пройдет половину стороны тре-

угольника, т.е. через время $d/(2u)$. В этот момент угловая скорость треугольника равна $2\sqrt{3}u/d$, а ускорение жуков равно $2\sqrt{3}u^2/d$.

2.78. Каждый жук к моменту встречи сместится на $a/\sqrt{2}$. Минимальная скорость жуков относительно стола равна $u/2$, а максимальная равна $3u/2$. Вершина угла сместится на $\frac{a}{3}\sqrt{\frac{11}{2}}$.

2.79. Ось трубы пройдет расстояние πR .

2.80. Гиля будет иметь скорость $gt_0[4\ln(4/3) - 1/4]$, g — ускорение свободного падения. Поскольку ускорение гири нелинейно зависит от времени, для получения этого результата необходимо интегрирование. С хорошей точностью численное значение выражения в квадратных скобках может быть найдено и без интегрирования — путем подсчета на миллиметровой бумаге площади под графиком зависимости ускорения гири от времени.

2.81. Коэффициент трения равен $1/3$.

2.82. Длина доски должна быть больше $3V_0^2/(4\mu g)$, g — ускорение свободного падения.

2.83. Скорость узелка составит $1/3$ от скорости кольца в момент времени $t = \sqrt{2}L/V$. Сила должна зависеть от времени по закону $F = kVt\left(1 - \frac{2L}{\sqrt{4L^2 + V^2t^2}}\right)$, а работа — по закону $A = \frac{k}{2}(\sqrt{4L^2 + V^2t^2} - 2L)^2$.

2.84. Записывая второй закон Ньютона для каждого из тел и учитывая, что проекции ускорений тел на нить равны (нить нерастяжима), находим эти ускорения:

$$a_1 = g \frac{\cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}, \quad a_2 = g \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}.$$

2.85. В момент отрыва нить составляет угол 45° с горизонтом.

2.86. $V_2 = V_1$.

2.87. Проволока не будет действовать на бусинку только в том случае, когда форма этой проволоки совпадет с траекторией брошенной под углом к горизонту свободной бусинки. Напишем известные формулы

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \quad L = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

для высоты H и дальности полёта L тела, брошенного со скоростью V_0 под углом α к горизонту. После исключения угла α получаем соотношение

$$V_0^2 = \frac{L^2 g}{8H} + 2gH.$$

Учитывая, что $L = 2x = 2\sqrt{H/k}$, окончательно находим

$$V_0 = \sqrt{g \left(\frac{1}{2k} + 2H \right)}.$$

2.88. Длина недеформированной пружины равна $R/2$.

2.89. Скорость бусинки достигает максимума при угле поворота $\alpha \approx 49^\circ$ ($\cos \alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{2}} - 1$). Бусинка остановится при $\alpha \approx 69^\circ$ ($\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{-1 + \sqrt{7}}{2}$).

2.90. Ускорение центра стержня будет $g\sqrt{3}/12$. Сила упругой деформации (стержень сжат) равна $mg4\sqrt{3}/9$.

Указание. Учесть, что сразу после освобождения гантели ускорения шариков должны иметь одинаковые проекции на направление стержня. Ускорение центра стержня равно любой из этих проекций. Из-за невесомости стержня силы, действующие на него со стороны шариков, должны быть направлены вдоль стержня и равны друг другу по величине.

2.91. В начальный момент ускорения шариков направлены по касательной к поверхности сферы (нормальные ускорения равны нулю) и равны по абсолютной величине (шарики связаны жесткими стержнями). Записывая второй закон Ньютона для каждого шарика в проекции на касательное направление и складывая эти три уравнения (при этом силы упругости стержней взаимно уничтожаются из-за невесомости последних), находим ускорение любого из шариков:

$$a = \frac{g}{3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

2.92. Ускорение прикрепленной массы будет равно $g/\sqrt{10}$.

Указание. Считать, что сила реакции со стороны края лунки направлена перпендикулярно линейке, а сила реакции лунки в нижней точке направлена вертикально вверх.

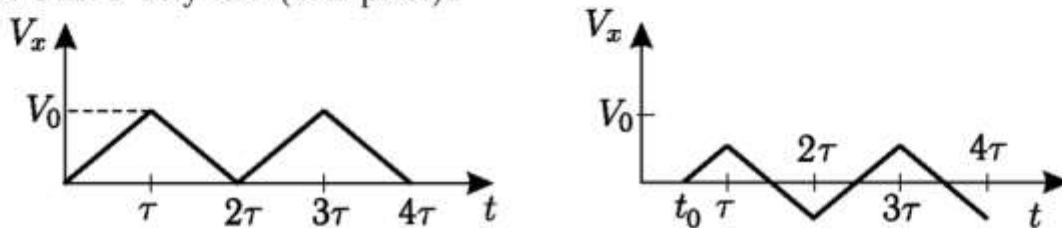
2.93. Время нахождения шайбы на ленте равно $2V/(\mu g)$, если $V \leq u$, и $(V + u)^2/(2\mu g u)$, если $V > u$. Здесь g — ускорение свободного падения.

2.94. Шайбу следует вытолкнуть с начальной скоростью 4 м/с. При этом время нахождения шайбы на ленте будет максимальным и равным 7,2 с. (При вычислениях ускорение свободного падения полагалось равным 10 м/с^2 .)

2.95. Наименьший радиус кривизны равен $V^2/(2\mu g)$, g — ускорение свободного падения.

2.96. Угол между векторами скоростей коробки и ленты должен быть равен $2 \arccos(1/\sqrt{3}) \approx 109,5^\circ$. При этом смещение коробки поперек ленты будет максимальным и равным $4V^2/(3\sqrt{3}\mu g)$, g — ускорение свободного падения.

2.97. Ускорение бруска в любой момент времени равно μg и в моменты, кратные τ , его направление меняется на противоположное. Смещение бруска к моменту 4τ будет максимальным в том случае, если брусок поставить на доску в момент $t = 0$. Это ясно из графика зависимости скорости бруска от времени для этого случая (см. рис.).



К задаче 2.97

Смещение бруска будет минимальным (равным нулю), если его поставить на доску в момент $t_0 = 2(2 - \sqrt{3})\tau$. В этом случае на графике $V_x(t)$ площадь четырех одинаковых треугольников в положительной области равна по абсолютному значению площади трех одинаковых треугольников в отрицательной области.

2.98. Наименьшая работа соответствует медленному вытаскиванию куба до положения, когда его нижняя грань будет находиться вровень с верхней границей масла. Эта работа равна увеличению потенциальной энергии системы «куб-масло-вода» в поле силы тяжести Земли:

$$A = W_{п2} - W_{п1}.$$

Чтобы найти $W_{п2} - W_{п1}$, рассчитаем, на какую высоту нужно поднять куб и на сколько при этом опустятся центры тяжести воды и масла. После вытаскивания куба на дне сосуда будет слой воды толщины $d_{\text{в}} = a/3$, которая находится из условия сохранения объема воды

$$d_{\text{в}} 3a^2 = \frac{a}{2}(3a^2 - a^2).$$

Толщина слоя масла d_m после вытаскивания куба находится из аналогичного уравнения

$$d_m 3a^2 = \frac{a}{2} 3a^2 + \frac{a}{2} (3a^2 - a^2)$$

и равна $d_m = 5a/6$.

Толщина слоя всей жидкости после вытаскивания куба будет равна

$$d = d_b + d_m = \frac{a}{3} + \frac{5a}{6} = \frac{7a}{6},$$

на такую высоту и следует поднять куб. Тогда увеличение его потенциальной энергии составит

$$2\rho g a^3 d = \frac{7}{3} \rho g a^4,$$

где g — ускорение свободного падения. Центр тяжести воды опустится на

$$\Delta h_b = \frac{a}{4} - \frac{1}{2} d_b = \frac{a}{4} - \frac{a}{6} = \frac{a}{12},$$

а ее потенциальная энергия уменьшится на величину (g — ускорение свободного падения)

$$\rho g 3a^2 \frac{a}{3} \Delta h_b = \rho g \frac{a^4}{12}.$$

Найдем теперь уменьшение потенциальной энергии масла. До вытаскивания куба потенциальная энергия (отсчитываемая от дна сосуда) равнялась

$$0,8\rho g \left(3a^2 \frac{a}{2} \frac{5a}{4} + 2a^2 \frac{a}{2} \frac{3a}{4} \right) = 2,1\rho g a^4.$$

После извлечения куба потенциальная энергия масла будет равна

$$0,8\rho g 3a^2 \frac{5a}{6} \frac{3a}{4} = 1,5\rho g a^4.$$

Таким образом, потенциальная энергия масла уменьшится на $0,6\rho g a^4$. Суммируя (с учетом знака) изменения потенциальных энергий отдельных частей системы (куба, воды, масла), находим необходимую работу:

$$A = \frac{7}{3} \rho g a^4 - \frac{1}{12} \rho g a^4 - 0,6\rho g a^4 = 1,65\rho g a^4.$$

2.99. Выделившееся количество теплоты равно $(\rho_b - \rho_m)gSH^2$, g — ускорение свободного падения.

2.100. Ускорение куба равно $g/3$, g — ускорение свободного падения.

2.101. $F^* = mg/(1 - \mu/2)$, g — ускорение свободного падения. При $F > F^*$ ускорение бруска относительно земли равно $a = \sqrt{F^2/(4m)^2 + (F/F^* - 1)^2} g$. Чтобы куб не начал опрокидываться, брусок должен находиться на высоте $h > a(1 + \mu/2)$ над столом.

2.102. Груз пройдет путь $h/\cos \alpha$. Нить давит на блок с силой $2mg \sin \alpha \sin(\alpha/2)$. Груз коснется стола через промежуток времени $\sqrt{\frac{2h}{g} \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin^2 \alpha}}$.

2.103. Запишем условие равенства моментов сил, стремящихся повернуть призму по часовой стрелке и в противоположном направлении относительно оси, проходящей вдоль ребра прямого угла призмы, g — ускорение свободного падения.

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} Mg \left(1 + \frac{m}{2M + m}\right) \frac{L}{2} = \frac{mMg}{2M + m} L,$$

где L — длина катета прямоугольного треугольника, получающегося в сечении призмы. Равенство моментов написано для критического положения, когда кубик m находится на вершине призмы и призма близка к опрокидыванию, т.е. давит на стол только ребром прямого угла. Для искомого отношения масс в итоге получаем:

$$\frac{m}{M} = 1 + \sqrt{2}.$$

2.104. Записывая второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную к центру лунки, находим силу нормальной реакции: $N = mg(1 + \sin \alpha)$. Подставляя это выражение в уравнение второго закона Ньютона в проекции на касательное направление $mg \cos \alpha = \mu N$ (где учтено, что тангенциальное ускорение равно нулю), находим искомую зависимость

$$\mu = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}.$$

2.105. Рассмотрим произвольный момент времени t , когда нити составляют угол α со спицей. Очевидно, что $\sin \alpha = Vt/L$. Из условия нерастяжимости нити следует, что скорость бусинки V_1 равна $V \operatorname{tg} \alpha$. Перейдем в инерциальную систему координат, которая движется вместе со средней точкой нити. В этой системе скорость бусинки V_2 перпендикулярна нити и равна по модулю $\sqrt{V^2 + V_1^2} = V/\cos \alpha$. Записывая второй закон Ньютона

для бусинки в проекции на нить, имеем

$$m \frac{V_2^2}{L} = T - N \sin \alpha,$$

где m — масса бусинки, T — сила натяжения нити, а N — сила реакции спицы. Учитывая, что в направлении, перпендикулярном спице, силы, действующие на бусинку, скомпенсированы, т.е. $T \sin \alpha = N$, получаем

$$m \frac{V_2^2}{L} = T \cos^2 \alpha.$$

Отсюда $T = \frac{mV^2}{L \cos^4 \alpha}$. Поскольку $F = 2T \sin \alpha$, окончательно находим

$$F = \frac{2mV^3 L^2 t}{(L^2 - V^2 t^2)^2}.$$

2.106. Работа сил трения до момента, когда доска съедет с одного из выступов, равна $A_1 = -\mu mgL/4$, где m — масса доски, а g — ускорение свободного падения. Обозначим через x смещение центра тяжести доски относительно последнего выступа, на который доска продолжает опираться. Тогда сила реакции выступа N равна $N = mgL/(L + 2x)$, а сила трения со стороны выступа равна $F_{\text{тр}} = \mu mgL/(L + 2x)$. Вычисляя приближенно площадь под графиком $F_{\text{тр}}(x)$ на интервале $0 < x < L/2$, находим работу этой силы: $A_2 \approx -0,346\mu mgL$. Из условия, что минимальная кинетическая энергия доски должна равняться модулю суммарной работы сил трения $|A_1 + A_2|$, находим $V_{\min} \approx \sqrt{1,192\mu gL}$.

2.107. Минимальная скорость равна $0,5\sqrt{\mu gL}$, g — ускорение свободного падения.

2.108. Удерживающая сила, равная $mg\sqrt{3}$, должна быть приложена выше $(1 - 0,5\sqrt{3})d$. Ускорение куба будет равным $\sqrt{3}g/4$.

2.109. Скорость бруска будет равна $\sqrt{gR/14}$. Кубик давит на брусок с силой $5mg$. Наименьший коэффициент трения равен $3/4$.

2.110. Максимальное отношение масс, при котором брусок еще не начнет опрокидываться, равно

$$\left(\frac{m}{M}\right)_{\max} = \frac{2}{3(\sqrt{5} - 1)} \approx 0,54.$$

Чтобы при этом брусок не начал скользить, коэффициент трения должен быть не меньше 0,5.

2.111. Во втором случае энергозатраты лягушек в $\sqrt{2}$ раз меньше.

2.112. Время движения вниз в два раза больше. Полное время движения шайбы равно $3t_0/(2 - \sqrt{2})$.

2.113. Амплитуда скорости коробки равна V_0 . Средняя кинетическая энергия шайбы равна $3mV_0^2/2$.

2.114. Шарик достигает максимальной скорости в нижней точке траектории, если масса кольца превышает массу шарика более, чем в $\sqrt{3} + 1$ раз.

2.115. Скорости точечных масс одинаковы и равны $\sqrt{3gL/2}$. Скорость кольца в три раза больше.

Указание. Из сохранения горизонтальной проекции импульса системы следует, что при вертикальной ориентации стержня скорости точечных масс равны и противоположны. Движение стержня в этот момент можно представить как вращение вокруг неподвижной точки, находящейся посередине между массами. Сравнение расстояний от центра вращения до кольца и точечных масс показывает, что скорость кольца в три раза больше скорости любой из масс.

2.116. Из закона сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось следует, что при прохождении стержнем вертикального положения скорости масс равны по величине и противоположны по направлению. Абсолютную величину скорости любой из масс находим из закона сохранения энергии: $V = \sqrt{(3/2)gL}$. Рассматривая далее вращение стержня вокруг неподвижного в этот момент центра масс (находится посередине между массами), находим угловую скорость стержня $\omega = 4V/L = \sqrt{24g/L}$. Для нахождения силы, действующей на спицу, перейдем в систему отсчета, связанную с кольцом. В рассматриваемый момент времени эта система отсчета является инерциальной. Поскольку в неподвижной системе отсчета кольцо в этот момент имеет скорость $\omega 3L/4 = 3V$, то скорость центра масс в системе отсчета, связанной с кольцом, тоже равна $3V$. Из уравнения движения центра масс $2m(3V)^2/(3L/4) = F - 2mg$ находим, что сила F , действующая со стороны спицы на кольцо, равна $F = 38mg$. По третьему закону Ньютона с такой же силой кольцо действует на спицу.

2.117. В результате абсолютно упругого удара шарика массой $3m$ о стенку его скорость меняет направление на противоположное. Центр массы системы после удара будет двигаться от

стенки с постоянной скоростью

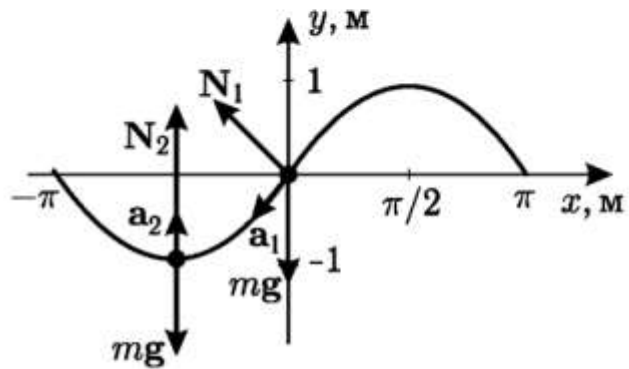
$$V_c = \frac{3mV - mV}{3m + m} = \frac{V}{2}.$$

Максимальная энергия упругой деформации будет запасена в пружине в момент, когда скорости шариков окажутся одинаковыми (в этот момент они перестают сближаться или удаляться друг от друга) и равными $V/2$. В итоге из закона сохранения механической энергии находим

$$W_{\text{упр}}^{\text{max}} = \frac{4mV^2}{2} - \frac{4m(V/2)^2}{2} = \frac{3}{2}mV^2.$$

Примечание. Повторно шарик $3m$ о стенку не ударится.

2.118. В момент прохождения бусинкой начала координат ее ускорение направлено вдоль проволоки. Это можно показать как прямым вычислением компонент ускорения, так и из тех соображений, что в начале координат радиус кривизны проволоки, по которой бусинка описывает свою траекторию в пространстве, равен бесконечности (здесь находится точка перегиба синусоиды), и, следовательно, равно нулю нормальное ускорение.



К задаче 2.118

В начале координат проволока образует с осями x и y углы по 45° , что легко показать, взяв производную y' . Проектируя векторное уравнение второго закона Ньютона на направление силы реакции N_1 , находим, что в точке с координатой $x_1 = 0$

$$N_1 = mg \cos 45^\circ = mg \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

В точке с координатой $x_2 = -(\pi/2)$ м у бусинки наоборот будет только нормальное ускорение, так как в этой точке силы направлены по вертикали, то есть перпендикулярно к траектории. Из закона сохранения энергии находим квадрат скорости в нижней точке:

$$V^2 = 2g(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}).$$

Нормальное ускорение в этой точке совпадает с a_y . Вычислим a_y , используя то, что известна траектория и найдена скорость:

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = y' V_x, \quad (1)$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{dV_y}{dx} \frac{dx}{dt} = y'' V_x^2 + y' \frac{dV_x}{dx} V_x. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) дифференцирование проведено по правилам дифференцирования сложной функции, y' и y'' соответственно первая и вторая производные y по x . В точке с $x_2 = -(\pi/2)$ м имеем $y' = 0$, $y'' = -Ak^2 \sin(-k\pi/2) = 1 \text{ м}^{-1}$. Таким образом, ускорение a_y равно

$$a_y = 2g(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}).$$

Сила нормального давления N_2 равна

$$N_2 = mg + ma_y = mg(3 + \sqrt{2}).$$

Замечание. Ускорение a_y в нижней точке было найдено нами путем дифференцирования V_y . Вместо этого можно воспользоваться выражением $a_y = \frac{V^2}{R}$, в котором радиус кривизны траектории R рассчитывается по формуле $R = (1 + y'^2)^{3/2} / |y''|$.

2.119. Пусть шарики, массы которых равны m_1 и m_2 , имеют до удара скорости $\mathbf{V}_1$ и $\mathbf{V}_2$, а после удара $\mathbf{V}'_1$ и $\mathbf{V}'_2$ соответственно. Удар не изменит общий импульс и кинетическую энергию системы:

$$m_1 \mathbf{V}_1 + m_2 \mathbf{V}_2 = m_1 \mathbf{V}'_1 + m_2 \mathbf{V}'_2, \quad (1)$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 (V'_1)^2}{2} + \frac{m_2 (V'_2)^2}{2}. \quad (2)$$

Поскольку импульс системы сохраняется, скорость центра масс двух шариков также не изменится в результате удара:

$$\mathbf{V}_c = \frac{m_1 \mathbf{V}_1 + m_2 \mathbf{V}_2}{m_1 + m_2} = \text{const.} \quad (3)$$

Свяжем подвижную систему координат с центром масс. Поскольку центр масс движется равномерно, эта система координат является инерциальной. Таким образом, в центромассовой системе соотношения (1) и (2) будут выполняться. Поскольку в центромассовой системе общий импульс шаров равен нулю (см. выражение (3)), импульсы шаров в этой системе координат, как до удара, так и после равны по абсолютной величине и про-

тивоположны по направлению. Выразим кинетическую энергию любого из шаров через его импульс и массу и запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{p_{1c}^2}{2m_1} + \frac{p_{2c}^2}{2m_2} = \frac{(p'_{1c})^2}{2m_1} + \frac{(p'_{2c})^2}{2m_2}. \quad (2')$$

Здесь p_{1c} и p'_{1c} — импульсы первого шара в центромассовой системе до и после соударения, p_{2c} и p'_{2c} — импульсы второго шара. Поскольку $p_{1c} = p_{2c}$ и $p'_{1c} = p'_{2c}$, то из соотношения (2') следует, что импульс любого из шаров меняется только по направлению: $p_{1c} = p'_{1c}$ и $p_{2c} = p'_{2c}$. Учитывая, что импульсы шаров равны по абсолютной величине и противоположны по направлению, величину относительной скорости можно выразить через импульс любого шара следующим образом:

$$\begin{aligned} V_{\text{отн}} &= p_{1c}/m_1 + p_{1c}/m_2 = p_{1c}(1/m_1 + 1/m_2) = \\ &= p'_{1c}(1/m_1 + 1/m_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношение (4) показывает, что относительная скорость не меняется при ударе. Однако, это верно и в неподвижной системе координат, поскольку величина относительной скорости не зависит от скорости движения самой системы координат.

2.120. Ускорение равнялось $3g/4$, g — ускорение свободного падения.

2.121. Давление в нижней точке в указанный момент равно $p_0 + \frac{mg}{2S} - \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \rho g R - \rho V^2$, g — ускорение свободного падения.

2.122. Следует приложить силу $\frac{14}{3}mNSV^2$. Сила давления будет равна $\frac{1}{12}mNSV^2$. Максимальная мощность равна $\frac{2}{3}mNSV^3 \left(1 + \frac{4\sqrt{2}}{9}\right)$.

* * *

3.1. В первом случае перельётся 5 см^3 , во втором $13,5 \text{ см}^3$.

3.2. Сила, действующая на боковую поверхность конуса, равна $[p_0 + \rho g(H - h/3)] S$, где g — ускорение свободного падения.

Указание. Наиболее просто решение получается из рассмотрения равновесия «водяного» конуса тех же размеров, слегка приподнятого над дном.

3.3. Размер льдины находится из условия, что объём её погруженной части равен половине объёма аквариума. В итоге получаем, что размер ребра составляет $a \sqrt[3]{5/9} \approx 0,8a$.

3.4. Высота цилиндра равна $H \rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}}$, где $\rho_{\text{в}}$ и $\rho_{\text{л}}$ — плотности воды и льда соответственно.

3.5. Объём шара равен $m/(2\rho)$, объём погружённой части банки $3m/(2\rho)$, вытесняемый банкой объём увеличится на $m/(2\rho)$.

3.6. Масса дробинки составляет $1/9$ массы льда. Объём растаявшего льда в 10 раз больше объёма дробинки.

Указание. Поскольку объём дробинки равен объёму выступающей над водой части льда, объём погруженной части равен объёму всего льда. Следовательно, условие плавания может быть записано в виде

$$\rho_{\text{в}} V_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} + m,$$

где $\rho_{\text{в}}$ и $\rho_{\text{л}}$ — плотности воды и льда, m — масса дробинки, $V_{\text{л}}$ — объём льда. Отсюда

$$m = (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) V_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} (\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}} - 1) = m_{\text{л}}/9,$$

где $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$ — масса льда.

Чтобы определить, во сколько раз объём растаявшего льда больше объёма дробинки, запишем условие плавания после таяния

$$\rho_{\text{в}} (V'_{\text{л}} + V_{\text{д}}) = \rho_{\text{л}} V'_{\text{л}} + m,$$

где $V'_{\text{л}}$ — объём оставшегося льда, а $V_{\text{д}}$ — объём дробинки. Из данного соотношения и условия плавания получаем, что

$$\rho_{\text{в}} (V_{\text{л}} - V'_{\text{л}}) - \rho_{\text{в}} V_{\text{д}} = \rho_{\text{л}} (V_{\text{л}} - V'_{\text{л}}).$$

Отсюда

$$V_{\text{л}} - V'_{\text{л}} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} V_{\text{д}} = 10 V_{\text{д}}.$$

3.7. Третий шар должен иметь массу $1,5m$.

3.8. Шары будут всплывать со скоростью $V_0/2$.

3.9. Нужно налить $0,36 \text{ л}$ воды.

3.10. Разница уровней равна $3h/8$.

3.11. Обозначим через x смещение стакана вниз относительно сосуда после того, как в стакан налили масло. При этом объём воды Sx (S — внешнее сечение стакана) вытесняется в кольцевой слой толщиной $h/4$ над «старым» уровнем воды в сосуде, т. е. выполняется равенство

$$Sx = (2S - S)h/4.$$

Отсюда находим, что $x = h/4$ и, следовательно, стакан погрузился до краев. Запишем теперь условия плавания для пустого стакана и стакана с маслом:

$$\begin{aligned} m_{\text{ст}}g &= \rho_{\text{в}}S(h/2)g, \\ (m_{\text{ст}} + m_{\text{м}})g &= \rho_{\text{в}}Shg. \end{aligned}$$

Здесь $m_{\text{ст}}$ — масса стакана, $m_{\text{м}}$ — масла, а $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды. Вычитая из нижнего равенства верхнее, получим, что $m_{\text{м}} = \rho_{\text{в}}Sh/2$.

Выразим в этой формуле внешнее сечение стакана S через его внутреннее сечение S_1 , учитывая, что внутренний радиус R_1 составляет $5/6$ от внешнего радиуса R :

$$\begin{aligned} S &= \frac{36}{25}S_1, \\ m_{\text{м}} &= \frac{18}{25}\rho_{\text{в}}S_1h. \end{aligned}$$

Выражая плотность воды через плотность масла, получаем

$$m_{\text{м}} = 0,9\rho_{\text{м}}S_1h,$$

откуда ясно, что разница между уровнями воды в сосуде и масла в стакане равна $0,1h$.

3.12. Проще всего задачу решить из рассмотрения сил, действующих на содержимое цилиндрического сосуда. До помещения в сосуд шара сила притяжения воды к земле mg уравновешивалась силой реакции дна $F_{\text{д}}$ (стенки цилиндра не участвуют в уравновешивании вертикальных сил):

$$mg = F_{\text{д}} = \rho_0ghS, \quad (1)$$

где m — масса воды в сосуде, ρ_0 — ее плотность, h — высота уровня воды. Когда в цилиндр поместили плавающий шар, то увеличилась как сила тяжести, так и сила реакции (но они по-прежнему уравновешиваются):

$$(m + m_{\text{ш}})g = F'_{\text{д}} = \rho_0gh'S, \quad (2)$$

h' — высота нового уровня воды. Учитывая, что масса шара $m_{\text{ш}} = \rho_0 \frac{V}{2}$ (он погрузился наполовину), и вычитая из равенства (2) равенство (1), находим, что

$$h' - h = \frac{V}{2S}.$$

Объем выступающей после заполнения полости части шара может быть найден приравниванием силы Архимеда и силы тяжести шара с водой внутри:

$$\rho_0 g V_{\text{погр}} = (m_{\text{ш}} + \rho_0 V_{\text{полости}})g,$$

откуда, учитывая, что $m_{\text{ш}} = \rho_0 \frac{V}{2}$, а $V_{\text{полости}} = 0,4V$, находим объём погруженной части шара:

$$V_{\text{погр}} = 0,9V.$$

Таким образом, над водой будет выступать одна десятая объёма шара.

Рассуждения, использованные для нахождения разности $h' - h$, показывают, что заполнение полости в шаре водой из этого же сосуда не приведет к изменению уровня воды в сосуде.

Примечание. При решении не учитывалось атмосферное давление, т.к. его учет приводит к появлению одинаковых членов как в левой, так и в правой частях соотношений (1), (2), т.е. не влияет на результат.

3.13. В сосуд можно долить 8 дм^3 воды или $7,5 \text{ дм}^3$ масла.

3.14. В первых двух случаях уровень воды останется равным h_0 , в третьем — понизится на $V/(4S)$.

3.15. Объем полости равен $V/8$.

3.16. Высота выступающей над водой части будет равна $3h/8$.

3.17. Объем проникшей воды равен $V/4$.

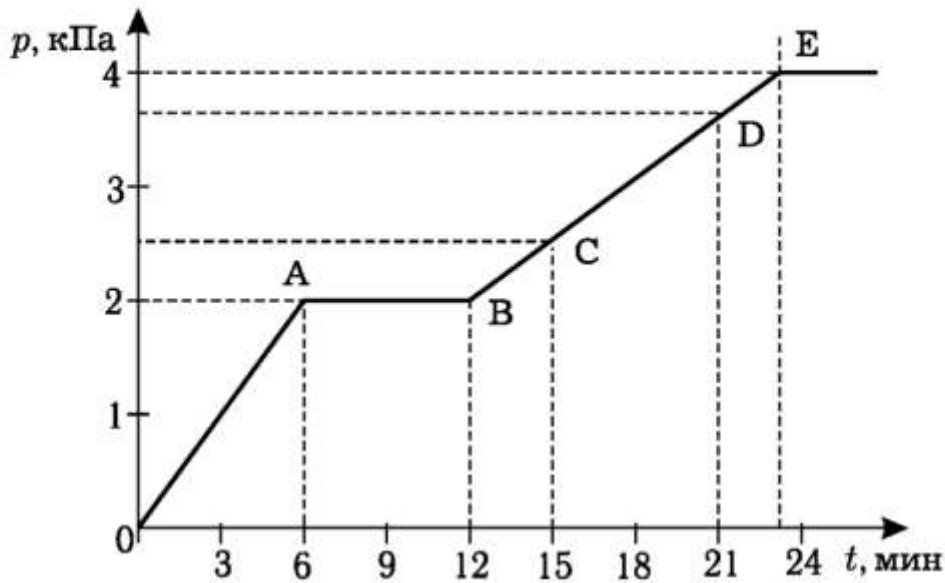
Указание. Разница уровней будет минимальной, когда площадь зеркала воды внутри буя станет равной площади поперечного сечения буя на уровне воды в водоеме.

3.18. В сосуд можно налить объём воды $4,6hS$.

3.19. Глубина погружения увеличится на $0,2H$. Глубина погружения станет равной $7H/15$ (треть наливаемой воды выльется из сосуда через отверстия).

3.20. Сосуд затонет через 10 мин.

3.21. График зависимости давления на дно правого сосуда от времени приведен на рисунке. Прямая ОА показывает рост давления, вызванный заполнением правого сосуда (до соедине-

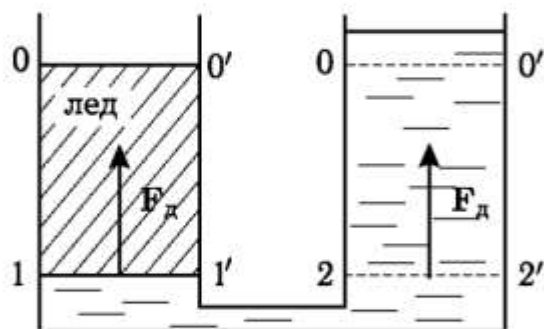


К задаче 3.21

тельной трубки). Поскольку объём половины правого (и левого) сосуда равен $0,006 \text{ м}^3$, заполнение такого объёма происходит за 6 мин. Далее в течение 6 мин. уровень воды в правом сосуде остаётся неизменным, ибо идёт заполнение левого сосуда (прямая АВ). Затем уровень воды одновременно растёт в правом и левом сосудах. При этом кубик остаётся неподвижным, пока сила Архимеда не достигнет значения mg (m — масса кубика). Так как плотность дерева равна $0,6\rho_{\text{в}}$, то нить перестанет быть натянутой, и кубик будет всплывать только после того, как уровень воды в обоих сосудах превысит уровень соединительной трубки (именно на этом уровне располагается нижняя грань кубика) на $0,6$ ребра кубика, т. е. на $0,06 \text{ м}$. Поэтому до значения $2,6 \text{ кПа}$ давление поднимается, когда вода заполнит $\Delta h = 0,06 \text{ м}$ в правом сосуде (сечение $0,03 \text{ м}^2$) и $\Delta h = 0,06 \text{ м}$ в левом (сечение $0,02 \text{ м}^2$, так как $0,01 \text{ м}^2$ «занял» кубик). Заполнение объёма $(0,02 + 0,03) \cdot 0,6 \text{ м}^3$ происходит за 3 мин. (участок ВС). При дальнейшем заполнении сосуда кубик плавает и «следит» за подъёмом уровня воды в сосудах. До касания верхней гранью крышки левого сосуда уровни поднимутся на $0,1 \text{ м}$. Поэтому прямая CD показывает заполнение двух сосудов на $\Delta h = 0,1 \text{ м}$. Время заполнения 6 мин. В момент $t = 21 \text{ мин.}$ верхняя грань кубика коснётся крышки, и процесс представленный на участке ДЕ, по своему характеру повторяет участок ВС. Только на участке ВС уровень поднимался на $0,06 \text{ м}$ (на это потребовалось 3 мин.), а на участке ДЕ осталось до крышки всего $0,04 \text{ м}$ (2 мин.). В момент $t = 23 \text{ мин.}$ сосуды заполнены, давление достигло значения 4 кПа

и далее не меняется (если продолжать наливать воду, то она выливается через край).

$$3.22. \Delta h_{\max} = \frac{2m}{S} \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} \rho_{\text{л}}}, \quad \Delta h_{\min} = -\frac{m}{S} \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} \rho_{\text{л}}}.$$



К задаче 3.23

3.23. Рассмотрим равновесие тел, находящихся в левом и правом цилиндрах выше уровней 1–1' и 2–2'. Снизу, со стороны воды, на эти тела действуют равные силы давления F_d . Равенство сил F_d очевидно: сечения 1–1' и 2–2' находятся на одном уровне и ниже этих сечений сосуды сообщаются (ниже 1–1' вода не замерзла).

В правом сосуде выше уровня 2–2' находится вода, которую можно мысленно разбить на массу m'_1 , заключенную между уровнями 2–2' и 0–0' (объем этой массы равен объему льда), и массу m''_1 , находящуюся выше уровня 0–0':

$$m'_1 = \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{л}}}, \quad (1)$$

$$m''_1 = m'_1 - m = m \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right). \quad (2)$$

Равенство (1) очевидно, а соотношение (2) можно понять, если представить, что масса m''_1 первоначально была частью массы в левом сосуде между сечениями 1–1' и 0–0' (эта масса равнялась m'_1), там она не «понадобилась» для наморозки массы m , а поэтому оказалась вытесненной в правый сосуд при замерзании воды в левом сосуде. Таким образом,

$$F_d = (m'_1 + m''_1) g = m \left(2 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g, \quad (3)$$

где g — ускорение свободного падения. Рассмотрим равновесие льда в левом сосуде. Снизу на него действует сила F_d (см. выражение (3)), которая уравнивает сумму сил $mg + F_{\text{ст}}$, где $F_{\text{ст}}$ — направленная вниз сила, действующая со стороны стенок.

Из равенства

$$m \left(2 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g = mg + F_{\text{ст}}$$

следует, что

$$F_{\text{ст}} = 2mg \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right).$$

Отметим, что результирующая сила, действующая со стороны стенок на воду в правом сосуде, равна нулю, поскольку элементарные силы давления здесь перпендикулярны стенкам цилиндра.

3.24. Температуру следует повысить примерно на 77° .

3.25. Температура в узком сосуде возрастет примерно на 4° .

3.26. Масса песка на чашке будет равна $0,5\rho hS$, где ρ — плотность воды. Чашка опустится на $h/4$.

3.27. Запишем условие равновесия стержня до погружения тел в воду

$$\rho_1 V_1 = 2\rho_2 V_2$$

и после их погружения

$$2(\rho_1 - \rho_0)V_1 = (\rho_2 - \rho_0)V_2.$$

Здесь V_1, V_2 — объёмы тел, а ρ_0 — плотность воды. Отыскивая из первой формулы отношение объёмов тел

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\rho_2}{\rho_1} = 5,$$

подставляем его во вторую формулу и приходим к уравнению

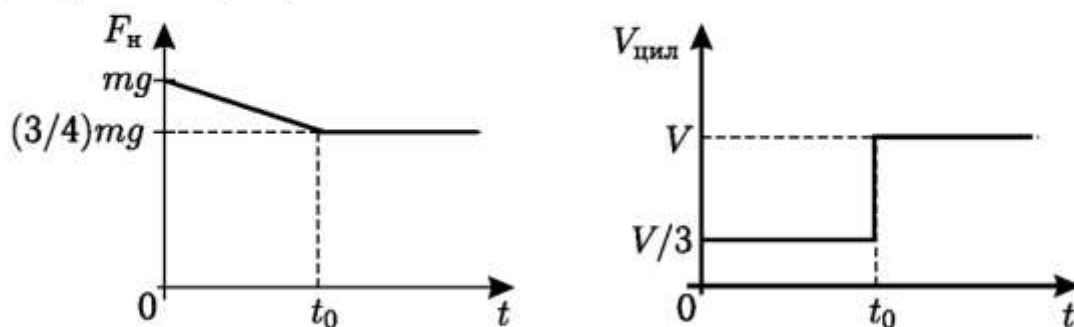
$$10\rho_1 - \rho_2 = 9\rho_0.$$

Решая это уравнение совместно с условием $\rho_2/\rho_1 = 2,5$, окончательно находим $\rho_1 = 1,2\rho_0$ и $\rho_2 = 3\rho_0$.

3.28. Центр гирьки должен находиться на расстоянии $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2S}{\pi}}$ от оси сосуда.

3.29. Поскольку уровень воды поднимается медленно, ускорения грузов можно пренебречь в любой момент времени. Отсюда следует равенство нулю суммы сил, действующих на каждый из цилиндров. Учитывая равенство масс цилиндров и идеальность нити, приходим к выводу о равенстве сил Архимеда, действующих на цилиндры. Это означает, что в любой момент 1-й цилиндр погружен вдвое глубже, чем 2-й. Поскольку смещение 1-го цилиндра вниз равно смещению 2-го вверх (нить нерастяжима), находим, что цилиндры движутся в противоположные стороны с одним и тем же значением скорости $V_{\text{цил}} = V/3$. Так будет продолжаться до момента t_0 полного погружения 1-го цилиндра, где $t_0 = 3h/(4V)$; с этого момента скорость цилиндров будет равна V . Сила натяжения $F_{\text{н}}$ равна разности силы тяжести

и силы Архимеда для любого из цилиндров. Искомые графики приведены на рисунке.



К задаче 3.29

3.30. Обозначим начальные высоты столбиков ртути в цилиндрических сосудах через h_0 , а новые — через h_1 (в узком сосуде) и h_2 (в широком). Поскольку после подъема узкого сосуда уровни ртути снова выровняются, то выполняется соотношение

$$h_1 + h = h_2.$$

Из условия сохранения полного объема ртути следует

$$(h_2 - h_0)2S = (h_0 - h_1)S.$$

Находим из этих уравнений укорочение ртутного «проводника» в узком цилиндре

$$h_0 - h_1 = 2h/3$$

и удлинение широкого «проводника»

$$h_2 - h_0 = h/3.$$

Соответствующие изменения сопротивлений этих проводников определяются формулами

$$\Delta R_1 = -2\rho h/(3S),$$

$$\Delta R_2 = \rho h/(6S).$$

Изменение полного сопротивления цепи (с учетом того, что сопротивление ртути в трубке не меняется) составит $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 = -\rho h/(2S)$.

3.31. Первый динамометр покажет $0,1H$, второй $0,5H$.

3.32. Минимальная сила равна $\frac{mg(1 - \operatorname{tg} 15^\circ)}{\sqrt{2(1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ)}} \approx 0,5mg$.

Коэффициент трения равен $\operatorname{tg} 15^\circ \approx 0,27$.

3.33. Искомая сила равна

$$F = \frac{F_0}{1 - \mu h/L}.$$

Указание. В случае, когда к чемодану приложена сила F_0 в нижней точке, на передний и задний выступы действует одинаковая сила реакции $mg/2$, где m — масса чемодана, а g — ускорение свободного падения. При этом $F_0 = \mu mg/2 + 2\mu mg/2 = 3\mu mg/2$. В случае, когда сила приложена к верхней точке чемодана, на передний и задний выступы действуют неодинаковые силы реакции — N_1 на передний и N_2 на задний. Записывая условие равенства нулю суммы действующих на чемодан сил в виде $N_1 + N_2 = mg$ и $F = \mu N_2 + 2\mu N_1$, а также равенство нулю суммы моментов сил $N_2 L + Fh = mgL/2$, находим $F = F_0(1 - \mu h/L)$. Полученный ответ справедлив при $4\mu h < L$. При выполнении обратного неравенства чемодан начнет опрокидываться, не начав скользить.

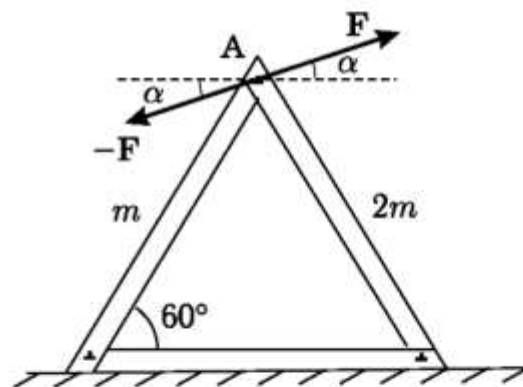
3.34. Коэффициент трения должен быть не меньше, чем $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3.35. Коэффициент трения должен быть не меньше, чем $\frac{1}{2 + \operatorname{tg} 15^\circ}$.

3.36. Сила натяжения нити равна $mg/(4\sqrt{3})$. Натяжение нити станет равным нулю при $F = mg$.

3.37. На планку в шарнирах А и С действуют растягивающие силы, каждая из которых равна $F/(4\sqrt{3})$.

3.38. Поскольку боковые линейки имеют разную массу, силы их взаимодействия в шарнире А должны быть повернуты на некоторый угол α от горизонтали (см. рис.). Записывая условия равновесия для каждой из боковых линеек относительно осей, проходящих через их нижние концы, имеем:

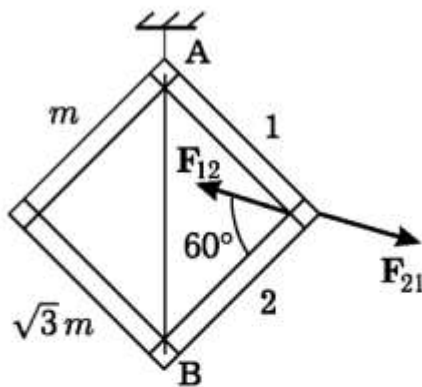


К задаче 3.38

$$FL \sin(60^\circ + \alpha) = 2mg(L/2) \cos 60^\circ,$$

$$FL \sin(60^\circ - \alpha) = mg(L/2) \cos 60^\circ.$$

Отсюда получаем, что $\sin(60^\circ + \alpha) = 2 \sin(60^\circ - \alpha)$, т. е. $\alpha = 30^\circ$ и $F = mg/2$.



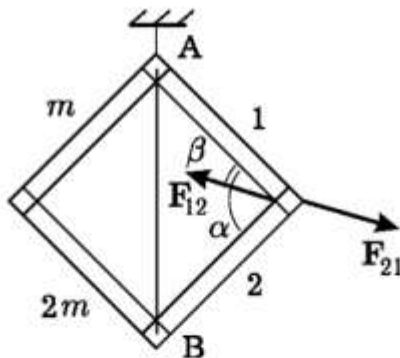
К задаче 3.39

3.39. Обозначим стержни правой половины конструкции через 1 и 2 (см. рис.). Записывая условия равенства нулю суммы моментов сил, действующих на стержни (для 1-го — относительно точки А, для 2-го — относительно точки В), находим направления сил взаимодействия стержней F_{12} и F_{21} (см. рис.), а также их абсолютную величину $F_{12} = F_{21} = mg\sqrt{2}/2$. Приравнявая

к нулю сумму сил, действующих по вертикали на систему из двух нижних стержней, находим силу натяжения нити:

$$F = 2mg \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 15^\circ \right) \approx 3,1mg.$$

Другой способ решения задачи основан на мысленном разделении системы на две симметричные части — правую и левую. При этом сила натяжения нити «делится» между этими частями поровну. Силы взаимодействия половин системы в точках А и В ориентированы горизонтально.



К задаче 3.40

3.40. Обозначим стержни правой половины конструкции через 1 и 2 (см. рис.). Записывая условия равенства нулю суммы моментов сил, действующих на стержни (для 1-го — относительно точки А, для 2-го — относительно точки В) и учитывая, что 2-й стержень вдвое тяжелее 1-го, получаем:

$$\sin \alpha = 2 \sin \beta.$$

Поскольку $\alpha + \beta = \pi/2$, то $\sin \alpha = 2/\sqrt{5}$, $\cos \alpha = 1/\sqrt{5}$. Из условия равновесия любого из стержней, например 2-го, которое можно записать в виде $F_{12}L \sin \alpha = 2mg(L/2) \cos 45^\circ$ (L — длина стержня), находим $F_{12} = F_{21} = mg\sqrt{10}/4$. Приравнявая нулю сумму сил, действующих по вертикали на систему из двух нижних стержней, находим силу натяжения нити

$$F = 4mg - 2F_{12} \sin(\alpha - 45^\circ) = mg \left[4 - \frac{\sqrt{10}}{2} \sin(\alpha - 45^\circ) \right] = 3,5mg.$$

3.41. Из условия равновесия груза на гладкой грани призмы находим силу натяжения нити $T = mg \sin 45^\circ$, где m — масса груза. На систему «призма-груз» действует вниз сила тяжести mg , а влево — сила натяжения нити T . Поскольку сила трения не может превосходить μN , где $N = mg$ — сила давления призмы на опору, то для неподвижности призмы необходимо $T \leq \mu mg$, т. е. $\mu \geq \sqrt{2}/2$.

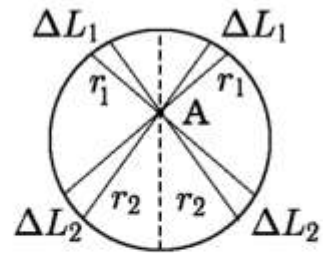
3.42. Клин не будет скользить при коэффициенте трения $\mu \geq \sqrt{3}/5$. Наименьшая длина нити, при которой клин не начинает опрокидываться, равна $2,5h$.

3.43. Наименьшее значение коэффициента трения равно $1/\sqrt{3}$.

3.44. Для проворачивания блока следует отделить $1/6$ часть цепочки.

3.45. Для произвольной точки А «внутри» кольца рассмотрим гравитационное поле, создаваемое двумя симметрично расположенными парами дуг (см. рис.). Длины дуг ΔL_1 и ΔL_2 , а значит, и их массы Δm_1 и Δm_2 относятся как соответствующие расстояния r_1 и r_2 : $\Delta m_1/\Delta m_2 = \Delta L_1/\Delta L_2 = r_1/r_2$.

Поскольку величина гравитационного поля, создаваемого каждой дугой в точке А, пропорциональна массе дуги и обратно пропорциональна квадрату расстояния от дуги до точки А, получаем, что результирующее поле от двух пар дуг направлено по диаметру от центра кольца. Так же будет направлено и результирующее поле кольца.



К задаче 3.45

* * *

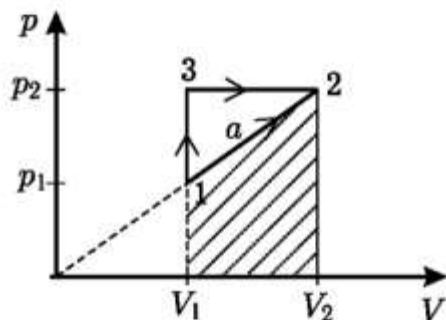
4.1. Установится температура 40° .

4.2. Обозначим начальные температуры первого, второго и третьего тел соответственно t_1 , t_2 , t_3 , а искомую установившуюся температуру Θ . Уравнение теплового баланса для случая, когда в контакт привели все три тела, имеет вид $C(t_1 - \Theta) + C(t_2 - \Theta) + C(t_3 - \Theta) = 0$, где C — теплоёмкость тела. Отсюда находим $\Theta = (t_1 + t_2 + t_3)/3$. Записывая далее уравнения теплового баланса для описанных в условии попарных тепловых контактов тел, находим, что $t_1 + t_2 + t_3 = T_1 + T_2 + T_3$. Таким образом, искомая температура равна $\Theta = (T_1 + T_2 + T_3)/3$.

4.3. Поскольку скорость теплообмена пропорциональна площади тела, то отношение времен остывания цилиндра и шарика (при равенстве их масс и удельных теплоёмкостей, а также начальных и конечных температур) будет обратно пропорционально отношению площадей их поверхностей. Таким образом, для времени остывания цилиндра получаем $t = 10 \cdot (4\pi R^2)/(4\pi r^2)$, где r — радиус цилиндра. Из равенства объёмов шарика и цилиндра следует, что $r = R(4/3)^{1/3}$. Окончательно получаем $t = 10(3/4)^{2/3} \approx 8,3$ с.

4.4. Перепад температур увеличится в два раза.

4.5. Работа газа за цикл равна $2R\Delta T$, где R — молярная газовая постоянная.



К задаче 4.6

4.6. Изобразим процессы 1-а-2 и 1-3-2 на плоскости p, V , используя уравнение Клапейрона-Менделеева $pV = \nu RT$. Для процесса 1-а-2, где $T = \alpha V^2$, находим, что $p = \nu R\alpha V$, т.е. на плоскости p, V этот процесс изображается отрезком прямой, проходящей через начало координат (см. рис.). Изохорный процесс 1-3 и изобарный процесс 3-2 изображаются соответственно вертикальным и горизонтальным отрезками.

Согласно первому принципу термодинамики количество теплоты Q_{1-a-2} равно

$$\begin{aligned} Q_{1-a-2} &= U_2 - U_1 + A'_{1-a-2} = \\ &= \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1). \end{aligned}$$

При записи разности $U_2 - U_1$ учтено, что газ одноатомный, а работа газа найдена как площадь трапеции под отрезком 1-а-2. Поскольку $p_1 V_2 = p_2 V_1$ (точки 1 и 2 лежат на прямой, проходящей через начало координат), найдем, что $A'_{1-a-2} = \frac{1}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1)$, откуда получим, что

$$Q_{1-a-2} = 2\nu R (T_2 - T_1). \quad (1)$$

Количество теплоты Q_{1-3-2} записываем, также используя первый принцип термодинамики:

$$\begin{aligned} Q_{1-3-2} &= U_2 - U_1 + A'_{3-2} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + p_2 (V_2 - V_1) = \\ &= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right). \end{aligned}$$

Поскольку в состояниях 1, 2 температура и объём газа связаны соотношением $T = \alpha V^2$, то

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.$$

Подставляя эту формулу в выражение для Q_{1-3-2} , получаем

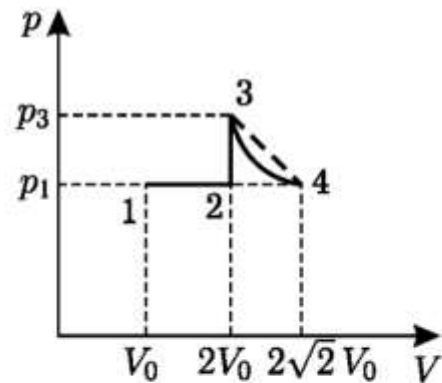
$$Q_{1-3-2} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R (T_2 - \sqrt{T_1 T_2}).$$

Выразив из формулы (1) νR и подставив численные значения величин, находим, что

$$Q_{1-3-2} = \frac{Q_{1-a-2}}{2(T_2 - T_1)} \left[\frac{3}{2} (T_2 - T_1) + (T_2 - \sqrt{T_1 T_2}) \right] = 2250 \text{ Дж.}$$

4.7. Изобразим процесс на плоскости p, V (см. рис.). Работа газа на участке 1-2 (изобара) равна $A_{12} = p_1 V_0$, а на участке 2-3 (изохора) равна нулю. Работу на изотермическом участке 3-4 оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой):

$$A_{34} < (p_1 + p_3)(2^{1/2} - 1)V_0$$



К задаче 4.7

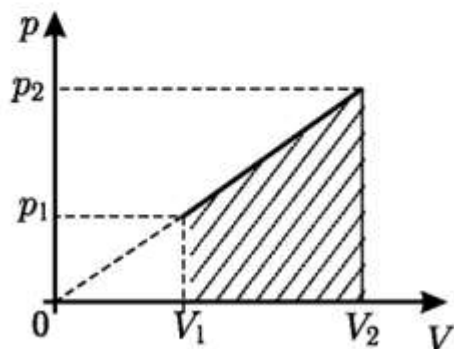
. Из уравнения Клапейрона-Менделеева для состояний 3 и 4 находим, что $p_3 = 2^{1/2} p_1$. В итоге получаем $A_{34} < p_1 V_0$. Таким образом, работа газа максимальна на участке 1-2.

4.8. Полученное газом количество теплоты максимально на участке 2–3.

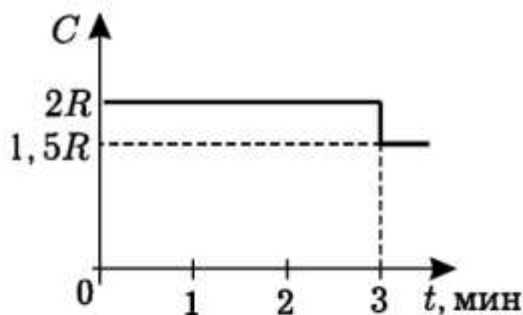
4.9. Записывая первый принцип термодинамики в виде

$$C\Delta T = \frac{3}{2}R\Delta T + A$$

и учитывая, что $C = 2R$, получим для работы выражение $A = R\Delta T/2$. С помощью уравнения Клапейрона–Менделеева выразим работу газа через давление и объём: $A = \Delta(pV)/2 = [p_2V_2 - p_1V_1]/2$.



К задаче 4.9



К задаче 4.10

Данная формула для работы газа справедлива лишь при линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок, где работа представлена заштрихованной площадью и является разностью площадей двух треугольников). При этом из уравнения Клапейрона–Менделеева следует, что объём пропорционален $\sqrt{T}$, т. е. увеличивается в $\sqrt{2}$ раз.

4.10. График зависимости теплоёмкости C от времени приведен на рисунке.

4.11. Рассмотрим бесконечно малое изменение параметров газа, для которого теплоёмкость газа можно считать постоянной. Из первого принципа термодинамики, записанного в виде

$$CdT = \frac{3}{2}RdT + pdV,$$

приходим к следующему выражению для теплоёмкости:

$$C = \frac{3}{2}R + p \frac{dV}{dT}.$$

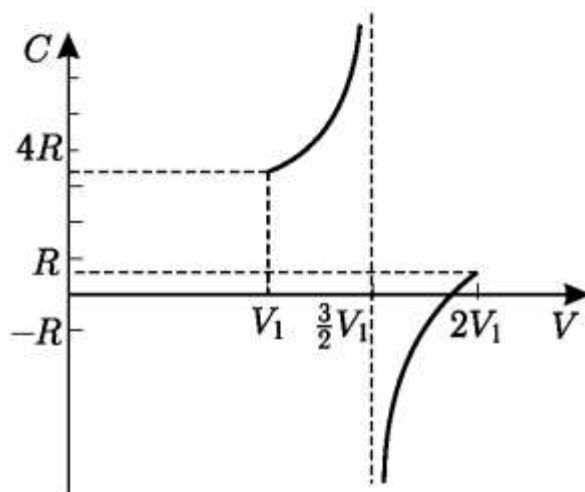
Производную dV/dT находим, используя уравнение Клапейрона–Менделеева $pV = RT$ и зависимость $p(V) = p_1 \frac{3V_1 - V}{2V_1}$ для рассматриваемого процесса 1–2. Исключая из этих соотношений давление и дифференцируя, находим

$$\frac{dV}{dT} = \frac{R}{p_1 (3/2 - V/V_1)}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу для теплоёмкости, окончательно получаем

$$C = \frac{3}{2}R + R \frac{3V_1 - V}{3V_1 - 2V}.$$

Соответствующий график зависимости $C(V)$ приведен на рисунке.



К задаче 4.11

4.12. Наименьшее отношение давлений равно $6/11$.

4.13. Работа газа за цикл равна $8R\Delta T/17$.

4.14. Из первого принципа термодинамики для изобарного участка следует, что работа газа на этом участке составляет $2/5$ от подведенного на этом же участке количества теплоты, т. е. 6 Дж. Поскольку на изохорном участке работа не совершается, то искомая работа на изотермическом участке равна разнице между работой газа за цикл и найденной работой газа на изобарном участке, т. е. -1 Дж.

4.15. Газ получает тепло на изохорическом участке и на части линейного участка. На изохорическом участке полученное количество теплоты равно увеличению внутренней энергии газа, т. е. $(3/2)p_0V_0$. На наклонном участке, где $p = p_0(3 - V/V_0)$ и $V_0 < V < 2V_0$, полученное газом (в алгебраическом смысле) количество теплоты находится из первого принципа термодинамики:

$$Q = -2\frac{p_0}{V_0}V^2 + \frac{15}{2}p_0V - \frac{11}{2}p_0V_0.$$

С ростом V полученное количество теплоты сначала увеличивается — до вершины параболы $V = (15/8)V_0$, а затем убывает (газ начинает отдавать тепло). Подставляя в приведенную выше формулу $V = (15/8)V_0$, находим количество теплоты, полученное

на наклонном участке: $(49/32)p_0V_0$, а затем и полное полученное количество теплоты: $(97/32)p_0V_0$. Отданное газом количество теплоты на $p_0V_0/2$ (значение работы за цикл) меньше полученного.

4.16. Работа машины за один цикл равна $\frac{\pi}{8}p_1V_1$. КПД составляет $\frac{2\pi}{\pi+96} \approx 0,06$, т. е. примерно 6%.

4.17. Построив с помощью миллиметровой бумаги на плоскости p, V цикл, состоящий из двух изотерм и двух изохор, можно по клеткам определить ограниченную циклом площадь. Эта площадь в выбранном масштабе даст значение максимальной работы $A_{\max} \approx 913$ Дж.

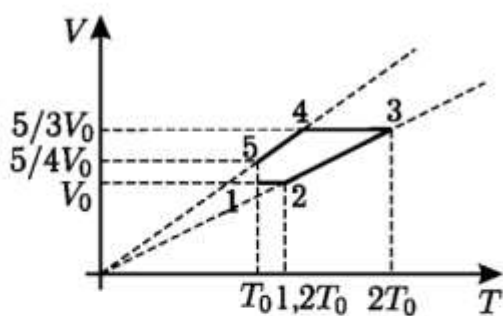
4.18. Смещение поршня равно $2Q/(5pS)$.

Примечание. Решение задачи упрощается при использовании соотношения $p = 2u/3$, где u — плотность внутренней энергии газа (энергия единицы объёма). Следует учитывать также, что полная энергия газа не меняется в ходе процесса.

4.19. Мощность нагревателя в правой части равна $2P$. Давление в сосуде возрастет на $2Q/V$.

4.20. Отношение большего объёма к меньшему равно $2^{3/5}$.

Указание. В момент достижения поршнем максимальной скорости давление газа по разные стороны от поршня будет одинаковым.



К задаче 4.21

4.21. Искомый процесс изображен на рисунке и состоит из изохор 1–2 и 3–4 и изобар 2–3 и 4–5. Температура в состоянии 4 равна $4T_0/3$. Давление на изобаре 2–3 в 1,2 раза больше давления окружающей среды, а на изобаре 4–5 составляет 0,8 от давления окружающей среды.

4.22. Отношение количества теплоты, прошедшего через поршень, к внутренней энергии газа равно $\frac{5}{18}$.

4.23. Температура более нагретого газа уменьшилась на ту же величину ΔT . При закрепленном поршне увеличение температуры менее нагретого газа на ΔT произошло бы за меньшее время.

4.24. Равновесная температура будет равна среднему арифметическому начальных температур, т. е. 450 К. Давление из-

менится в $\frac{36}{37}$ раз. Теплоемкости газов одинаковы и равны $\frac{825}{148}R \approx 5,6R$.

4.25. Через поршни 2 и 3 пройдут количества теплоты $\frac{105}{11}RT$ и $\frac{75}{11}RT$ соответственно.

4.26. Поршень сдвинется вниз на расстояние $H \frac{\sqrt{141} - 9}{20} \approx 0,14H$.

4.27. Поршень опускается на $p_0V/(mg)$. Количество отведенного тепла равно p_0V .

4.28. Объем газа над верхним поршнем уменьшился в $\frac{2}{\sqrt{21} - 3} \approx 1,26$ раза. Отведенное количество теплоты равно $p_0V \frac{\sqrt{21} - 3}{6} \approx 0,26p_0V$.

4.29. Максимальное расстояние между поршнями достигается в тот момент, когда потоки тепла через поршни равны между собой (одинаковы перепады температур на поршнях), и составляет

$$\frac{R}{2p_0S} \left(T_0 + \frac{2}{15} \frac{Q_1 - Q_2}{R} \right).$$

4.30. В части сосуда большего объёма давление будет $(13/15)p_0$, в части меньшего объёма $(7/5)p_0$.

Указание. Из условия изотермичности процесса можно найти перепад давлений в частях сосуда к моменту открытия клапана. Этот перепад равен $(8/15)p_0$ и сохраняется при дальнейшем движении поршня.

4.31. Газу следует сообщить количество тепла $\frac{51}{16}p_aSH$, где p_a — атмосферное давление, S — сечение сосуда, $H = 152$ см — высота сосуда, т. е. примерно 1 кДж.

4.32. Поскольку поршни могут свободно скользить в трубах, исходное равновесное состояние системы возможно только тогда, когда пружина не деформирована и начальное давление газа между поршнями равно атмосферному. После нагревания давление газа возрастает, пружина растягивается и поршни смещаются так, что меньший упирается в стопор (иначе не наступит равновесие).

Из условия равновесия для большего поршня

$$(p - p_0)2S = k\left(\frac{5}{2}L - 2L\right)$$

находим новое давление газа

$$p = p_0 + \frac{kL}{4S}.$$

Напишем уравнение Клапейрона–Менделеева для начального и конечного состояний газа:

$$\begin{aligned} p_0(2SL + SL) &= RT_0, \\ p2S\frac{5}{2}L &= RT, \end{aligned}$$

где T_0 и T — начальная и конечная температуры. Подставляя в последнее из этих соотношений найденное выражение для p и вычитая одно соотношение из другого, получаем

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{1}{R}(2p_0SL + \frac{5}{4}kL^2).$$

Найдем теперь подведенное к газу количество теплоты Q . Из 1-го принципа термодинамики следует, что

$$Q = \frac{3}{2}R\Delta T + \frac{1}{2}k\left(\frac{L}{2}\right)^2 + p_0(2S \cdot \frac{3}{2}L - SL).$$

Смысл величин, входящих в правую часть равенства очевиден: $\frac{3}{2}R\Delta T$ — изменение внутренней энергии газа, $\frac{1}{2}k\left(\frac{L}{2}\right)^2$ — потенциальная энергия растянутой на $\frac{L}{2}$ пружины, p_02SL — работа газа против силы атмосферного давления. Подставляя найденную ранее разность ΔT , имеем окончательно, что

$$Q = 5p_0SL + 2kL^2.$$

4.33. Объем газа увеличится в $\frac{9}{5}$ раз.

4.34. Нужно отвести количество теплоты $\frac{19}{6}U_1$.

4.35. Объем газа увеличится в $\frac{16}{13}$ раз. Нужно отвести количество теплоты $\frac{37}{13}Q$.

4.36. Невесомый поршень сместится вверх на расстояние $mgH/(p_0S)$.

4.37. Объем газа станет равным $0,4V$. Температура газа между поршнем и перегородкой останется равной T . Температура газа в правой части сосуда будет $5T/3$.

4.38. Электронагреватель должен выделить количество теплоты $4(p_0S + mg)h$.

4.39. Изменение внутренней энергии $\Delta U = -\nu(3/2)RT_0$, работа атмосферы над газом $A_a = \nu RT_0$. Тепловая машина может совершить работу $A = (5/2)(1 - \ln 2)\nu RT_0$.

4.40. Плотность пара $\rho = m/V$ выражаем из уравнения Клапейрона-Менделеева как $\rho = pM/(RT)$. Температуру пара T для оценки возьмем равной температуре кипения воды при атмосферном давлении 373 К. Действительно, при $T = 373$ К давление насыщенного пара равно атмосферному, а при комнатной температуре ($T \sim 300$ К) давление насыщенного пара много меньше атмосферного, и не будет большой ошибкой считать, что давление в половину атмосферного достигается при температурах, близких к 373 К. Учитывая также, что $M = 0,018$ кг/моль, $p = 50$ кПа, $R = 8,31$ Дж/(К·моль), находим $\rho \sim 0,3$ кг/м³.

4.41. Масса пара m находится из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$p_0 V = \frac{m}{M} RT.$$

Объем пара задан, а его давление p_0 и температура T совпадают с давлением и температурой в помещении (поршень может свободно скользить и стенки теплопроводящие). Поэтому

$$m = \frac{p_0 V M}{RT} = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,018}{8,314 \cdot 373} \approx 0,003 \text{ кг.}$$

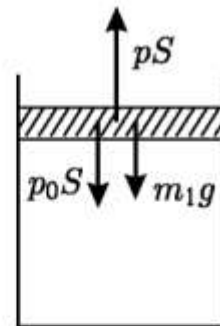
Найдем давление пара, которое удержало бы поршень при вертикальной ориентации цилиндра (см. рис.). Из условия равновесия поршня следует:

$$pS = p_0 S + m_1 g,$$

где p — давление пара под поршнем, S — площадь поршня, p_0 — давление в помещении, m_1 — масса поршня. Отсюда находим

$$p = p_0 + \frac{m_1 g}{S} = \left(10^5 + \frac{10 \cdot 9,8}{10^{-2}} \right) \text{ Па} = 109,8 \text{ кПа.}$$

В то же время известно, что давление насыщенного пара воды при 100°C равно 760 мм рт. ст., т. е. 101,325 кПа. Поскольку это давление меньше требуемого для удержания поршня, то весь пар сконденсируется в воду, и его объем под поршнем будет равен нулю. Близок к нулю будет также и объем получившейся воды ($\approx 3 \cdot 10^{-6}$ м³).



К задаче 4.41

Обозначим температуру пара, до которой его следовало бы нагреть, T_1 . Запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для нового и первоначального состояний пара:

$$pV = \frac{m}{M}RT_1,$$

$$p_0V = \frac{m}{M}RT,$$

где $p = p_0 + m_1g/S = 1,098 \cdot 10^5$ Па. Поделив первое соотношение на второе (объём по условию не меняется), находим, что

$$T_1 = T \frac{p}{p_0},$$

откуда

$$\Delta T = T_1 - T = T \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) = 373 \cdot 0,098 \approx 36,6 \text{ К}.$$

4.42. Масса трубы равна 25 кг.

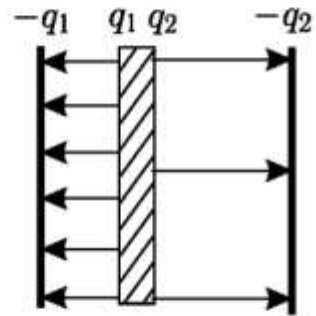
4.43. Концентрация пузырьков N зависит от координаты x по закону $N(x) = \frac{\mu x}{V}$.

* * *

5.1. На внешнюю сферу следует поместить заряд $2q$.

5.2. Заряды на внешней и внутренней сторонах сферы равны соответственно $2q$ и q .

5.3. Поскольку обкладки заземлены и тем самым соединены между собой, то разность потенциалов между ними будет равна нулю. Кроме того, не будет силовых линий электрического поля, идущих от обкладок к земле. Следовательно, на внешних сторонах обкладок заряды не появятся. На внутренние стороны обкладок придут с земли отрицательные заряды, равные по величине и противоположные по знаку зарядам на соответствующих сторонах пластины (см. рис.). Чтобы обеспечить нулевую разность потенциалов между обкладками, напряжённость поля в левом (меньшем) зазоре должна быть в два раза больше, чем в правом (большем). Значит, и заряд Q пластины распределится на ее плоскостях в той же пропорции («число» силовых линий электрического поля пропорционально заряду, на котором эти линии начинаются): $q_1 = 2q_2$. Учитывая, что $q_1 + q_2 = Q$, находим $q_1 = 2Q/3$, $q_2 = Q/3$. Следовательно, через гальванометр Γ_1 на пластину 1 с земли пройдет заряд $-2Q/3$, а через Γ_2 на пластину 2 — заряд $-Q/3$.



К задаче 5.3

5.4. Разность потенциалов равна $\frac{7q}{24\pi\epsilon_0 R}$, ϵ_0 — электрическая постоянная.

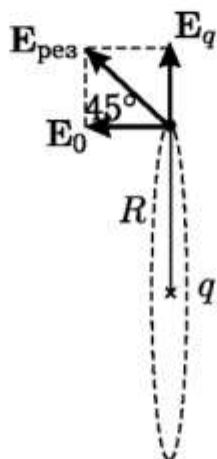
5.5. Напряжённость поля возрастет в $\sqrt{2}$ раз.

5.6. В случае сохранения полного заряда полусферы напряжённость поля уменьшится в 4 раза. В случае сохранения поверхностной плотности заряда напряжённость поля не изменится.

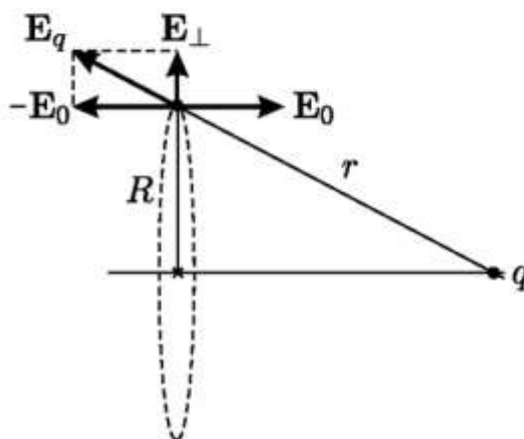
5.7. Искомые точки находятся на силовой линии поля напряжённостью E_0 , на которой расположен заряд q . Очевидно, что в этих точках напряжённость поля заряда q равна $E_0/2$ и направлена в одной точке по E_0 , а в другой — против E_0 . Расстояние r от заряда q до каждой из этих точек находим из формулы $q/(4\pi\epsilon_0 r^2) = E_0/2$, т. е. $r = [q/(2\pi\epsilon_0 E_0)]^{1/2}$, где ϵ_0 — электрическая постоянная. Искомое расстояние между точками равно $2r = [2q/(\pi\epsilon_0 E_0)]^{1/2}$. Поскольку вклад заряда q в потенциалы искомых точек одинаков, разность потенциалов между ними определяется только полем напряжённостью E_0 и равна

$E_0 2r = [2qE_0/(\pi\epsilon_0)]^{1/2}$. В приведенных формулах заряд подразумевался положительным. В случае отрицательного заряда достаточно q заменить на $|q|$.

5.8. По принципу суперпозиции напряжённость результирующего поля равна векторной сумме напряжённости поля $\mathbf{E}_0$ и поля точечного заряда $\mathbf{E}_q$. На рисунке изображены векторы напряжённости полей $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{E}_q$ в точке искомой окружности (для $q > 0$). Поскольку $E_{\text{рез}} = \sqrt{2} E_0$ и угол между напряжённостью результирующего поля и $\mathbf{E}_0$ равен 45° , то $E_q = E_0$ и $\mathbf{E}_q \perp \mathbf{E}_0$. Отсюда заключаем, что точечный заряд располагается в центре искомой окружности, а ее радиус R находим из условия $kq/R^2 = E_0$, где $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, где ϵ_0 — электрическая постоянная. Окончательно получаем $R = (2kq/E_0)^{1/2}$.



К задаче 5.8



К задаче 5.9

5.9. По принципу суперпозиции результирующее поле равно векторной сумме поля $\mathbf{E}_0$ и поля точечного заряда $\mathbf{E}_q$. Решение задачи проведём для $q > 0$. На рисунке изображены векторы напряжённостей полей $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{E}_q$ в точке искомой окружности. Учитывая, что $E_{\perp} = E_0/2$, находим, что

$$E_q = (E_0^2 + E_{\perp}^2)^{1/2} = \sqrt{5} E_0/2.$$

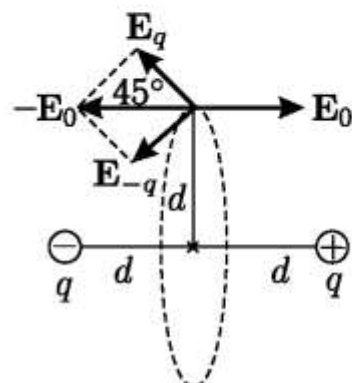
Используя формулу для напряжённости поля точечного заряда kq/r^2 , где $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, ϵ_0 — электрическая постоянная а r — расстояние от точечного заряда до точки окружности, получаем $r = [2kq/(\sqrt{5} E_0)]^{1/2}$.

Из подобия треугольников расстояний и напряжённостей полей имеем $R/r = E_{\perp}/E_q = 1/\sqrt{5}$, откуда находим радиус искомой окружности $R = [2kq/(5\sqrt{5} E_0)]^{1/2}$.

5.10. Положение окружности с нулевой напряжённостью суммарного поля показано на рисунке. Из условия компен-

сации поля E_0 полями зарядов E_q и E_{-q} с учетом выражения для поля точечного заряда находим величину зарядов $q = 4\pi\epsilon_0 2^{1/2} E_0 d^2$, где ϵ_0 — электрическая постоянная. При уменьшении зарядов в 4 раза суммарная напряжённость электрического поля будет равна нулю в двух точках, расположенных между зарядами $q/4$ и $-q/4$ и смещенных от центра соединяющего заряды отрезка на расстояние

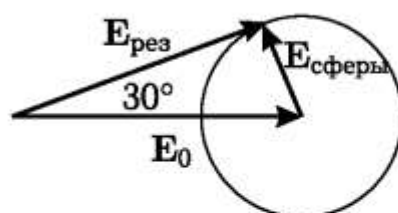
$$x = \pm d \sqrt{\frac{2\sqrt{2} + 1 - \sqrt{8\sqrt{2} + 1}}{2\sqrt{2}}} \approx \pm 0,34d.$$



К задаче 5.10

5.11. Заряд сферы равен $2\pi\epsilon_0 E_0 R^2$, где ϵ_0 — электрическая постоянная.

Указание. Существование максимального угла, меньшего π , между вектором напряжённости результирующего поля и вектором E_0 означает, что в любой точке напряжённость поля, создаваемого сферой, меньше E_0 . При фиксированном значении заряда сферы максимальный угол между вектором напряжённости результирующего поля и вектором E_0 достигается в тех точках, где напряжённость поля сферы максимальна (вне сферы вблизи ее поверхности) и ориентирована так, что результирующее поле перпендикулярно полю сферы (см. рис., где окружность показывает возможные положения концов вектора поля сферы и вектора результирующего поля). Из рисунка следует, что поле сферы должно быть направлено под углом 120° к полю E_0 и равняться $E_0/2$. Учитывая, что поле сферы вблизи ее поверхности равно $q/(4\pi\epsilon_0 R^2)$, находим заряд сферы $q = 2\pi\epsilon_0 E_0 R^2$.



К задаче 5.11

5.12. $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi\sigma R}{\lambda}$.

5.13. После внесения в короткозамкнутый конденсатор поле между пластинами внесенного конденсатора уменьшается вдвое, такое же по величине и противоположно направленное поле возникает в зазорах между пластинами внесенного и короткозамкнутого конденсаторов. Конечная электрическая энергия системы в два раза меньше начальной энергии заряженного конденсатора, поэтому работа электрических сил равна $CU^2/4$.

5.14. ЭДС батареи равна $\frac{Qd}{2\varepsilon_0 S}$. Работа батареи равна $\frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$, где ε_0 — электрическая постоянная.

5.15. Количество выделившейся теплоты равно $\varepsilon_0 S E^2 / (4d)$, где ε_0 — электрическая постоянная.

Указание. Для решения задачи удобно использовать энергетическое соотношение: работа батареи равна изменению запасенной электрической энергии плюс выделившееся тепло.

5.16. Работа внешней силы равна $\varepsilon_0 S E^2 / (6d)$, где ε_0 — электрическая постоянная.

5.17. Работа равна изменению электрической энергии системы: $A = \frac{(2q)^2}{16\varepsilon_0 R} - 2\frac{q^2}{16\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\varepsilon_0 R}$, где ε_0 — электрическая постоянная.

5.18. Потенциал уменьшится в 1,2 раза.

5.19. Энергия электрического поля первой сферы больше на $\frac{56\pi\sigma^2 R^3}{9\varepsilon_0}$, где ε_0 — электрическая постоянная.

5.20. Токи имеют следующие значения: через левый верхний резистор 4 А, через правый верхний 3 А, через центральный (перемычка) 1 А (направлен вниз).

Указание. Ток через центральный резистор, очевидно, равен 1 А и течет вниз. Ток через правый верхний резистор может быть найден из условия, что напряжение на нем равно сумме напряжений на центральном и правом нижнем резисторах. После этого ток через левый верхний резистор находится элементарно.

5.21. Ток во внешней цепи равен 6 А.

5.22. Токи в каждой паре параллельно соединенных сопротивлений распределяются обратно пропорционально этим сопротивлениям. Поэтому к точке А слева течет ток 4 А, а вправо от нее (к точке С) уходит ток 2 А. Следовательно, по перемычке АВ в направлении от А к В протекает ток 2 А. Рассуждая аналогично для точки С, находим, что ток в перемычке CD равен 1 А и течет от D к С. Напряжение на участке AC равно 8 В.

5.23. Минимальное сопротивление участка АВ равно $2R/3$, максимальное сопротивление равно R .

5.24. Увеличили на 10 Ом сопротивление одного из двух параллельных резисторов. Ток возрос в другом из этих двух резисторов.

5.25. Мощность максимальна при $R_{\text{н}} = R/2$.

5.26. Перемычка перегорит, когда напряжение источника достигнет значения 104 В. Выделяемая в цепи мощность уменьшится примерно в 1,3 раза.

5.27. Максимальная мощность составляет $\frac{800}{3}$ Вт и достигается при угле 45° между перемычкой и диаметром АВ.

5.28. Известно, что вольтметр показывает напряжение на самом себе. По результатам первого подключения можно сделать вывод, что сопротивление 2-го вольтметра в два раза больше сопротивления 1-го (при последовательном соединении вольтметров через них идет одинаковый ток). При втором подключении напряжение на 1-м и 2-м вольтметрах вместе составляло, очевидно, $(18 - 7,2) \text{ В} = 10,8 \text{ В}$. Это напряжение должно делиться между вольтметрами в той же пропорции 1:2 (через вольтметры снова течет один и тот же ток), значит 1-й вольтметр показал 3,6 В, а 2-й 7,2 В (в сумме 10,8 В). Поскольку при втором подключении показания 2-го и 3-го вольтметров оказываются одинаковыми, то их сопротивления равны. При третьем подключении вольтметров (2-й и 3-й параллельно, 1-й последовательно с ними) все вольтметры покажут по 9 В, поскольку ток, проходящий через 1-й вольтметр, поделится поровну между 2-м и 3-м.

5.29. Сопротивления R_3 и R_4 равны. Напряжение источника питания 10 В.

5.30. Сопротивление амперметра равно $R/2$, а вольтметра R .

Указание. Принять во внимание, что в первой схеме ток через амперметр больше, чем во второй, а напряжение на вольтметре меньше.

5.31. Напряжение источника равно 330 В.

5.32. Амперметры A_1 , A_2 и A_3 будут показывать токи 20 мА, 80 мА и 60 мА соответственно.

Указание. Вначале следует найти токи через резисторы. При расчете этих токов амперметры можно заменить проводами с нулевым сопротивлением.

5.33. Вольтметр V_1 покажет 40 В, а показания вольтметра V_2 будут нулевыми.

Указание. Поскольку сопротивления вольтметров велики, их подключение к цепи не влияет на распределение токов. Следовательно, на каждом сопротивлении будет напряжение 40 В.

5.34. Ток через амперметр $I_A = 3 \text{ мА}$ течет вверх, т. к. подключенный вольтметр уменьшил сопротивление среднего участка нижней ветви. Пусть ток через два левых резистора верхней ветви равен I_1 , тогда для этой ветви закон Ома имеет вид $I_1 2R + (I_1 + I_A)R = U$, где R — сопротивление резистора, а U — напряжение на зажимах цепи. Отсюда находим, что $I_1 = 39 \text{ мА}$. Обозначив ток через левый резистор нижней ветви I_2 , запишем для этой ветви закон Ома: $I_2 R + V + (I_2 - I_A)R = U$,

где V — напряжение на вольтметре. Поскольку правые резисторы верхней и нижней ветвей включены фактически параллельно (сопротивление амперметра пренебрежимо мало), напряжения на этих резисторах, а, значит, и токи в них одинаковы, т. е. $I_2 - I_A = I_1 + I_A$. Таким образом, $I_2 = 45$ мА и $V = U - I_2 R - (I_2 - I_A) R = 33$ В.

5.35. Первый и третий вольтметры показывают по 4 В, второй вольтметр показывает нулевое напряжение.

5.36. Напряжение источника равно 12 В.

Указание. Сопоставляя показания 1-го и 2-го вольтметров, легко понять, что сопротивление вольтметра равно сопротивлению резистора.

5.37. Из закона Ома для полной цепи можно составить два уравнения, соответствующих перечисленным в условии задачи вариантам включения:

$$I_1 = \frac{E}{R+r} = 1 \text{ А}, \quad I_2 = \frac{E}{r} = 6 \text{ А}.$$

Из этих уравнений находим ЭДС E и внутреннее сопротивление r : $E = 6$ В, $r = 1$ Ом. Мощность, выделяемая во внешней цепи, равна

$$P = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}.$$

Максимальное значение мощности составляет 9 Вт и достигается при $R = r$, т. е. при $R = 1$ Ом.

5.38. $\frac{9}{8}P$.

5.39. Из условия задачи ясно, что сопротивления резисторов, включенных в противоположные стороны квадрата, попарно равны. Обозначим их R_1 (между точками AC и BD) и R_2 (между точками CB и AD). Пусть напряжение сети равно V . Тогда

$$P = V^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + 2R_2} \right), \quad 2P = V^2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{2R_1 + R_2} \right).$$

Поделив эти равенства одно на другое, находим отношение сопротивлений

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$$

Искомая мощность P' определяется формулой

$$P' = \frac{2V^2}{R_1 + R_2}.$$

Выражая V^2 , например, из первого равенства, находим

$$P' = P \frac{2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}.$$

5.40. В цепи выделится мощность $1,2 P$.

5.41. Мощность уменьшится в $21/16$ раз. Вслед за AD перегорит AC. Вслед за BD перегорит AC.

5.42. В неоднородном участке выделяется мощность

$$P = \frac{U_1^2 \pi r^2}{\rho_1^2} \frac{\rho_1 + \rho_1}{2} L.$$

5.43. После замыкания ключа K_1 через гальванометр пройдет заряд $q_1 = \frac{2}{3}CE$. После размыкания ключа K_1 и замыкания K_2 через гальванометр пройдет заряд $q_2 = \frac{2}{9}CE$.

5.44. Изменение заряда на верхней пластине равно $-\frac{5}{2}CE$.

5.45. При быстром увеличении расстояния между пластинами нижнего конденсатора заряд не успевает перераспределиться. Поэтому совершенная работа равна увеличению энергии нижнего конденсатора: $A = q_0^2/(2C)$. С течением времени заряды перераспределяются до установления на конденсаторах одинаковой разности потенциалов. Используя последнее условие, а также закон сохранения заряда, находим $q_1 = (4/3)q_0$, $q_2 = (2/3)q_0$, где q_1 и q_2 — конечные заряды верхнего и нижнего конденсаторов. Полное количество теплоты равно убыли электрической энергии в ходе перераспределения зарядов:

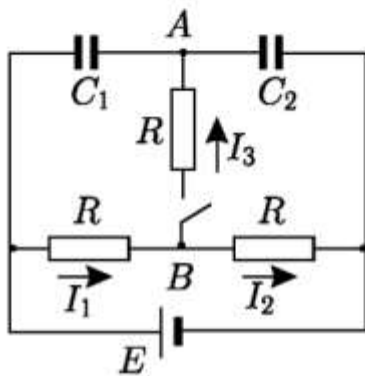
$$Q_1 + Q_2 = \frac{q_0^2}{2C} + \frac{q_0^2}{C} - \left(\frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{C} \right) = \frac{q_0^2}{6C}.$$

Учитывая, что через R_1 и R_2 в любой момент текут равные токи, имеем $Q_1/Q_2 = R_1/R_2 = 1/2$. В итоге $Q_1 = q_0^2/(18C)$, $Q_2 = q_0^2/(9C)$.

5.46. После замыкания ключа K вначале быстро зарядится до напряжения E конденсатор $2C$, а другой конденсатор из-за большого сопротивления резистора останется практически незаряженным. При этом внутри батареи выделится количество теплоты CE^2 . Далее будет продолжаться медленная зарядка конденсатора C при практически неизменном напряжении на конденсаторе $2C$. Поскольку при этом через резистор и батарею течет фактически одинаковый ток, а сопротивление резистора много больше внутреннего сопротивления батареи, почти все

количество теплоты на этом этапе выделится на резисторе и будет равно $CE^2/2$. Таким образом, полное количество теплоты, выделившееся в цепи, составляет $3CE^2/2$ и $2/3$ его выделится внутри батареи.

5.47. Ток, который пойдет через перемычку сразу после замыкания ключа, можно найти из закона Ома для участка АВ. При этом надо учитывать, что потенциал точки А не может измениться мгновенно после замыкания ключа (заряды на конденсаторах меняются плавно), потенциал же точки В изменится скачком из-за перераспределения токов. Примем для определенности потенциал отрицательного полюса батареи за нуль. Тогда потенциал положительного полюса будет равен E , т. к. сопротивление батареи пренебрежимо мало.



К задаче 5.47

Разность потенциалов между полюсами не изменится и после замыкания ключа. Определим потенциал точки А. Поскольку заряд батареи конденсаторов равен $C_{\text{общ}}E = (2/3)CE$, то разность потенциалов на конденсаторе емкостью $2C$ равна $E/3$ и, следовательно, $\varphi_A = E/3$.

Обозначив токи, которые будут течь в участках цепи сразу после замыкания ключа, через I_1 , I_2 , I_3 (см. рис.), составим систему уравнений

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3, \\ I_1 R + I_3 R &= E - \frac{E}{3} = \frac{2E}{3}, \\ I_1 R + I_2 R &= E, \end{aligned}$$

откуда и найдем искомый ток I_3 :

$$I_3 = \frac{E}{9R} = 0,02 \text{ A}$$

(ток течет в направлении от В к А).

5.48. Сразу после замыкания ключа через батарею пойдет ток $\frac{10}{9} \text{ A}$.

5.49. Сразу после замыкания ключа, когда конденсаторы практически мгновенно зарядятся до напряжений $E/2$, ток через резистор будет равен $E/(2R)$. В момент, когда напряжение на незашунтированном конденсаторе станет равным $3E/4$, ток через резистор будет $E/(4R)$ (поскольку напряжение на параллельном

резистору конденсаторе будет $E/4$). В этот момент ток через батарею будет равен $E/(8R)$.

Указание. При нахождении тока через батарею следует учитывать, что после быстрой зарядки конденсаторов сумма зарядов на них остается постоянной и равной CE , C — емкость конденсатора. При этом протекающий по резистору ток делится пополам между конденсаторами.

5.50. В указанный момент напряжение на втором конденсаторе равно $E - 2U$, а ток через батарею равен U/R .

5.51. Токи через батарею и перемычку будут соответственно 2 А и 11 А.

5.52. Через резисторы (рассматриваем их слева направо) пойдут токи $E/(8R)$, $E/(4R)$, $3E/(8R)$. Батарея совершит работу $3CE^2$. В резисторах (слева направо) выделятся следующие количества теплоты: $CE^2/8$, $CE^2/4$, $9CE^2/8$.

5.53. В первом резисторе выделится количество теплоты $q^2/(36C)$, во втором $q^2/(72C)$.

5.54. В первом резисторе выделится количество теплоты $CU^2/9$, во втором $CU^2/18$.

5.55. Выделившееся количество теплоты равно

$$\frac{(q_1 + q_2 + \dots + q_N)^2}{2NC}.$$

5.56. При $R \geq 4$ Ом ток через левый диод не идет. Тогда выделяющаяся на резисторе R мощность определяется формулой

$$P = \frac{(1,6)^2 R}{(R + 4)^2} = \frac{0,64}{\left(\sqrt{R}/2 + 2/\sqrt{R}\right)^2}.$$

Максимум этого выражения достигается при $R = 4$ Ом и составляет $P_{\max} = 0,16$ Вт. При $R < 4$ Ом открыты оба диода и выделяющаяся на резисторе R мощность равна

$$P = \frac{(0,8 + 1,6)^2 R}{(2R + 4)^2} = \frac{0,72}{\left(\sqrt{R/2} + \sqrt{2/R}\right)^2}.$$

Максимум P достигается теперь при $R = 2$ Ом и составляет $P_{\max} = 0,18$ Вт, что больше, чем $P_{\max}$ в первом случае. Таким образом, $P_{\max} = 0,18$ Вт при $R = 2$ Ом.

5.57. Ток находим из решения системы двух уравнений

$$\begin{aligned} IR + V &= E, \\ I &= 10^{-2} \cdot V^2. \end{aligned}$$

Исключая вначале ток I , получаем квадратное уравнение для напряжения V на диоде

$$10^{-2}RV^2 + V - E = 0,$$

откуда находим

$$V = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4RE \cdot 10^{-2}}}{2R \cdot 10^{-2}}.$$

Выбирая верхний знак, чтобы V было больше нуля и $IR < E$, и подставляя численные значения R и E , получаем $V = 1$ В. Учитывая, что $I = 10^{-2}V^2$, находим $I = 10$ мА.

Разумеется, можно решать исходную систему уравнений, сразу исключая напряжение V и получая квадратное уравнение для I .

5.58. Приравняем энергии шариков в начальном положении (когда они на расстоянии h друг от друга) и в момент остановки верхнего (когда шарики на расстоянии $h/2$):

$$mg\frac{h}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 h} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 h},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная. Отсюда находим, что $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 h^2} = \frac{1}{2}mg$, и, следовательно, начальное ускорение падающего шарика равно $g/2$. Скорость шарика достигает максимального значения в точке, где ускорение шарика обращается в нуль (электрическая сила отталкивания уравнивает силу тяжести). Связывая законом сохранения энергии это положение с начальным, находим, что максимальная скорость равна $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})gh}$.

5.59. Нить составит с горизонтом угол $\arccos(4/5) \approx 37^\circ$. Сила натяжения будет равна mg .

5.60. Частицы сблизятся до наименьшего расстояния $\frac{L}{1 + 2\pi\epsilon_0 mV^2 L/q^2}$, ϵ_0 — электрическая постоянная. Работа внешней силы равна $3mV^2/2$.

5.61. Наименьшая скорость равна $\frac{3q}{\sqrt{10\pi\epsilon_0 md}}$, ϵ_0 — электрическая постоянная.

5.62. Период обращения равен $2R^2 \sqrt{\frac{3\sqrt{3}\pi^3\epsilon_0 m}{q\rho}}$, ϵ_0 — электрическая постоянная.

5.63. Проекция силы F_x (ось x направлена вдоль оси кольца), действующей на пылинку со стороны кольца, пропорциональна произведению $E_x E'_x$, где E_x — напряжённость электрического поля кольца, а E'_x — производная по координате: $F_x \propto E_x E'_x$. Используя выражение для электрического поля на оси кольца

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}},$$

где q — заряд кольца, ϵ_0 — электрическая постоянная, а координата x отсчитывается от центра кольца, находим

$$F_x \propto \frac{x(R^2 - 2x^2)}{(x^2 + R^2)^4}.$$

Дифференцируя F_x по x и приравнявая производную к нулю, находим два значения x , при которых величина силы достигает локальных максимумов: $x_1 \approx 0,29R$ и $x_2 \approx 1,10R$. Сравнивая значения силы в этих точках, находим, что в точке x_1 сила наибольшая. Интересно отметить, что при $x < R/\sqrt{2}$ пылинка отталкивается кольцом, а при $x > R/\sqrt{2}$ — притягивается.

5.64. Заряд сферы равен $q/4$. Сила натяжения возрастет в $9/8$ раз. Начальная скорость шариков должна превышать значение $q/\sqrt{3\pi\epsilon_0 mL}$, где ϵ_0 — электрическая постоянная.

5.65. Для нахождения минимальной начальной скорости V запишем закон сохранения энергии в виде

$$\frac{mV^2}{2} + \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} = mg\frac{d}{4} + 2\frac{(q/2)^2}{2C}.$$

Здесь $C_1 = \frac{4\epsilon_0 S}{d}$ — емкость конденсатора, образованного нижней

обкладкой и пластинкой в начальном положении, $C_2 = \frac{4\epsilon_0 S}{3d}$ —

емкость конденсатора, образованного верхней обкладкой и пластинкой в том же положении, $q_{1,2}$ — соответствующие заряды

этих конденсаторов, $C = \frac{2\epsilon_0 S}{d}$ — емкости конденсаторов при

расположении пластинки посередине между обкладками, g — ускорение свободного падения, ϵ_0 — электрическая постоянная.

Учитывая, что заряд q делится между конденсаторами C_1 и C_2 в отношении 3:1, находим $q_1 = 3q/4$, $q_2 = q/4$. В результате получаем

$$V = \sqrt{\frac{gd}{2} + \frac{q^2 d}{16m\epsilon_0 S}}.$$

5.66. Полное разделение электронного и ионного слоев произойдет в случае, когда суммарный заряд образовавшихся ионов не превышает $2Q$. В момент, когда электронный слой подлетает к пластине, его энергия равна $Q^2 d / (4\epsilon_0 S)$, где ϵ_0 — электрическая постоянная.

5.67. Запишем второй закон Ньютона для частицы:

$$m \frac{\Delta V}{\Delta t} = q \frac{U}{d},$$

где U — разность потенциалов на конденсаторе. Подставляя выражение для U из закона Ома

$$U = E - IR$$

и домножая обе части уравнения движения частицы на Δt , приходим к соотношению

$$m\Delta V = \frac{q}{d} E \Delta t - \frac{q}{d} IR \Delta t.$$

Учитывая, что начальная скорость частицы и начальный заряд на пластинах конденсатора равнялись нулю, после суммирования в левой и правой частях уравнения получаем

$$mV = \frac{q}{d} (Et - QR).$$

Отсюда искомый заряд равен

$$Q = \frac{1}{R} \left(Et - \frac{mVd}{q} \right).$$

5.68. Заряд кольца равен $m|\omega_2 - \omega_1|/B$.

5.69. Направим ось y параллельно границе и перпендикулярно к магнитному полю и запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось:

$$m \frac{dV_y}{dt} = -qV_x B_0 \frac{x}{L}.$$

Домножая обе части уравнения на dt и используя равенство $V_x dt = dx$, приходим к соотношению

$$mdV_y = -\frac{qB_0}{L} x dx.$$

Интегрирование полученного уравнения с учетом того, что в точке поворота $V_y = 0$, дает

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{2VL}{B_0 q/m}}.$$

5.70. Максимальное удаление равно $\frac{2mV_0}{qB_0} \sqrt{1 + \frac{E_0^2}{B_0^2 V_0^2}}$.

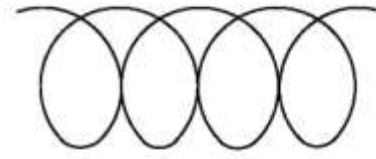
5.71. Максимальная кинетическая энергия равна $2mE^2/B^2$.

5.72. Минимальный радиус кривизны траектории частицы равен

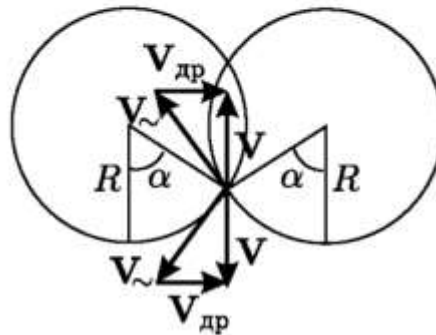
$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{q \sqrt{E^2 + V_0^2 B^2 \sin^2 \alpha}}.$$

5.73. Соответствующая условию задачи траектория движения частицы имеет вид, приведённый на рисунке.

Движение частицы является суперпозицией двух движений — дрейфа с постоянной скоростью $V_{\text{др}} = E/B$ и равномерного вращения с циклотронной частотой ω_B (и линейной скоростью $V_{\sim} = \omega_B R$). Прохождение частицей одной и той же точки пространства с равными и противоположными скоростями может быть пояснено рисунком.



К задаче 5.73



К задаче 5.73

Точка на правой окружности (скорость в лабораторной системе отсчета направлена вертикально вверх) проходится частицей через целое число оборотов плюс доворот на угол 2α . С учетом этого условие возврата частицы в ту же точку пространства имеет вид

$$V_{\text{др}} t = 2R \sin \alpha,$$

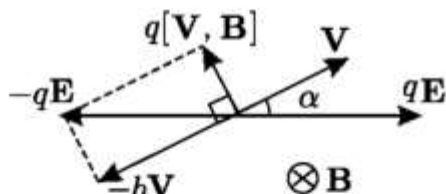
где $t = (2\pi n + 2\alpha)/\omega_B$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Минимальной скорости частицы соответствует $n = 1$. Из треугольников скоростей находим $V_{\text{др}}/V_{\sim} = \cos \alpha$. Тогда угол α определится трансцендентным уравнением $\text{tg } \alpha = \pi + \alpha$. Решая это уравнение методом последовательных приближений, получаем $\alpha \approx 77^\circ$. В итоге для

минимальной скорости прохода точек касания витков траектории получаем

$$V = V_{\text{др}} \operatorname{tg} \alpha \approx 4,5 V_{\text{др}} = 4,5 E/B.$$

Наименьшая скорость на траектории достигается в «нижней» точке траектории и равна

$$V_{\min} = V_{\sim} - V_{\text{др}} = V_{\text{др}}(1/\cos \alpha - 1) \approx 3,6 E/B.$$



К задаче 5.74

5.74. Направим магнитное поле за чертеж, а электрическое вправо. При движении заряда с установившейся скоростью $\mathbf{V}$ сумма действующих на него сил равна нулю: $q\mathbf{E} + q[\mathbf{V}\mathbf{B}] - h\mathbf{V} = 0$, где $[\mathbf{V}\mathbf{B}]$ — векторное произведение

$\mathbf{V}$ и $\mathbf{B}$. Из рисунка очевидны как абсолютная величина установившейся скорости, так и угол α между $\mathbf{V}$ и $\mathbf{E}$:

$$V = \frac{qE}{\sqrt{q^2 B^2 + h^2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{qB}{h}.$$

5.75. Пусть ℓ — длина замыкающей части перемычки в произвольный момент времени t (такими же будут и длины двух других сторон проводящего треугольника), тогда найдем силу тока I :

$$I = E/(R_1 3\ell).$$

При этом на перемычку действует сила Ампера

$$F_A = I\ell B = EB/(3R_1).$$

Как видим, сила Ампера оказывается постоянной, т. е. перемычка движется равноускоренно с ускорением

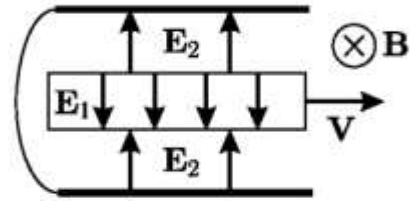
$$a = F_A/m = EB/(3mR_1).$$

Из простых геометрических соотношений находим, что до замыкания цепи перемычка пройдет путь $S = \ell_0 \sqrt{3}/4$. Поскольку $S = at^2/2$, момент замыкания цепи определяется формулой

$$t = \sqrt{\frac{3\sqrt{3} m R_1 \ell_0}{2EB}}.$$

5.76. Поскольку на свободные электроны, движущиеся вместе с пластиной, действует сила Лоренца, они перераспределяются в пластине так, чтобы напряжённость их собственного электрического поля $\mathbf{E}_1$ в каждой точке внутри пластины

скомпенсировала напряжённость поля силы Лоренца: $E_1 = VB$. Появление электрического поля E_1 внутри пластины приводит к появлению электрического поля E_2 и вне ее (см. рис.), иначе появилась бы разность потенциалов между замкнутыми обкладками. Напряженность поля E_2 находим из условия равенства нулю разности потенциалов между обкладками: $E_2 = \frac{1}{2}E_1 = \frac{1}{2}VB$. Используя далее известную связь между напряжённостью поля вблизи поверхности металла и плотностью заряда на ней ($E_2 = \sigma/\epsilon_0$, ϵ_0 — электрическая постоянная), окончательно получаем $\sigma = \epsilon_0 VB/2$.



К задаче 5.76

5.77. При решении используем выражение для ЭДС индукции

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Поскольку виток и провод неподвижны, то изменение магнитного потока Φ через виток связано лишь с изменением магнитного поля провода во времени. Это поле в каждой точке пропорционально току в проводе и, следовательно, изменяется во времени также по пилообразному закону. А значит, и магнитный поток Φ изменяется по аналогичному закону (см. рис. 1). На прямоли-

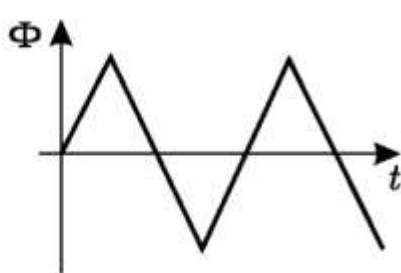


Рис. 1

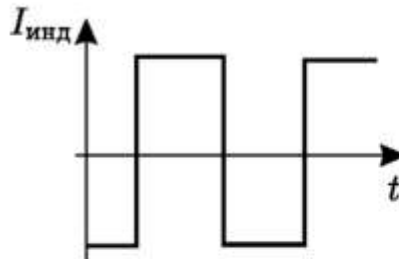


Рис. 2

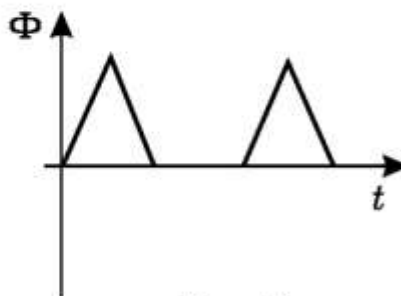


Рис. 3

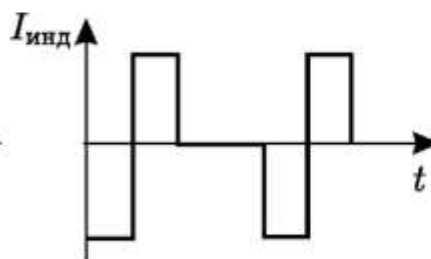


Рис. 4

К задаче 5.77

нейных участках графика величина $\Delta\Phi/\Delta t$ постоянна и скачком изменяет знак (не меняя абсолютной величины) при переходе от одного участка к другому. Таким образом, в витке действует кусочно-постоянная знакопеременная ЭДС, вызывающая ток $I_{\text{инд}}(t) = E_i(t)/R$ (самоиндукцией витка пренебрегаем), где R — сопротивление витка (см. рис. 2).

При включении диода в цепь провода у графика $I(t)$ а, следовательно, и у графика $\Phi(t)$ «отрезается» отрицательная (или положительная при другом включении диода) часть (см. рис. 3). В результате график $I_{\text{инд}}(t)$ принимает вид, приведенный на рис. 4.

Диод, включенный в цепь витка, препятствует току в одном направлении. Следовательно, в этом случае нужно «отрезать» у графика на рис. 2 либо отрицательную, либо положительную часть (см. рис. 5).

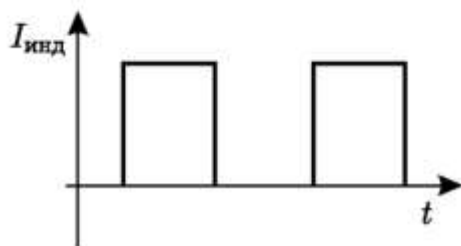


Рис. 5

К задаче 5.77

5.78. Максимальное значение тока, равное $\frac{\sqrt{2}ab\omega B}{R}$, достигается через полпериода в моменты, когда стороны b рамки пересекаются одной силовой линией магнитного поля (в эти моменты магнитный поток через поверхность, опирающуюся на рамку, равен нулю).

5.79. По рамке пройдет заряд $(q_1 + q_2)/2$.

5.80. Наводимая в рамке ЭДС индукции зависит как от расстояния до провода, так и от скорости рамки. При прнесении рамки с вдвое большей скоростью через одну и ту же точку ЭДС будет в 2 раза больше. Таким образом, в двух случаях движения рамки токи в ней будут отличаться в 2 раза, а выделяемые мощности — в 4 раза. Поскольку весь процесс вынесения рамки из области магнитного поля занимает вдвое меньшее время при вдвое большей скорости, количество выделившейся теплоты будет в этом случае в 2 раза больше.

5.81. Если τ увеличить в 2 раза, то удвоение магнитного потока произойдет за вдвое больший промежуток времени. При этом ЭДС индукции и индукционный ток уменьшатся в 2 раза, мощность уменьшится в 4 раза, а выделившееся тепло тоже уменьшится, но не в 4, а в 2 раза, поскольку вдвое возрастает время, в течение которого выделяется тепло.

5.82. Выделится количество теплоты $2B^2S^2/L$. Пройдет заряд $2BS/R$.

5.83. По рамке пройдет заряд $3q$.

Указание. Прошедший по рамке заряд пропорционален изменению магнитного потока через рамку.

5.84. Минимальная скорость, при которой рамка преодолееет слой, равна $l^3 B^2 / (mR)$.

Указание. При записи второго закона Ньютона для рамки ускорение преобразовать следующим образом:

$$a_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{\Delta V_x}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta V_x}{\Delta x} V_x.$$

5.85. Скорость рамки станет равной $\sqrt{V^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{IBa^2}{m}}$.

Указание. Скорость рамки можно найти, вычислив работу силы Ампера, втягивающей рамку в полупространство с магнитным полем.

5.86. Рамка проникнет в область, занятую полем, на расстояние

$$b \frac{\sqrt{2} + 1}{(\alpha b)^2},$$

много большее b (поскольку $\alpha b \ll 1$). Сопротивление рамки равно

$$\frac{(2 + \sqrt{2}) B_0^2 b^3}{mV_0}.$$

5.87. Отношение напряжённостей кулоновского и вихревого полей равно примерно $2\pi R/d$.

5.88. По закону Фарадея в рамке возникает электродвижущая сила

$$E_i = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \alpha \pi R^2.$$

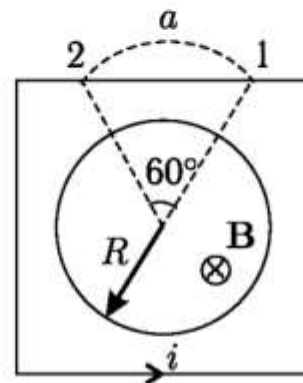
Индукционный ток i , который идет против часовой стрелки, находим из закона Ома:

$$i = \frac{\alpha \pi R^2}{r},$$

где r — сопротивление рамки. Напишем закон Ома для участка 1–2:

$$ir_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}.$$

Здесь r_{12} — сопротивление участка 1–2, $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между точками 1 и 2, а E_{12} — электродвижущая



К задаче 5.88

сила на этом участке. Две особенности задачи облегчают нахождение E_{12} . Во-первых, из-за малости магнитного поля вне соленоида ЭДС на прямом участке 1–2 и на дуге 1–а–2 одинаковы: $E_{12} = E_{1a2}$. Например, это можно понять из рассмотрения замкнутого контура 1–а–2–1, ЭДС на котором равна нулю, поскольку этот контур охватывает нулевой магнитный поток. Во-вторых, вихревое поле, создаваемое переменным магнитным полем соленоида, обладает осевой симметрией, поэтому

$$E_{1a2} = \frac{1}{6}\alpha\pi R^2.$$

Связывая длину участка 1–2 с периметром рамки, получаем

$$r_{12} = \frac{r}{8 \cos 30^\circ} = \frac{r}{4\sqrt{3}}.$$

В итоге находим разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 \approx -0,02\alpha\pi R^2.$$

Заметим, что полезно проанализировать задачу подробнее и определить разности потенциалов между другими парами точек (в том числе и между такими, для которых результат ясен из соображений симметрии).

5.89. Сразу после размыкания ключа ток через катушку не изменится (этому препятствует индуктивность катушки) и пойдет через лампу. Этот ток втрое больше того, что шел через лампу до размыкания ключа (следует из сопоставления мощностей до размыкания ключа). Поскольку мощность пропорциональна квадрату тока, то выделяющаяся в лампе мощность возрастет в 9 раз и будет равна 450 Вт.

5.90. Ключ был замкнут в течение времени $10L/R$.

5.91. При $R_1 \gg R_2$ в каждом резисторе выделится количество теплоты $CE^2/4$. При $R_1 \ll R_2$ в резисторе R_1 тепло практически не выделяется, а в резисторе R_2 выделяется тепло $CE^2/2$.

5.92. Непосредственно перед замыканием ключа K_2 напряжение на катушке было $E/2$, а сразу после замыкания $3E/4$.

5.93. Сразу после замыкания ключа ток в резисторе, параллельном катушке, будет равен 1 А, а в двух других резисторах — по 2 А. Через большой промежуток времени токи в этих резисторах будут равны 0 и по 3 А соответственно.

5.94. При разомкнутом ключе ток 3 А протекает только через резистор, параллельный конденсатору. Сразу после замыкания ключа ток через резистор, параллельный катушке, равен нулю, а токи через резисторы, параллельные конденсатору, равны 3 А

каждый. Через большой промежуток времени токи через резисторы будут такими же, как и сразу после замыкания ключа.

5.95. Ток через батарею сразу после замыкания ключа будет $7E/(6R)$. Напряжения на левой и правой катушках сразу после замыкания будут $E/3$ и $2E/3$ соответственно.

5.96. До размыкания ключа магнитная энергия катушки в 25 раз больше электрической энергии конденсатора. Сразу после размыкания ключа ток через батарею будет равен 4 А. Через большой промежуток времени после размыкания ключа электрическая энергия конденсатора составит 0,32 мДж.

5.97. 2В (потенциал вывода катушки, соединенного с плюсом батареи, ниже потенциала другого вывода).

5.98. В первой катушке ток скачком возрастет до значения E/R , во второй скачком возникнет ток $0,5E/R$ (магнитное поле этого тока направлено против магнитного поля первой катушки). После размыкания ключа K_1 ток во второй катушке скачком изменит направление на противоположное и будет равен $0,5E/R$.

Указание. Учесть, что замыкание второй катушки фиксирует магнитный поток через нее, а следовательно, и через первую катушку.

5.99. Поскольку катушки идеальные (их активное сопротивление равно нулю), ток в цепи может циркулировать бесконечно долго. При этом напряжение на катушках остаётся равным нулю и, следовательно, отсутствует ток через резистор.

Что произойдёт, если из одной катушки (например, верхней) резко (за очень малое время Δt) удалить сердечник и тем самым, как сказано в условии задачи, уменьшить её индуктивность вдвое? Ток через эту катушку возрастет в два раза. Действительно, из условия конечности ЭДС индукции E_i , которая определяется формулой

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

следует, что $\Delta\Phi \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$.

Обозначая индуктивности катушек и ток в цепи до удаления сердечника через L и I , запишем выражение для энергии магнитного поля, первоначально запасённой в цепи, в виде

$$W_m = 2\frac{LI^2}{2} = LI^2.$$

Сразу после извлечения сердечника энергия равна

$$W'_m = \frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{2}\right)(2I)^2 = \frac{3}{2}LI^2$$

(ток через нижнюю катушку не изменился). Энергия магнитного поля возрастает ($W'_m > W_m$), поскольку при удалении сердечника совершается положительная работа (магнетик с проницаемостью, большей единицы, втягивается в область более сильного магнитного поля, т. е. внутрь катушки).

Для дальнейшего удобно токи в катушках снабдить индексами (1 — в верхней, 2 — в нижней). Поскольку катушки не обладают омическим сопротивлением, ЭДС индукции, возникающие в этих катушках, в любой момент времени равны по величине и противоположны по знаку. В противном случае токи I_1 и I_2 были бы бесконечными. Таким образом,

$$\frac{L}{2} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I_2}{\Delta t},$$

откуда находим связь между изменениями токов в катушках:

$$\Delta I_1 = -2\Delta I_2.$$

Так как данное соотношение выполняется на каждом малом промежутке Δt , то оно будет верно и в течение всего процесса установления токов. Установившийся ток I' (он будет в катушках одинаковым, поскольку ток через резистор станет равным нулю) находится из соотношения

$$I' - 2I = -2(I' - I),$$

где учтено, что в начале процесса установления токи в первой и второй катушках были соответственно $2I$ и I . В итоге получаем

$$I' = \frac{4}{3}I.$$

Энергия магнитного поля тока в цепи после установления тока будет равна

$$W''_m = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}L \right) I'^2 + \frac{1}{2}LI'^2 = \frac{4}{3}LI^2,$$

а убыль энергии $W'_m - W''_m$ определит количество тепла Q , которое выделится в резисторе в ходе процесса установления:

$$Q = \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3} \right) LI^2 = \frac{1}{6}LI^2.$$

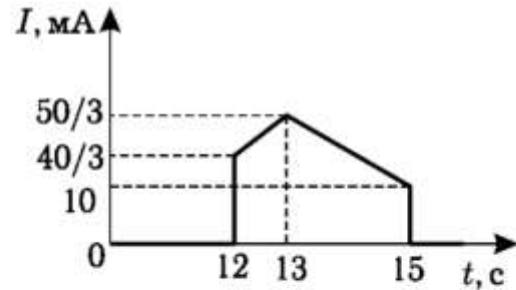
Рассмотрим теперь процесс медленного возвращения сердечника в катушку. Напряжение на резисторе равно ЭДС индукции в любой из катушек $|E_i| = |\Delta\Phi/\Delta t|$. Количество теплоты, выделяю-

щееся в резисторе за малый промежуток времени Δt , запишем в виде

$$\Delta Q = I_R^2 R \Delta t = |E_i| I_R \Delta t = I_R |\Delta \Phi|,$$

где I_R — ток через резистор. Полное количество тепла, которое выделится при возвращении сердечника, находится путём суммирования всех ΔQ (интегрирования по времени). При медленном возвращении сердечника в катушку ЭДС индукции в катушках будут близки к нулю, а значит близким к нулю будет и ток I_R . В то же время сумма $|\Delta \Phi|$ конечна (равна полному изменению потока через любую катушку). Поэтому выделившееся на резисторе количество теплоты близко к нулю. Таким образом, тепло в цепи выделялось только на этапе установления тока после резкого удаления сердечника и выделившееся количество теплоты составило $Q = \frac{LI^2}{6}$.

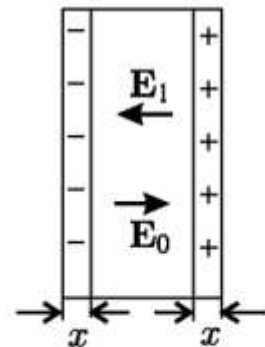
5.100. График зависимости тока через лампу от времени представлен на рисунке. Полный заряд, прошедший через лампу, равен $\frac{125}{3} 10^{-3}$ Кл.



К задаче 5.100

5.101. Мощность уменьшилась в 1,6 раза.

5.102. В результате смещения электронов на расстояние x относительно ионов под действием поля напряжённостью E_0 на границах плазменного слоя возникнут заряды противоположного знака с поверхностной плотностью $\pm \sigma = \pm eNx$, где e — модуль заряда электрона, а N — концентрация электронов (см. рис.). В равновесном состоянии поле этих зарядов $E_1 = \sigma/\epsilon_0$ (ϵ_0 — электрическая постоянная) компенсирует внешнее поле E_0 внутри плазменного слоя, т.е. $E_1 = E_0$. Из данного условия находим концентрацию электронов $N = \epsilon_0 E_0 / (ex)$. Колебания электронного слоя относительно ионного (после выключения поля E_0) происходят под действием квазиупругой силы со стороны ионного слоя $F_x = -e^2 N^2 x d / \epsilon_0$, где d — толщина слоя, а x считается теперь знакопеременной величиной. Подставляя данное выражение в уравнение второго закона Ньютона для электронного слоя



К задаче 5.102

$Ma_x = F_x$, где $M = mNd$ — масса слоя на единицу площади его поверхности и m — заряд электрона, приходим к уравнению гармонического осциллятора $x'' + \omega^2 x = 0$ с собственной частотой $\omega = (e^2 N / m \varepsilon_0)^{1/2}$. На данной частоте и будут происходить колебания.

5.103. Максимальная напряжённость результирующего электрического поля равна $3E_0$ и достигается в двух точках, расположенных вне плазменного шара вблизи его поверхности на силовой линии поля E_0 , идущей вдоль диаметра шара. Частота малых колебаний равна $\sqrt{\frac{e^2 N}{3m\varepsilon_0}}$, ε_0 — электрическая постоянная.

* * *

6.1. Амплитуда колебаний равна $(2mg/k) \sqrt{1 + \pi^2/8}$.

6.2. Грузы следует сместить на $\frac{L\sqrt{2}}{\pi(2n+1)}$, где $n = 0, 1, 2, \dots$

6.3. Брусок колеблется с амплитудой $\mu mg/(2k)$ и периодом $2\pi\sqrt{m/k}$. Действующая на брусок сила трения все время направлена вправо и равна $0,5\mu mg$.

Указание. Прежде всего необходимо понять, что брусок не проскальзывает по доске. Записывая второй закон Ньютона для каждого из тел, можно убедиться, что сила трения постоянна по величине и по направлению.

6.4. С помощью закона сохранения механической энергии находим амплитуды колебаний грузов:

$$A_1 = \sqrt{\frac{2E_0}{k}}, \quad A_2 = \sqrt{\frac{E_0}{2k}}.$$

Частота колебаний груза 2 в два раза больше частоты $\omega = \sqrt{k/m}$ колебаний груза 1. Выбирая нуль оси x в месте нахождения груза 1 при недеформированной пружине и учитывая начальные условия, записываем законы движения грузов:

$$x_1 = -A_1 \sin \omega t, \quad x_2 = 2\sqrt{\frac{2E_0}{k}} + A_2 \cos 2\omega t.$$

Расстояние между грузами $\Delta x = x_2 - x_1$ меняется со временем по закону

$$\Delta x = 2\sqrt{\frac{2E_0}{k}} + A_2 \cos 2\omega t + A_1 \sin \omega t$$

и достигает минимального значения

$$(\Delta x)_{\min} = 2\sqrt{\frac{2E_0}{k}} - A_2 - A_1 = \sqrt{\frac{E_0}{2k}}$$

в те моменты времени, когда $\cos 2\omega t$ и $\sin \omega t$ одновременно становятся равными -1 , т.е. при $t = 3\pi/(2\omega) + 2\pi n/\omega$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

6.5. Включение на полпериода постоянной силы F_0 смещает положение равновесия на F_0/k , поэтому точка остановки груза после первого включения силы отстоит от его положения при недеформированной пружине на $A_0 + 2F_0/k$. Это и будет амплитудой колебаний после однократного действия силы F_0 . После 5 таких включений и выключений силы F_0 амплитуда будет равна

$A_0 + 10F_0/k$. Максимальная скорость груза, которая достигается при прохождении положения равновесия, будет равна

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \left(A_0 + 2\frac{F_0}{k} \right)$$

(после одного включения);

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \left(A_0 + 10\frac{F_0}{k} \right)$$

(после 5 включений).

6.6. Перемещение доски равно $2\mu mg/k$, если $V > \mu g\sqrt{m/k}$ и $\mu mg/k + V\sqrt{m/k}$, если $V < \mu g\sqrt{m/k}$ (g — ускорение свободного падения).

6.7. Сила должна действовать в течение времени $t = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Указание. Для решения задачи удобно использовать энергетическое соотношение: работа силы F равна упругой энергии пружины в положении крайнего отклонения груза. Следует также учитывать, что действие постоянной силы F не влияет на период колебаний, а приводит лишь к смещению положения равновесия на F/k .

6.8. При первом движении вверх (до максимальной высоты) груз проходит путь $(9/2)mg/k$.

6.9. Плоскость нужно поместить на $A/2$ ниже положения равновесия.

Указание. Поскольку при отражении от плоскости скорость шарика меняется на противоположную, движение над плоскостью будет совпадать с движением в отсутствие плоскости, а движение ниже плоскости ($1/3$ периода T) «пропадет». Таким образом, время t движения шарика от положения равновесия до плоскости будет составлять $T/12$. За это время шарик проходит расстояние $x = A\sin(2\pi t/T) = A\sin(\pi/6) = A/2$. Это и есть искомое расстояние.

6.10. Направим ось x вниз и примем, что в начальный момент $x = 0$ для верхнего груза. Если бы нить не обрывалась, то движение грузов представляло бы собой гармонические колебания около положения равновесия $x = 2mg/k$ (отсчёт ведём по верхнему грузу), в котором сила упругости, равная kx , уравновешивает силу тяжести $2mg$. При этом координата верхнего груза изменялась бы во времени по закону

$$x(t) = \frac{2mg}{k} - \frac{2mg}{k} \cos \omega t,$$

где $\omega = \sqrt{k/(2m)}$, а его скорость и ускорение, соответственно, как

$$v_x(t) = g\sqrt{\frac{2m}{k}} \sin \omega t,$$

$$a_x(t) = g \cos \omega t.$$

Зависимость силы натяжения нити T от времени проще всего найти из второго закона Ньютона для нижнего груза (ускорения обоих грузов, если нить не оборвалась, очевидно, одинаковы):

$$T = mg(1 - \cos \omega t).$$

Отсюда видно, что сила T достигает максимального значения $3mg/2$ при $\cos \omega t = -0,5$, т. е. в момент времени $t_1 = \frac{2\pi}{3\omega}$. В этот момент нижний груз отрывается. Далее следует рассматривать задачу о движении на пружине одного верхнего груза, имеющего в точке $x_1 = x(t_1) = 3mg/k$ скорость $v_1 = v_x(t_1) = g\sqrt{\frac{3m}{2k}}$.

Максимальное удлинение пружины можно найти из закона сохранения энергии, учитывая, что в крайнем нижнем положении (обозначим эту координату через x_2) скорость груза обращается в нуль:

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} + mg(x_2 - x_1) = \frac{kx_2^2}{2},$$

(потенциальная энергия груза в поле тяжести отсчитывается здесь от крайнего нижнего положения). Подставляя выражения для x_1 и v_1 , приводим это уравнение к виду

$$x_2^2 - \frac{2mg}{k}x_2 - \frac{9}{2}\frac{m^2g^2}{k^2} = 0,$$

откуда находим

$$x_2 = \frac{mg}{k} \left(1 \pm \sqrt{\frac{11}{2}} \right).$$

Выбирая верхний знак (иначе $x_2 < 0$), окончательно получаем, что

$$x_2 = \frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{\frac{11}{2}} \right).$$

Величина x_2 равна, очевидно, максимальному удлинению пружины.

6.11. Собака приблизится на расстояние

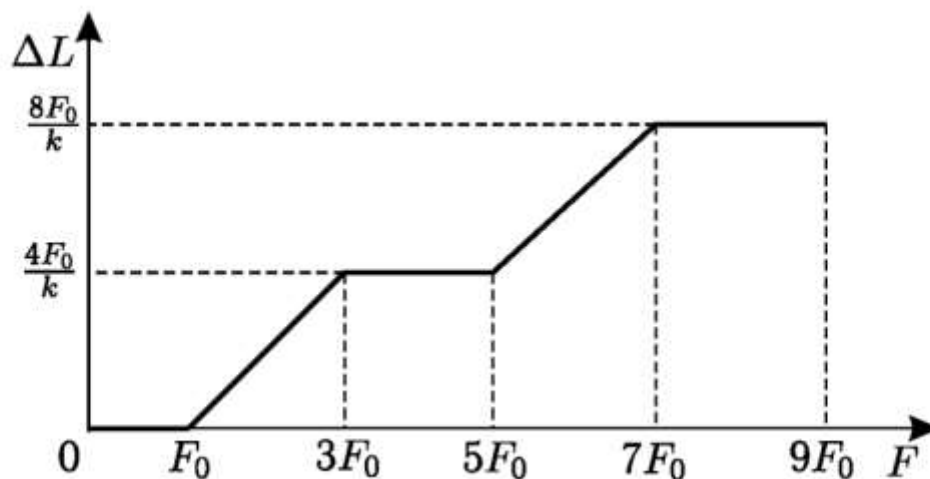
$$V\sqrt{\frac{M+m}{k}} \times \left(\frac{m}{M+m} + \frac{3\pi}{2} \right).$$

6.12. Если $a > \mu g$, то груз сразу начнет проскальзывать по ленте и амплитуда колебаний будет равна $\mu mg/k$ (g — ускорение свободного падения). Если $a < \mu g$, то проскальзывание начнется после смещения кубика на расстояние $(\mu g - a)m/k$ и амплитуда возникших колебания будет равна $(m/k)\sqrt{(2\mu g - a)a}$.

6.13. Максимальная скорость равна $2V_0$, а максимальная упругая сила равна $\mu mg + V_0\sqrt{ktm}$.

6.14. Искомый график приведен на рисунке, где обозначено $F_0 = \mu mg$ (g — ускорение свободного падения). Для объяснения графика заметим прежде всего, что окончательная остановка тела после обращения в нуль его скорости достигается только в интервале

$$\frac{F - F_0}{k} \leq x \leq \frac{F + F_0}{k}, \quad (1)$$



К задаче 6.14

где x — смещение тела от исходного положения (очевидно, x и равно искомому растяжению ΔL). Действительно, после остановки тела в этом интервале сила трения покоя компенсирует сумму сил $\mathbf{F}$ и $\mathbf{F}_{\text{упр}}$ ($F_{\text{упр}} = kx$ — упругая сила) и удержит тело в состоянии покоя.

Если $0 \leq F \leq F_0$, то тело, очевидно, не сдвинется и $x = 0$. При $F_0 < F \leq 3F_0$ тело совершит полпериода гармоническо-

го колебания относительно точки равновесия $x_p = (F - F_0)/k$ и остановится в точке

$$x_1 = 2x_p = 2\frac{F - F_0}{k}, \quad (2)$$

которая удовлетворяет условию (1) (первый наклонный участок на рисунке). При $3F_0 < F \leq 5F_0$ координата первой остановки тела по-прежнему определяется формулой (2), однако теперь x_1 не удовлетворяет условию (1), и тело пойдет в обратную сторону. Совершив полпериода колебания относительно новой точки равновесия $x'_p = (F + F_0)/k$, тело остановится в точке

$$x_2 = x_1 - 2(x_1 - x'_p) = \frac{4F_0}{k},$$

попадающей в интервал (1) (второй горизонтальный участок на рисунке). Рассуждая аналогично, находим, что при $5F_0 < F \leq 7F_0$ тело остановится в точке

$$x_3 = 2\frac{F - 3F_0}{k}$$

(второй наклонный участок на рисунке) и т. д.

6.15. Амплитуда колебаний уменьшилась в $\sqrt[4]{2}$ раз.

6.16. Проекция силы на горизонтальную ось, направленную вдоль спицы, должна быть равна

$$F_x = \frac{mg}{2}\alpha_0 \cos\left(\sqrt{\frac{3g}{2L}}t + \varphi\right),$$

где φ определяется начальными условиями. Частоты собственных колебаний системы равны $\sqrt{(3 \pm \sqrt{3})g/L}$.

6.17. Минимальное значение скорости, равное $\sqrt{\mu gL}$ (g — ускорение свободного падения), находится из условия, что при пересечении первым грузом правой границы шероховатой полосы скорости грузов близки к нулю и пружина не деформирована. Это достигается при дискретных значениях жёсткости пружины:

$$k = \frac{\pi^2 \mu mg}{2L} n^2,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

6.18. На верхнем участке второй закон Ньютона в проекции на ось x приводит к уравнению, которое отличается от уравнения

гармонического осциллятора только наличием константы в правой части:

$$x'' + \frac{g \sin \alpha}{L} x = g \sin \alpha,$$

где g — ускорение свободного падения.

Решение данного уравнения имеет вид

$$x = L \left[1 - \cos \left(t \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}} \right) \right].$$

При этом скорость кубика v_x изменяется по закону

$$v_x = \sqrt{gL \sin \alpha} \cdot \sin \left(t \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}} \right).$$

Обе формулы справедливы до момента $t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}}$, после которого кубик попадает на нижний участок. На этом участке движение кубика описывается уравнением

$$x'' + \frac{g \sin \alpha}{L} x = 2g \sin \alpha$$

Учитывая, что скорость кубика не меняется в точке перехода $x = L$, запишем решение на нижнем участке

$$x = L \left[2 + \sqrt{2} \cos \left(t \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}} + \frac{3\pi}{4} \right) \right].$$

Сила трения, действующая на клин со стороны стола, равна произведению массы кубика на горизонтальную составляющую ускорения кубика:

$$F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha \cos \alpha \cos \left(t \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}} \right)$$

при $0 < t \leq \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}}$ (в этом случае кубик движется по верхнему участку),

$$F_{\text{тр}} = \sqrt{2} mg \sin \alpha \cos \alpha \cos \left(t \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}} - \frac{\pi}{4} \right)$$

при $\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}} < t < \frac{3\pi}{4} \sqrt{\frac{L}{g \sin \alpha}}$ (кубик движется по нижнему участку).

В соответствии с этими формулами нетрудно построить искомый график.

6.19. Рассмотрим два поршня, газ между ними и соединяющий стержень как одно «тело» массой $5m$ (массой газа пренебрегаем). Равновесие этого «тела» обеспечивается тем, что полная сила со стороны атмосферы $p_0 S$, действующая влево, компенсируется равной силой $p_0 S$ со стороны уступа в сечении, где соединяются трубы (давление газа между поршнями в равновесии равно p_0). Учитывая, что $T = \text{const}$, при малом смещении x связанных поршней ($x > 0$ для смещения вправо) получаем

$$p_0 \left(S \frac{L}{2} + 2S \frac{L}{2} \right) = (p_0 + \Delta p) \left[S \left(\frac{L}{2} - x \right) + 2S \left(\frac{L}{2} + x \right) \right],$$

где Δp — соответствующее изменение давления газа. Пренебрегая малыми членами с $\Delta p \cdot x$, находим $\Delta p = -2p_0 x / (3L)$. Поскольку возвращающая сила $F_x = \Delta p \cdot S$, для периода колебаний в итоге получим

$$T = \pi \sqrt{\frac{30mL}{p_0 S}}.$$

6.20. В равновесном положении перемычка находится на расстоянии $x = \frac{ELB}{2mg\lambda \tan \alpha}$ от нижнего горизонтального участка цепи, содержащего батарею. Период колебаний равен $T = \frac{\pi}{g \sin \alpha} \sqrt{\frac{2ELB \cos \alpha}{m\lambda}}$.

6.21. Минимальное значение амплитуды тока $\pi/30 \approx 105$ мА.

6.22. Максимальный заряд конденсатора $2CE/3$.

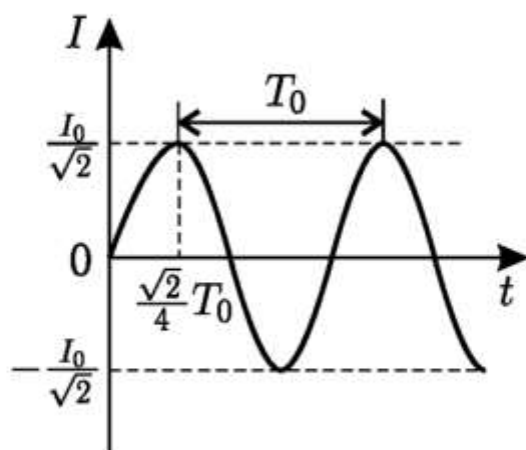
6.23. Вид графика зависит от полярности включения диода. В том случае, когда в течение первой четверти периода колебаний диод оказывается закрытым, график имеет следующий вид:

Если же полярность включения диода такова, что он открывается с самого начала колебательного процесса, то график имеет иной вид:

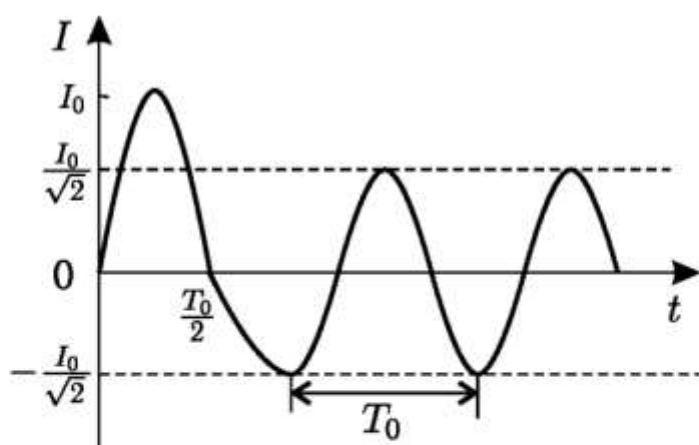
6.24. Частота генератора равна $1/\sqrt{LC}$. Амплитуда заряда $2CE_0$.

6.25. Искомый график имеет вид, представленный на рисунке. Здесь $t_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{2LC}$, $t_2 = \frac{\pi}{2} (\sqrt{2LC} + \sqrt{3LC})$. Начиная с момента $t = t_2$ заряд q меняется по гармоническому закону с амплитудой $q_0/\sqrt{6}$ и периодом $2\pi\sqrt{LC}$.

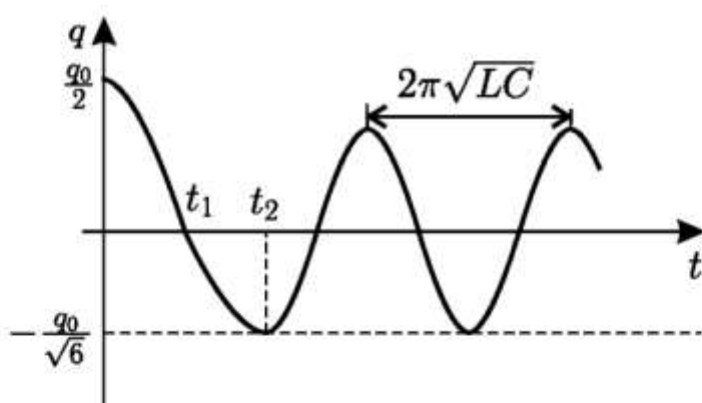
6.26. Зависимость заряда конденсатора q от времени показана на рисунке ($\omega = 1/\sqrt{LC}$). Начиная с момента $t = \pi/(3\omega)$



К задаче 6.23



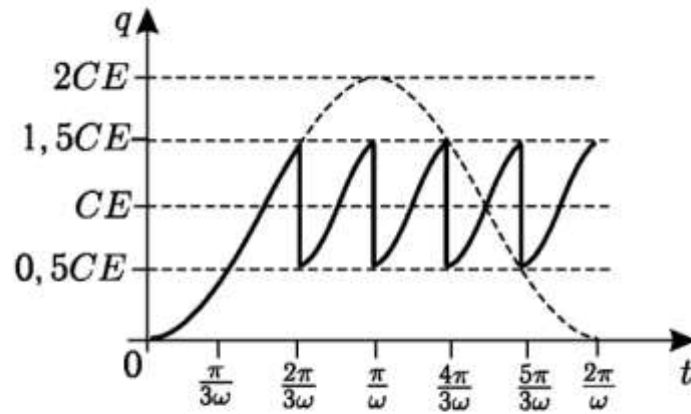
К задаче 6.23



К задаче 6.25

заряд меняется периодически с периодом $\pi/(3\omega)$. Штриховой линией показана синусоидальная зависимость $q(t) = CE(1 - \cos \omega t)$, отвечающая колебаниям в контуре в отсутствие неоновой лампы.

Средний (за большое время) ток через батарею равен $\frac{3E}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}}$.



К задаче 6.26

6.27. Амплитуда тока стала равной $I_0 \sqrt{\frac{5}{8}}$.

6.28. Заряд на конденсаторе достигнет максимального значения $I_0 \sqrt{\frac{LC}{2}}$ через время $\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{LC}{2}}$.

Учебное издание

БАКУНОВ Михаил Иванович

БИРАГОВ Сергей Борисович

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Редактор *И.В. Авилова*

Оригинал-макет: *Ю.В. Владимирова*

Оформление переплета: *Д.Б. Белуха*

Подписано в печать 14.07.2014. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,75. Уч.-изд. л. 15,125.

Тираж 500 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»

МАИК «Наука/Интерпериодика»

117342, Москва, ул. Бутлерова, 17 Б

E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru;

<http://www.fml.ru>

Отпечатано с электронных носителей издательства

в ООО «Чебоксарская типография № 1»

428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15

Тел.: (8352) 28-77-98, 57-01-87

Сайт: www.volga-print.ru

ISBN 978-5-9221-1473-8



9 785922 114738

